1 (b)

Resolva o sistema linear

A matriz do sistema é A

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{L2-2L1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

Assim o sistema é equivalente a

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0$$
$$x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0$$

Então $x_2 = -2x_3 - 3x_4$

$$x_1 = -2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -2(-2x_3 - 3x_4) - 3x_3 - 4x_4$$
$$= x_3 + 2x_4$$

As soluções são $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_3 + 2x_4, -2x_3 - 3x_4, x_3, x_4)$

x_3 e x_4 são variáveis livres

Você pode fazer $x_3 = s$ $\quad x_4 = t$

Então $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (s + 2t, -2s - 3t, s, t)$

$= s(1, -2, 1, 0) + t(2, -3, 0, 1)$, $\quad s, t \in \mathbb{R}$.

Logo $W = \underbrace{[(1, -2, 1, 0); (2, -3, 0, 1)]}_{\text{esses vetores são LI}}$

Na verdade uma base de W é $\{(1, -2, 1, 0), (2, -3, 0, 1)\}$

1 (c) $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$

Impondo a condição $p(1) = 0$ temos:

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$. Logo $a_0 = -a_1 - a_2 - a_3$.

Assim, $p(t) = (-a_1 - a_2 - a_3) + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$

$= a_1(t-1) + a_2(t^2 - 1) + a_3(t^3 - 1)$

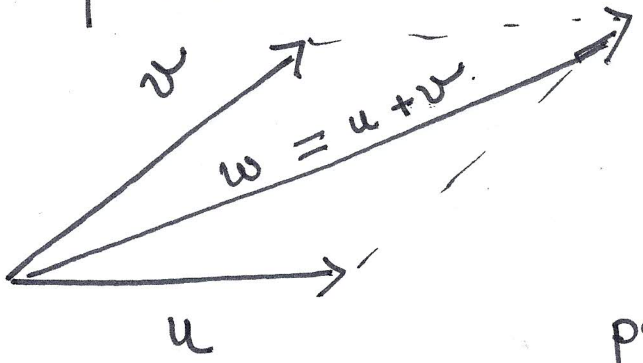
Portanto

$p(t)$ é CL de

$\{t-1,\ t^2-1,\ t^3-1\}$

Na verdade esse conjunto também é LI e portanto uma base de W.

8. Geometricamente



Note que $\{u, v\}$ é LI

$\{u, w\}$ é LI

$\{v, w\}$ é LI

Mas $\{u, v, w\}$ NÃO é LI

pois $1.u + 1.v + (-1)w = 0$

Se quiser um exemplo em $\mathbb{R}^2$

$u = e_1 = (1,0)$

$v = e_2 = (0,1)$

$w = e_1+e_2 = (1,1)$