Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

PME 3531 – Mecânica dos Fluidos Aplicada a Sistemas Vasculares

Modelagem do Sistema Térmico Humano

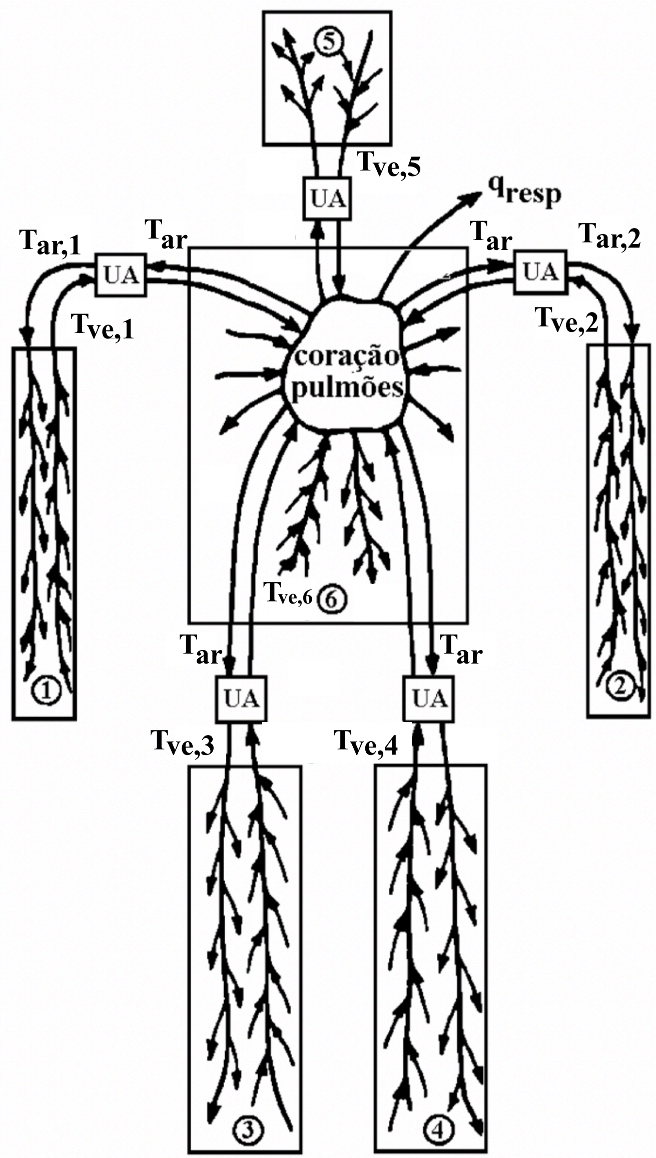
Modelagem do sistema térmico humano

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

- SISTEMA TÉRMICO
  - SISTEMA DE CONTROLE
  - SISTEMA PASSIVO

- SISTEMA DE CONTROLE
  - Sensores
    - Pele
    - Hipotálamo
    - Vísceras
  - Atuadores
    - Mecanismo Vasomotor
    - Sudorese
    - Calafrios
  - Centro
    - Hipotálamo

Modelo de Wissler (1961)



Hipóteses:

-Regime permanente;

-Transferência de calor entre sangue e tecido segue o modelo de Pennes;

-Transferência de calor contracorrente entre artérias e veias;

-Condições de metabolismo basal;

-Condições ambientais próximas à neutralidade térmica;

-Transferência de calor no trato respiratório.

Modelo de Wissler (1961)

$$k_i\left(\frac{d^2T_i}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dT_i}{dr}\right)+\omega_{bi}\rho_b c_b\left(T_{ar,i}-T_i\right)+\dot{q}_i=0$$

k_i = condutividade térmica do elemento *i;*

T_i = temperatura do elemento *i*;

$\dot{q}_i$ = metabolismo específico do elemento *i*;

ω_{bi} = perfusão sanguínea do elemento *i*;

ρ_b = massa específica do sangue;

c_b = calor específico do sangue;

$T_{ar,i}$ = temperatura do sangue arterial que entra no leito capilar do elemento *i*.

$$-k_i\left.\frac{dT_i}{dr}\right|_i=h_{ef,i}\left(T_{s,i}-T_{ef}\right) \qquad \left.\frac{dT_i}{dr}\right|_{r=0}=0$$

$h_{ef,i}$ = coeficiente efetivo de transferência de calor na superfície do elemento *i*;

T_{ef} = temperatura efetiva do ambiente;

R_i = raio externo do elemento *i*.

Perfil de temperatura no segmento

Perfil de temperatura em um cilindro:

$$\theta_i = \left[\frac{\dot{q}_i}{\omega_{bi}\rho_b c_b} + \theta_{ar,i} \right] \left[1 - \frac{Bi_i}{c_i R_i I_1(c_i R_i) + Bi_i I_0(c_i R_i)} I_0(c_i r) \right] \quad (1)$$

Com:

$$\theta_i = T_i - T_{ef}$$

$$\theta_{ar,i} = T_{ar,i} - T_{ef}$$

$$c_i^2 = \frac{\omega_{bi}\rho_b c_b}{k_i}$$

$$Bi_i = \frac{h_{ef,i} R_i}{k_i}$$

Temperatura superficial

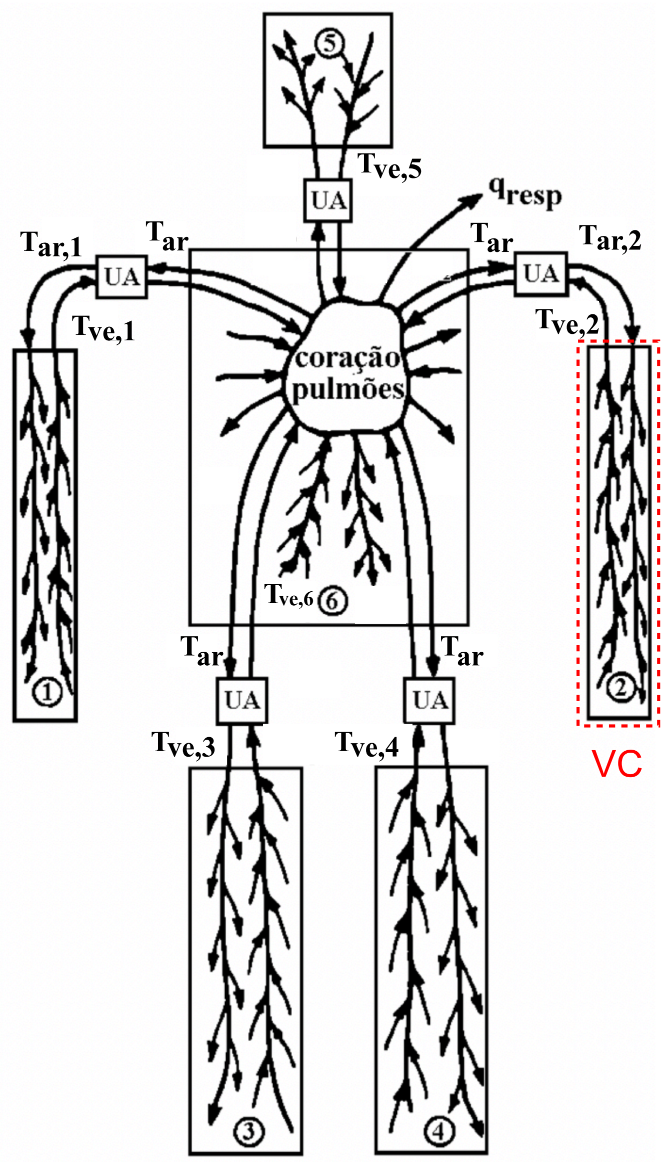
Perfil de temperatura em um cilindro:

$$\theta_i = \left[\frac{\dot{q}_i}{\omega_{bi} \rho_b c_b} + \theta_{ar,i} \right] \left[1 - \frac{Bi_i}{c_i R_i I_1(c_i R_i) + Bi_i I_0(c_i R_i)} I_0(c_i r) \right]$$

Temperatura superficial:

$$\theta_{s,i} = \left[\frac{\dot{q}_i}{\omega_{bi} \rho_b c_b} + \theta_{ar,i} \right] B_i \qquad (2)$$

Relação entre $T_{ar,i}$ e $T_{ve,i}$



1ª Lei (relação entre $T_{ar,i}$ e $T_{ve,i}$):

$$\dot{m}_{in} c_b T_{ar,i} - \dot{m}_{out} c_b T_{ve,i} + \dot{q}_i \pi R_i^2 L_i - h_{ef,i} 2\pi R_i L_i \left(T_{s,i} - T_{ef} \right) = 0$$

$$\dot{m} c_b \left(T_{ar,i} - T_{ve,i} \right) + \dot{q}_i \pi R_i^2 L_i - h_{ef,i} 2\pi R_i L_i \left(T_{s,i} - T_{ef} \right) = 0$$

$$\rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b \left(T_{ar,i} - T_{ve,i} \right) + \dot{q}_i \pi R_i^2 L_i - h_{ef,i} 2\pi R_i L_i \left(T_{s,i} - T_{ef} \right) = 0$$

$$\rho_b \omega_{bi} c_b \left(T_{ar,i} - T_{ve,i} \right) + \dot{q}_i - \frac{2 h_{ef,i}}{R_i} \left(T_{s,i} - T_{ef} \right) = 0$$

$$\rho_b \omega_{bi} c_b \left(\theta_{ar,i} - \theta_{ve,i} \right) + \dot{q}_i - \frac{2 h_{ef,i}}{R_i} \theta_{s,i} = 0$$

$$\theta_{ar,i} - \theta_{ve,i} = \frac{2 h_{ef,i}}{\rho_b \omega_{bi} c_b R_i} \theta_{s,i} - \frac{\dot{q}_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b} \qquad (3)$$

Análise do trocador de calor

1ª Lei (em torno do trocador):

$$\theta_{ar} - \theta_{ar,i} = \theta_{ve,out,i} - \theta_{ve,i} \quad \Rightarrow \quad \theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} = \theta_{ar,i} - \theta_{ve,i} \qquad (4)$$

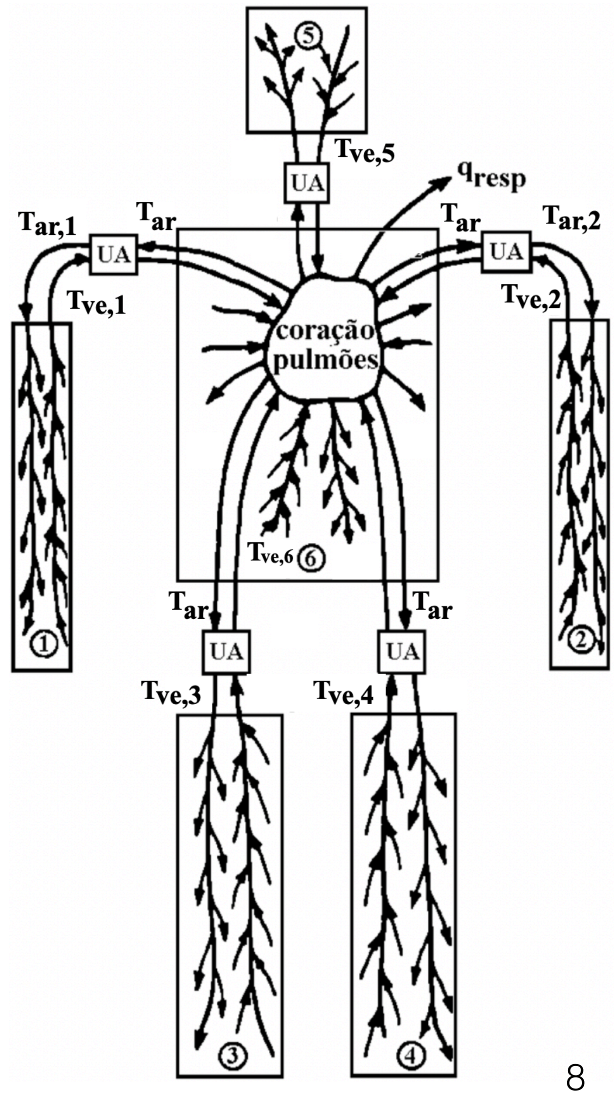
$$q_i = U_i A_i \left(\frac{\theta_{ar} + \theta_{ar,i}}{2} - \frac{\theta_{ve,out,i} + \theta_{ve,i}}{2} \right)$$

$$q_i = U_i A_i \left(\frac{\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} + \theta_{ar,i} - \theta_{ve,i}}{2} \right)$$

$$q_i = U_i A_i \left(\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} \right)$$

$$q_i = \dot{m}_i c_b \left(\theta_{ar} - \theta_{ar,i} \right) = \rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b \left(\theta_{ar} - \theta_{ar,i} \right)$$

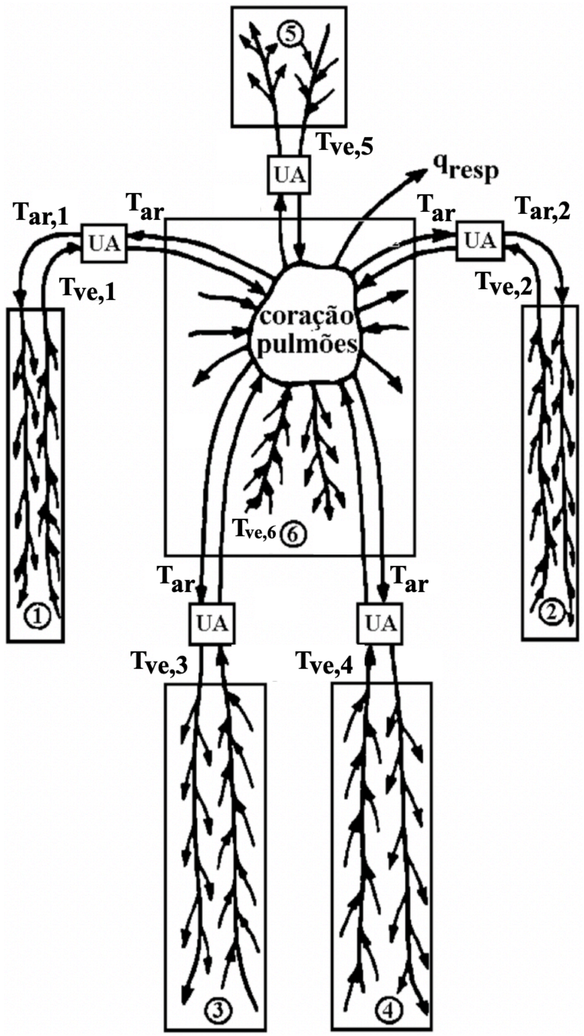
$$\theta_{ar} - \theta_{ar,i} = \frac{U_i A_i}{\rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b} \left(\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} \right) \qquad (5)$$



Temperatura do sangue arterial

1ª Lei (pulmão + coração):

$$\sum_{i=1}^{6} \rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b \left(\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i}\right) = -q_{resp} = -h_{resp}\theta_{ar} \qquad (6)$$



Sistema de equações

$$\theta_{s,i} = \left[\frac{\dot{q}_i}{\omega_{bi}\rho_b c_b} + \theta_{ar,i} \right] B_i \qquad (2)$$

$$\theta_{ar,i} - \theta_{ve,i} = \frac{2h_{ef,i}}{\rho_b \omega_{bi} c_b R_i} \theta_{s,i} - \frac{\dot{q}_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b} \qquad (3)$$

$$\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} = \theta_{ar,i} - \theta_{ve,i} \qquad (4)$$

$$\theta_{ar} - \theta_{ar,i} = \frac{U_i A_i}{\rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b} \left(\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} \right) \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{6} \rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b \left(\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} \right) = -h_{resp} \theta_{ar} \qquad (6)$$

Temperatura do sangue arterial

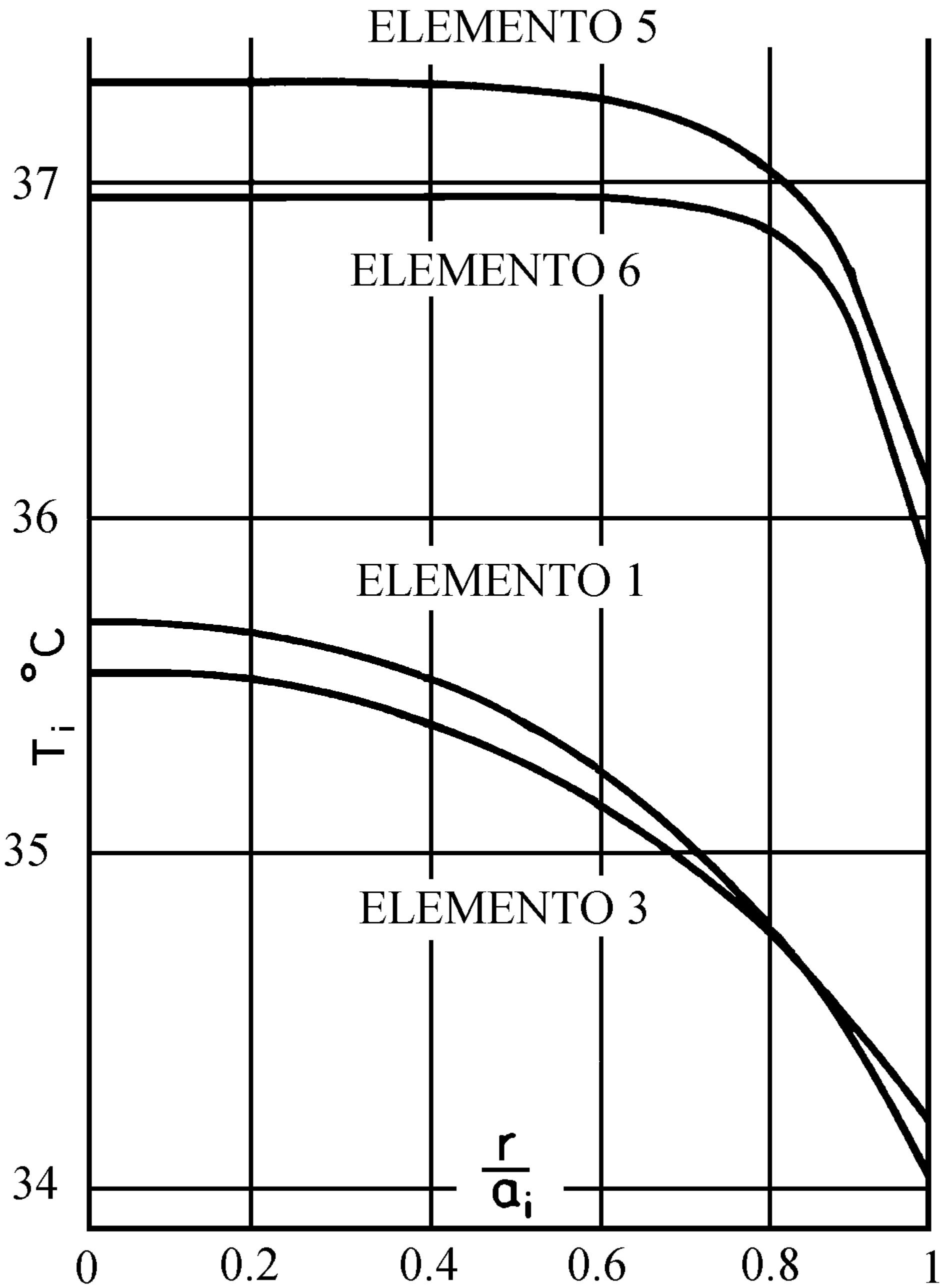
Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

$$\theta_{ar} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{6} \frac{R_i^2 L_i \dot{q}_i - 2R_i L_i h_{ef,i} B_i / \left(\rho_b \omega_{bi} c_b\right)}{1 + \dfrac{2U_i A_i h_{ef,i} B_i}{\pi R_i^3 \left(\rho_b \omega_{bi} c_b\right)^2 L_i}}}{\dfrac{h_{resp}}{\pi} + \displaystyle\sum_{i=1}^{6} \frac{2R_i L_i h_{ef,i} B_i}{1 + \dfrac{2U_i A_i h_{ef,i} B_i}{\pi R_i^3 \left(\rho_b \omega_{bi} c_b\right)^2 L_i}}} \qquad (7)$$

$$(6) \rightarrow \theta_{ar} - \theta_{ve,out,i}$$

$$(5) \rightarrow \theta_{ar,i}$$

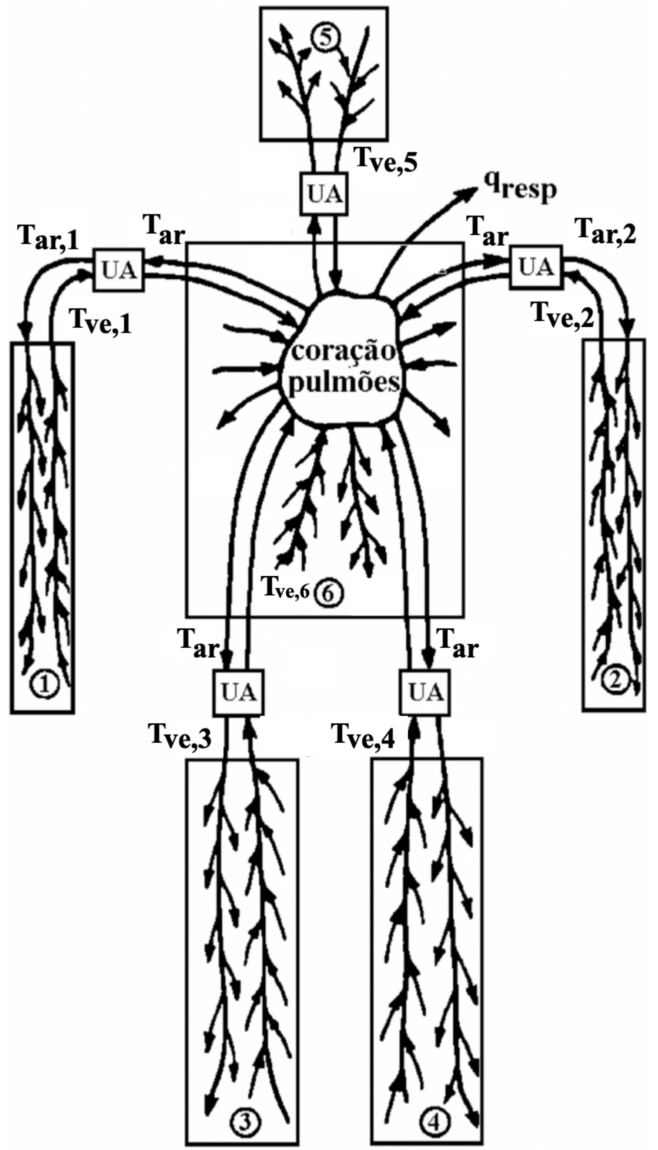
Resultado



T_{ef} = 30,3 °C

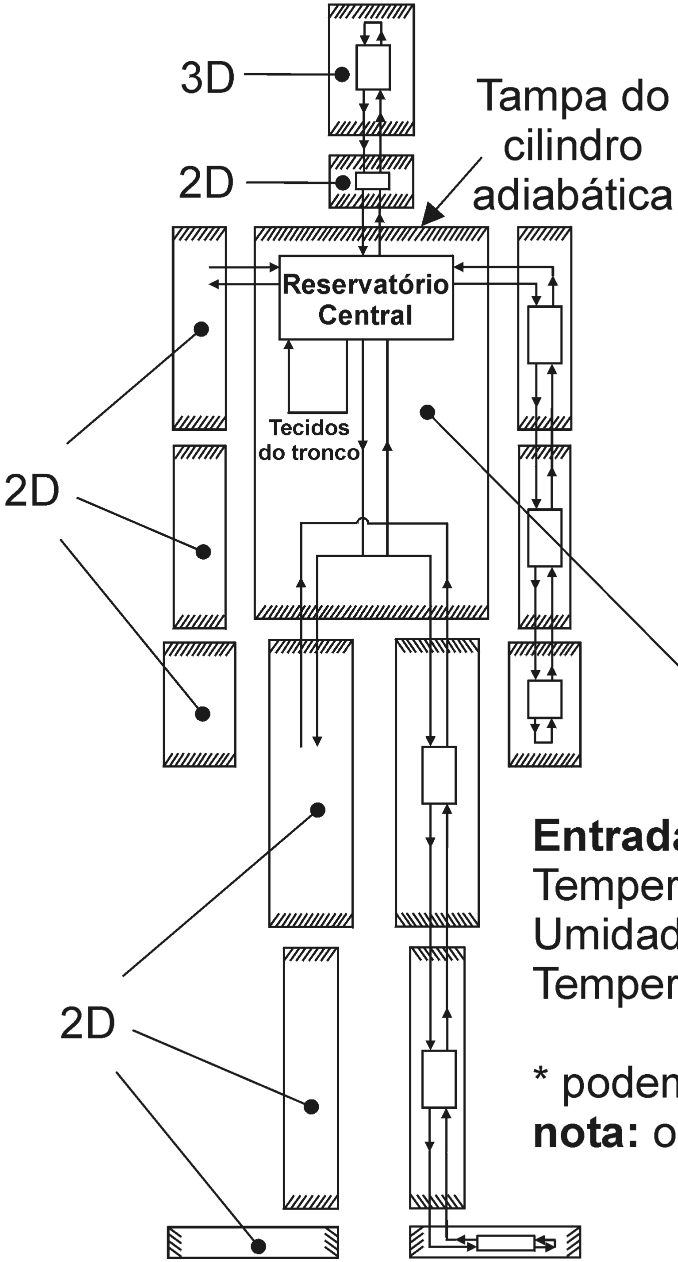
T_{ar} = 36,7 °C

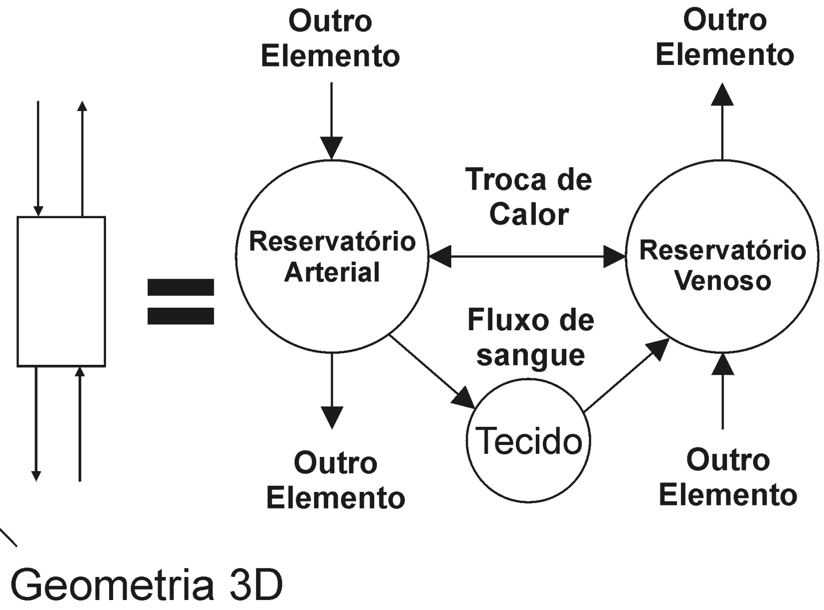
$$c_i^2 = \frac{\omega_{bi}\rho_b c_b}{k_i}$$



Modelagem do Sistema Térmico Humano

Modelo Ferreira e Yanagihara (2001)



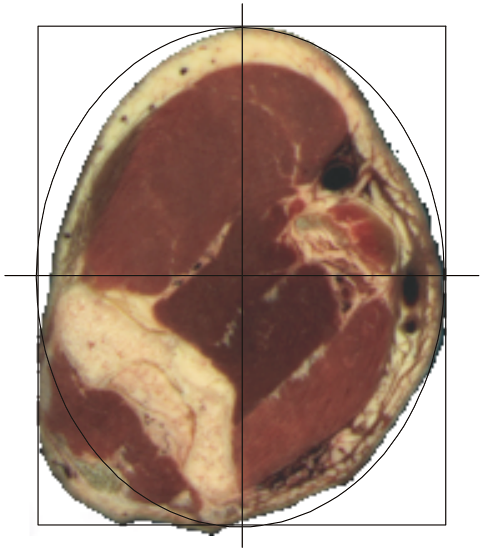


Entradas do modelo*:
Temperatura do ar em cada elemento
Umidade do ar em cada elemento
Temperatura radiante média em cada elemento

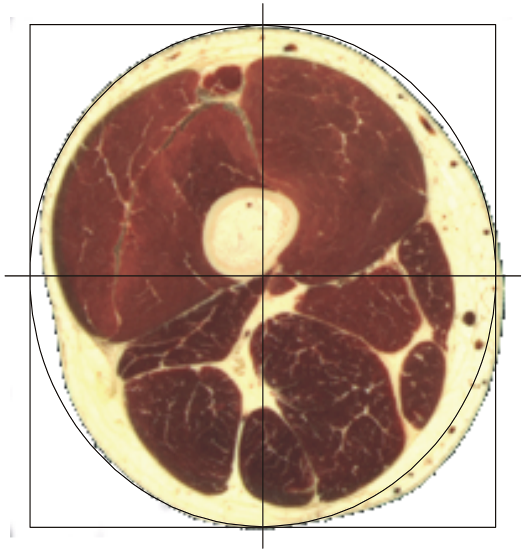
* podem ser variadas com o tempo
nota: o modelo pode simular imersão em água

Modelo geométrico

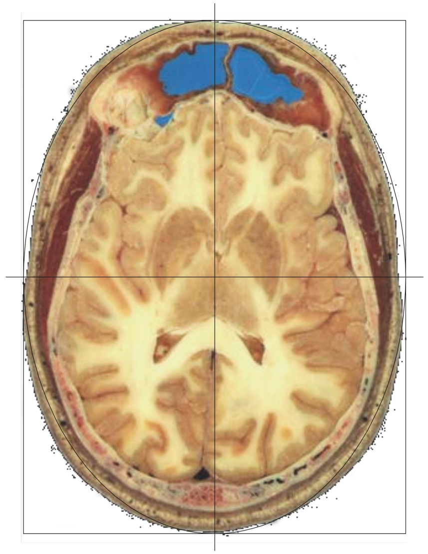
Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo



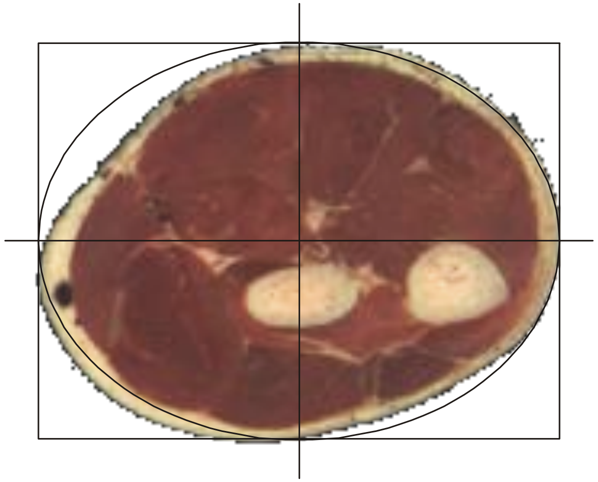
Braço



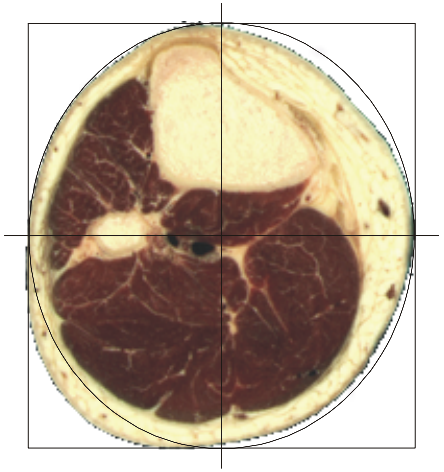
Coxa



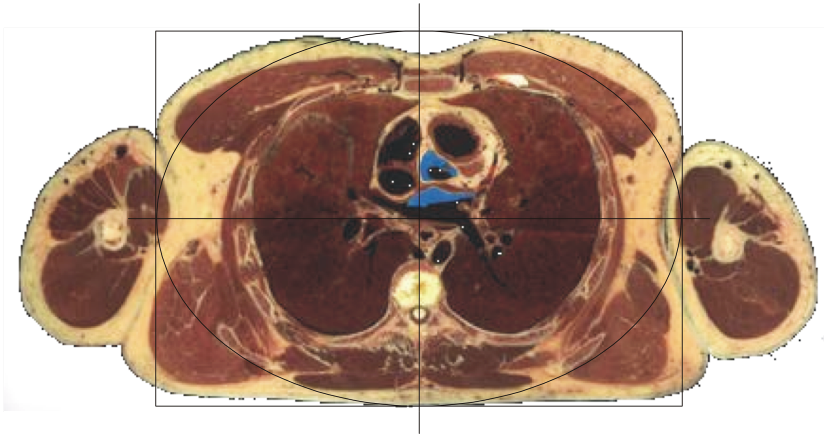
Cabeça



Antebraço

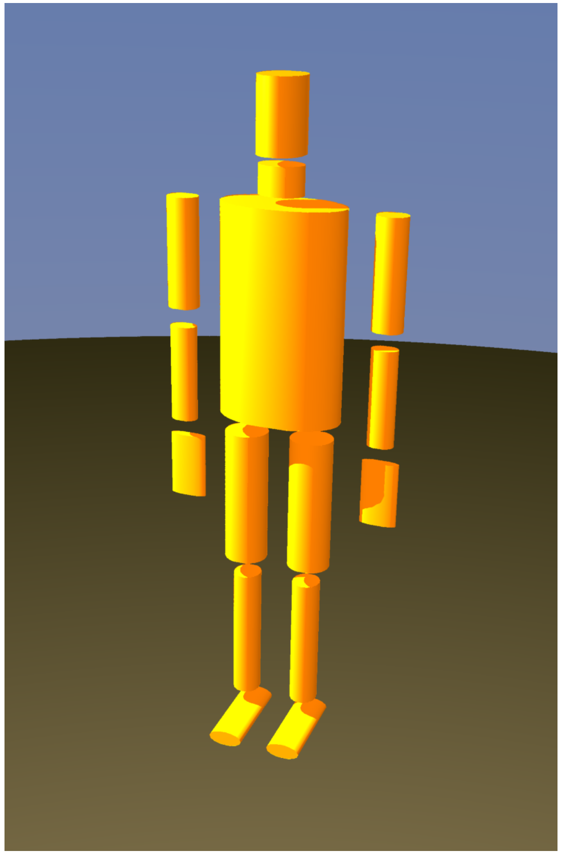
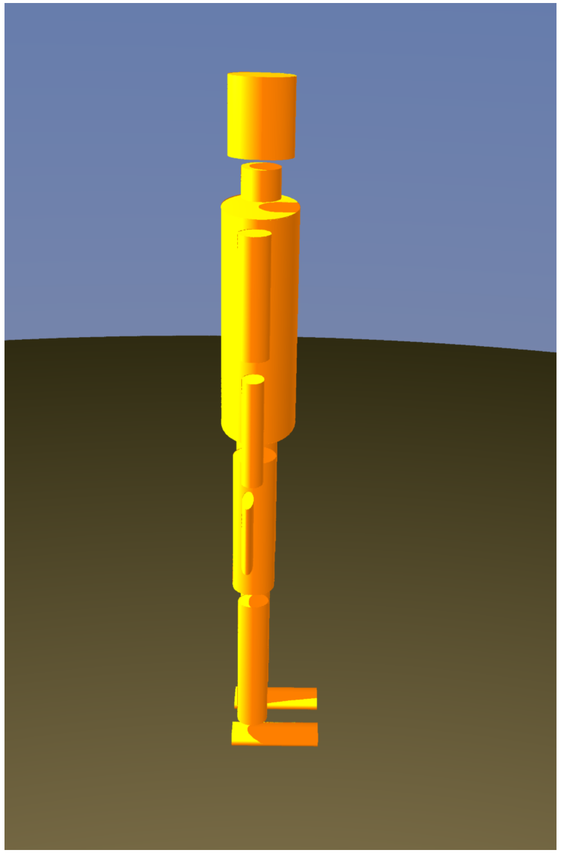
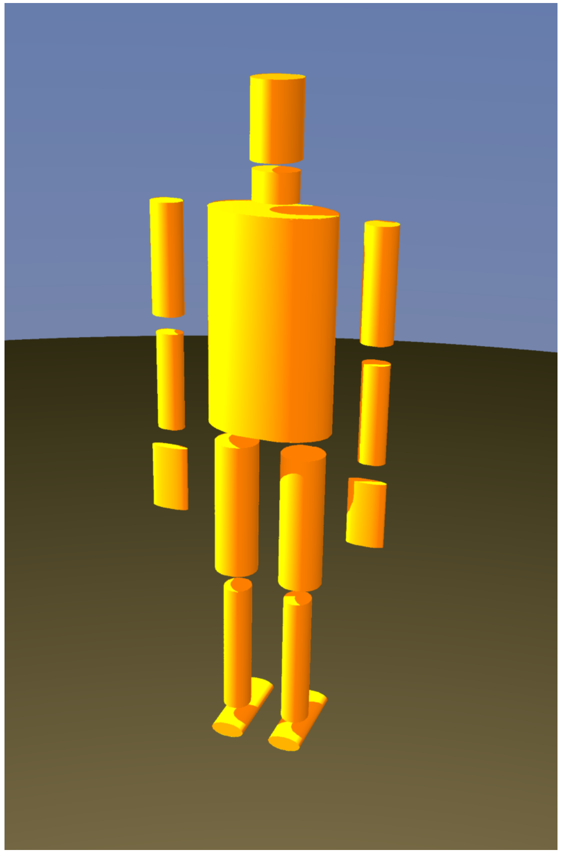


Perna



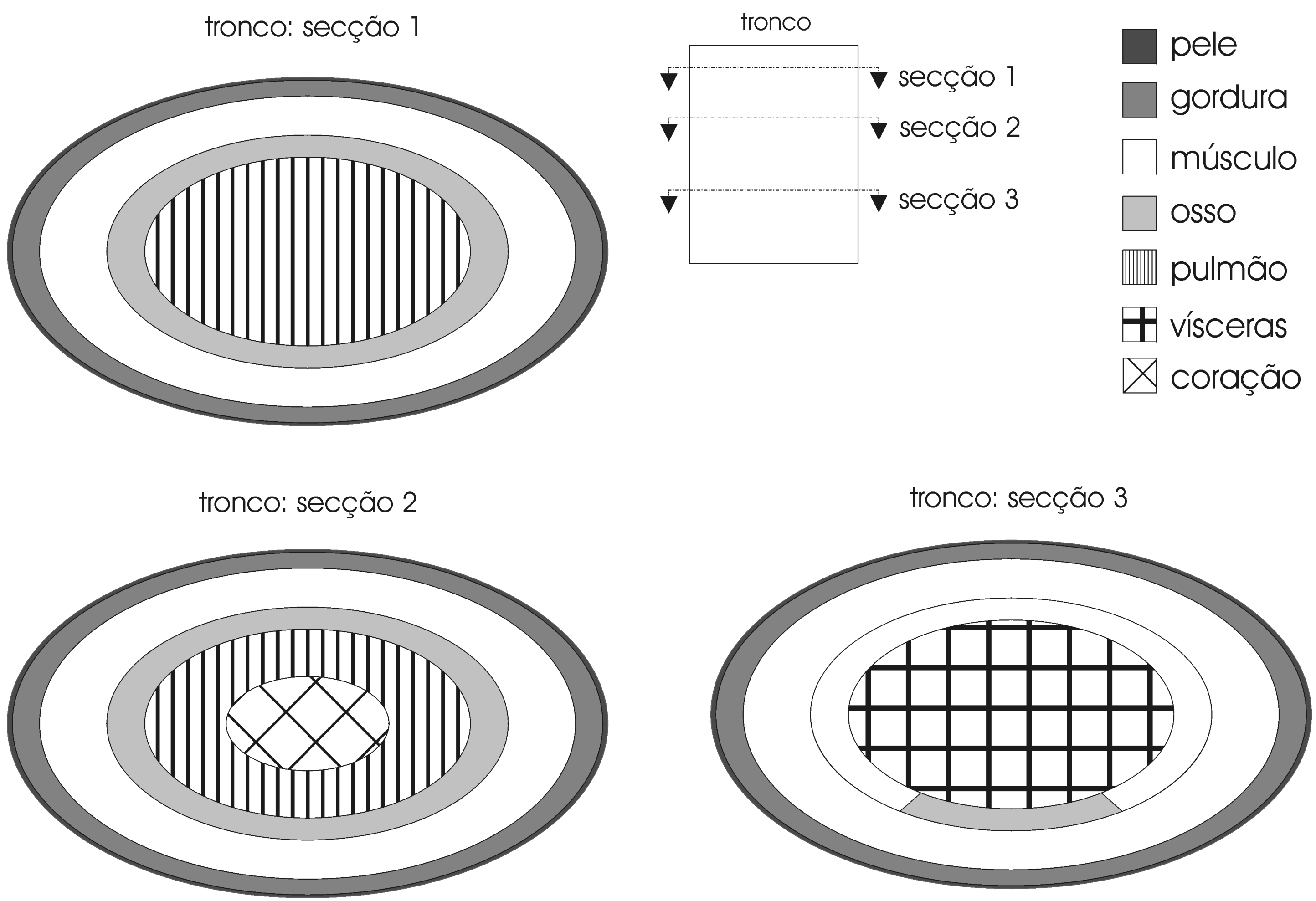
Tronco

Modelo geométrico

15 cilindros de seção elíptica

Modelo geométrico do tronco



Propriedades dos tecidos

Tecido	**Massa específica**	**Calor Específico**	**Condutividade térmica**	**Metabolismo**	**Fluxo de sangue**
Pele					Variável
Gordura	Baixo	Baixo	Baixo		Baixo
Músculo				Variável	Variável
Osso	Alto	Baixo	Alto		Baixo
Cérebro				Alto	Alto
Pulmão	Baixo		Baixo	Baixo	Alto
Coração				Alto	Alto
Víscera				Alto	Alto
Sangue					

Valor: **Alto** (vermelho) **Baixo** (azul) **Variável** (amarelo)

Perfil de temperatura no segmento

Eq. da condução de calor com o termo de perfusão:

$$\nabla \cdot \left(k\nabla T\right) + \omega_b \rho_b c_b \left(T_{ar} - T\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Condições de contorno

convecção e radiação

$$C + R = \frac{T_s - T_o}{R_{cl} + \frac{1}{f_{cl} h}}$$

evaporação

$$E = w \frac{P_{w,s} - \phi_a P_{w,a}}{R_{e,cl} + \frac{1}{f_{cl} h_e}}$$

respiração

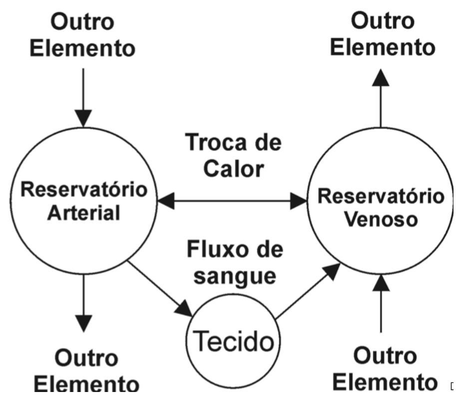
$$E_{ex} = \dot{m}\lambda\left(\omega_{ex} - \omega_a\right) + \dot{m}c_a\left(T_{ex} - T_a\right)$$

$$\begin{cases} \omega_{ex} - \omega_a = 0{,}0277 + 6{,}5 \cdot 10^{-5} T_a - 0{,}8\,\omega_a \\ T_{ex} = 32{,}6 + 0{,}066\, T_a + 32\,\omega_a \end{cases}$$

Temperatura dos reservatórios de sangue

Reservatório arterial:

$$m_{ar,i}c_b\frac{dT_{ar,i}}{dt} == \omega_b\rho_b c_b\left(T_{ar,i}^{in}-T_{ar,i}\right)+H_{av,i}\left(T_{ve,i}-T_{ar,i}\right)$$



Reservatório venoso:

$$m_{ve,i}c_b\frac{dT_{ve,i}}{dt} = \omega_b\rho_b c_b\left(T_{ve,i}^{in}-T_{ve,i}\right)-H_{av,i}\left(T_{ve,i}-T_{ar,i}\right)+\int_{\forall}\omega_b\rho_b c_b\left(T-T_{ve,i}\right)d\forall$$

Reservatório central:

$$m_{bl}c_b\frac{dT_{ar}}{dt} = \sum\omega_b\rho_b c_b\left(T_{ve,i}-T_{ar}\right)+\int_{\forall}\omega_b\rho_b c_b\left(T-T_{ve,i}\right)d\forall$$

Mecanismo vasomotor

$$\Delta\omega_{b,i} = K_1\left(T_{hy} - T_{hy,0}\right) + K_2\left(\bar{T}_s - \bar{T}_{s,0}\right)$$

$$K_1 = 10K_2$$

Mecanismo sudomotor

$$E_{sw,i} = \left[K_3\left(T_{hy} - T_{hy,0}\right) + K_4\left(\bar{T}_s - \bar{T}_{s,0}\right)\right]e^{\frac{\bar{T}_{s,i} - \bar{T}_{s,0}}{10}}$$

$$K_3 = 9K_4$$

$$w = 0,06 + 0,94\frac{E_{sw}}{E}$$

Calafrios

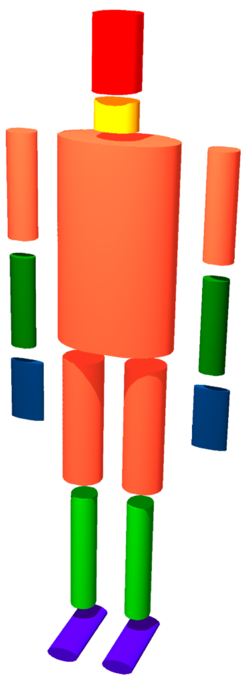
$$\Delta M_{sh} = K_5\left(T_{ty} - T_{ty,0}\right) + K_6\left(\bar{T}_s - \bar{T}_{s,0}\right) + K_7\Delta Q_{\sup}$$

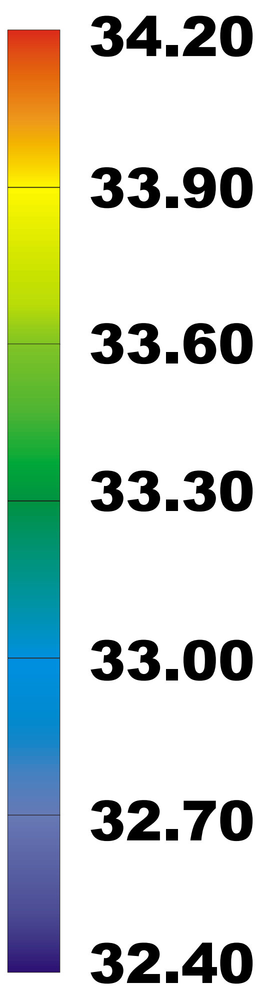
$$K_5 = 5K_6$$

Resultados

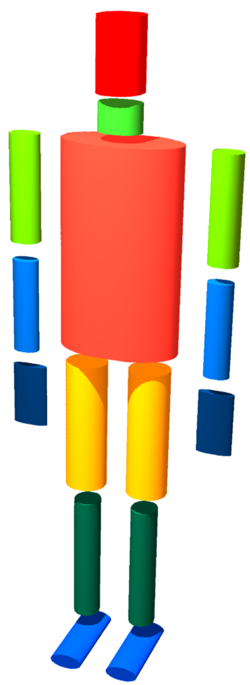
Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

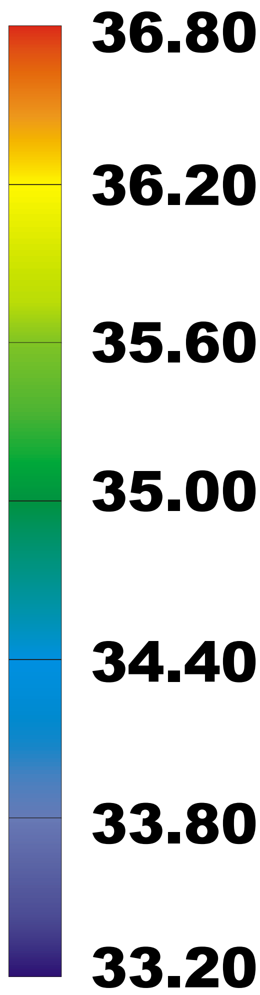
Neutralidade térmica: 30 ^{o}C   50 %   v < 0,10 m / s





Temperatura média da pele



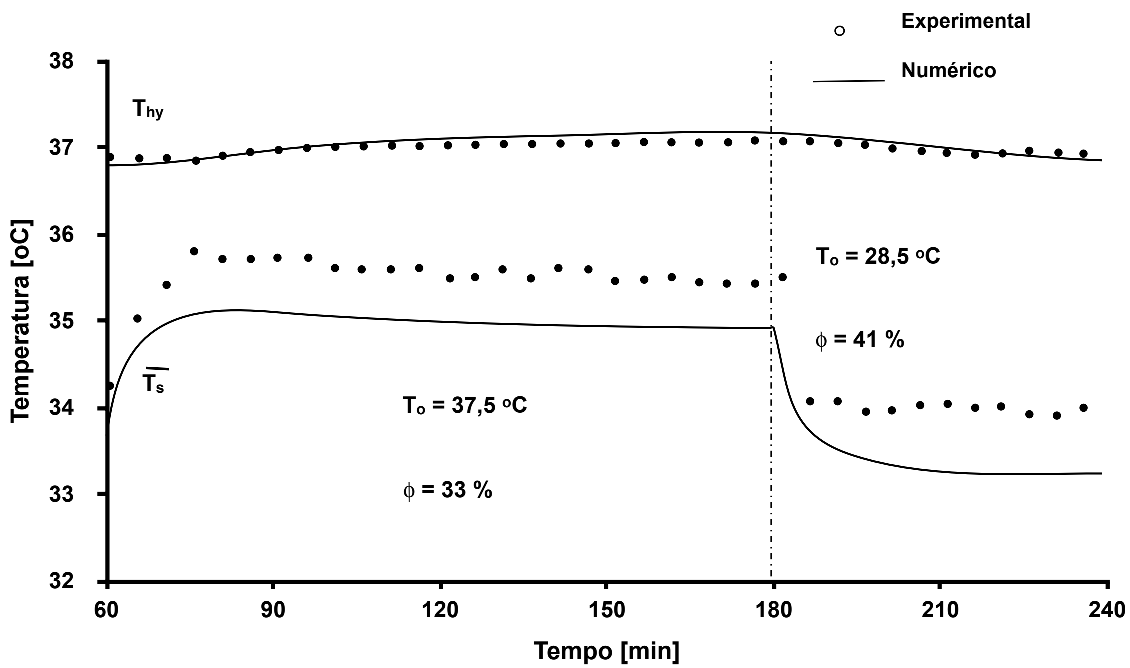


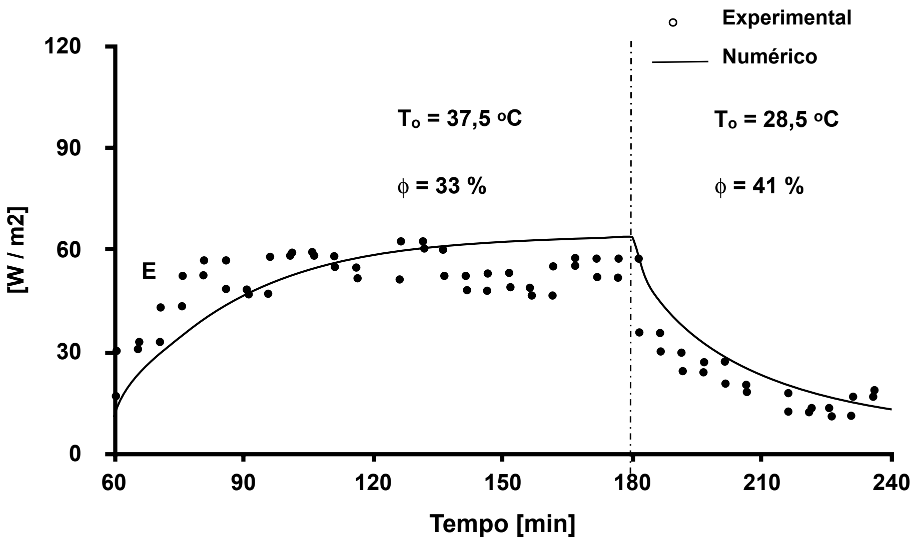
Temperatura média do núcleo

Resultados: regime transitório

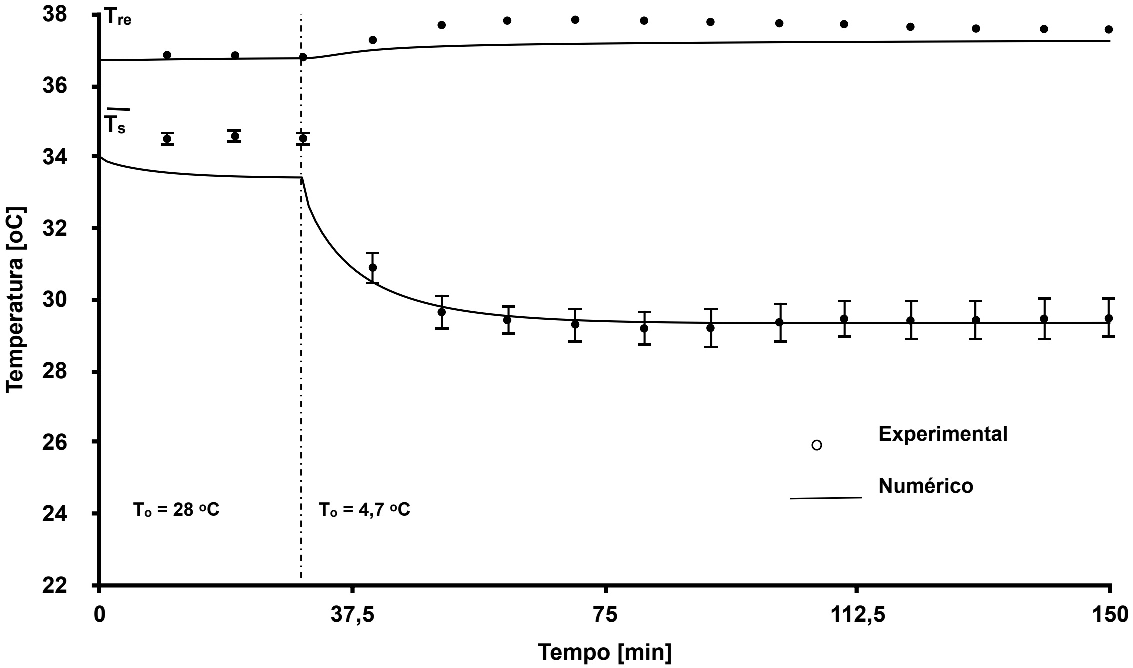
Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

exposição ao calor
dados experimentais de:
STOLWIJK; HARDY (1966)

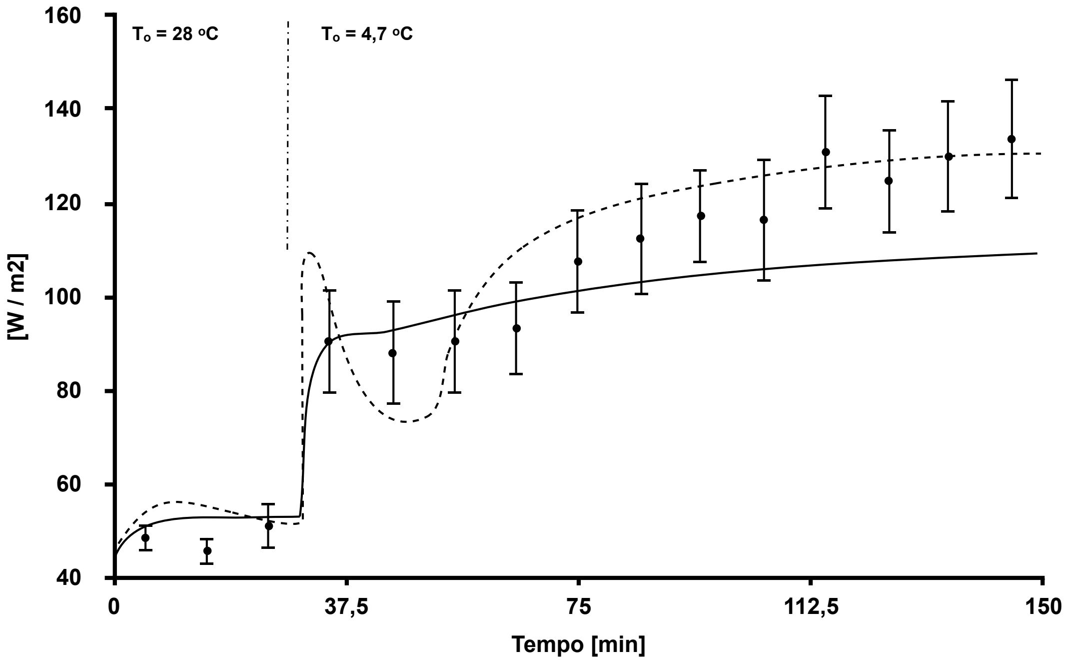




Resultados: regime transitório



exposição ao frio
dados experimentais de:
GORDON et al. (1976)



Referências

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

WISSLER, E.H. Steady-state temperature distribution in man. Journal of AppliedPhysiology, v.16, p.734-40, 1961.

FANGER, P.O. Calculation of thermal comfort: introduction of a basic comfort equation.**ASHRAE Transactions, v.73, n.2, p.III.4.1-20, 1967.**

WISSLER, E.H. Mathematical simulation of human thermal behavior using whole body models. In: Heat transfer in medicine and biology. SHITZER, A.; EBERHART, R.C., New York, Plenum Press, 1985. v.1, p.325-73.

WERNER, J.; BUSE, M. Temperature profiles with respect to inhomogeneity and geometry of the human body. **Journal of Applied Physiology, v.65, p.1110-18, 1988.**

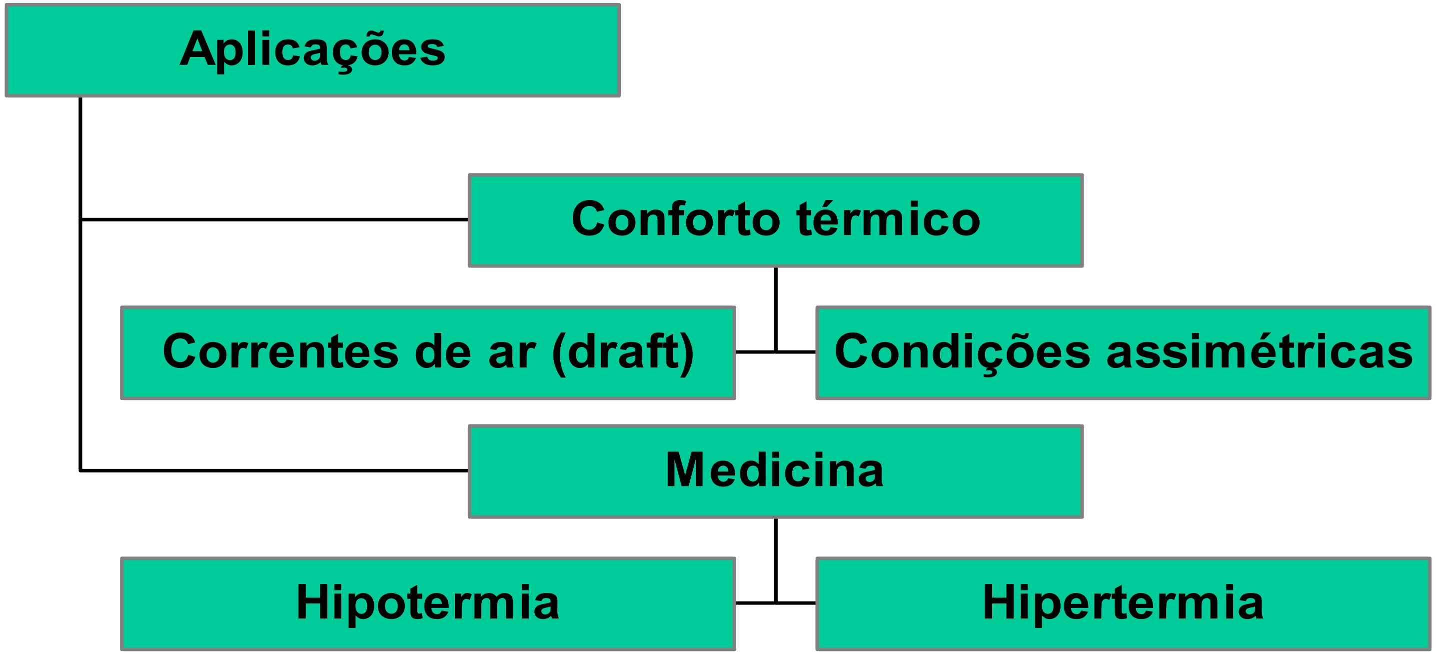
TAKEMORI, T.; NAKAJIMA, T.; SHOJI, Y. A fundamental model of the human thermal system for prediction of thermal comfort. **Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. v. 61, p.1513-20, 1995.**

FIALA, D.; LOMAS, K.J.; STOHRER, M. A computer model of human thermoregulation for a wide range of environmental conditions: the passive system. **Journal of Applied Physiology, v.87, p. 1957-72, 1999.**

FERREIRA, M.S., 2001, "A Model of the Human Thermal System," PhD thesis, University of Sao Paulo.

M. AL-OTHMANI, N. GHADDAR, K. GHALI, A multi-segmented human bioheat model for transient and asymmetric radiative environments, International Journal of Heat and Mass Transfer 51 (23-24) (2008) 5522-5533.

Aplicações de um modelo



Apêndice

Dedução da temperatura do sangue arterial

Temperatura do sangue arterial

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

$$\theta_{s,i} = \left[\frac{\dot{q}_i}{\omega_{bi}\rho_b c_b} + \theta_{ar,i} \right] B_i \qquad (2)$$

$$\theta_{ar,i} - \theta_{ve,i} = \frac{2h_{ef,i}}{\rho_b \omega_{bi} c_b R_i} \theta_{s,i} - \frac{\dot{q}_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b} \qquad (3)$$

$$\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} = \theta_{ar,i} - \theta_{ve,i} \qquad (4)$$

$$\theta_{ar} - \theta_{ar,i} = \frac{U_i A_i}{\rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b} \left(\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} \right) \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{6} \rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b \left(\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} \right) = -h_{resp} \theta_{ar} \qquad (5)$$

Temperatura do sangue arterial

(2) + (3): $$\theta_{ar,i} - \theta_{ve,i} = \frac{2h_{ef,i}B_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b R_i}\left[\frac{\dot{q}_i}{\omega_{bi}\rho_b c_b} + \theta_{ar,i}\right] - \frac{\dot{q}_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b} \qquad (8)$$

(8) + (4): $$\theta_{ar} - \theta_{ve,out,i} = \frac{2h_{ef,i}B_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b R_i}\left[\frac{\dot{q}_i}{\omega_{bi}\rho_b c_b} + \theta_{ar,i}\right] - \frac{\dot{q}_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b} \qquad (9)$$

(9) + (5): $$\frac{\rho_b \omega_{bi} \pi R_i^2 L_i c_b}{U_i A_i}\left(\theta_{ar} - \theta_{ar,i}\right) = \frac{2h_{ef,i}B_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b R_i}\left[\frac{\dot{q}_i}{\omega_{bi}\rho_b c_b} + \theta_{ar,i}\right] - \frac{\dot{q}_i}{\rho_b \omega_{bi} c_b} \qquad (10)$$

(5) + (6): $$\sum_{i=1}^{6} \frac{\left(\rho_b \omega_{bi} c_b\right)^2 \pi^2 R_i^4 L_i^2}{U_i A_i}\left(\theta_{ar} - \theta_{ar,i}\right) = -h_{resp}\theta_{ar} \qquad (11)$$

(10) + (11) → θ_{ar}

Temperatura do sangue arterial

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

$$\theta_{ar} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{6} \frac{R_i^2 L_i \dot{q}_i - 2 R_i L_i h_{ef,i} B_i / \left(\rho_b \omega_{bi} c_b\right)}{1 + \dfrac{2 U_i A_i h_{ef,i} B_i}{\pi R_i^3 \left(\rho_b \omega_{bi} c_b\right)^2 L_i}}}{\dfrac{h_{resp}}{\pi} + \displaystyle\sum_{i=1}^{6} \frac{2 R_i L_i h_{ef,i} B_i}{1 + \dfrac{2 U_i A_i h_{ef,i} B_i}{\pi R_i^3 \left(\rho_b \omega_{bi} c_b\right)^2 L_i}}} \qquad (7)$$