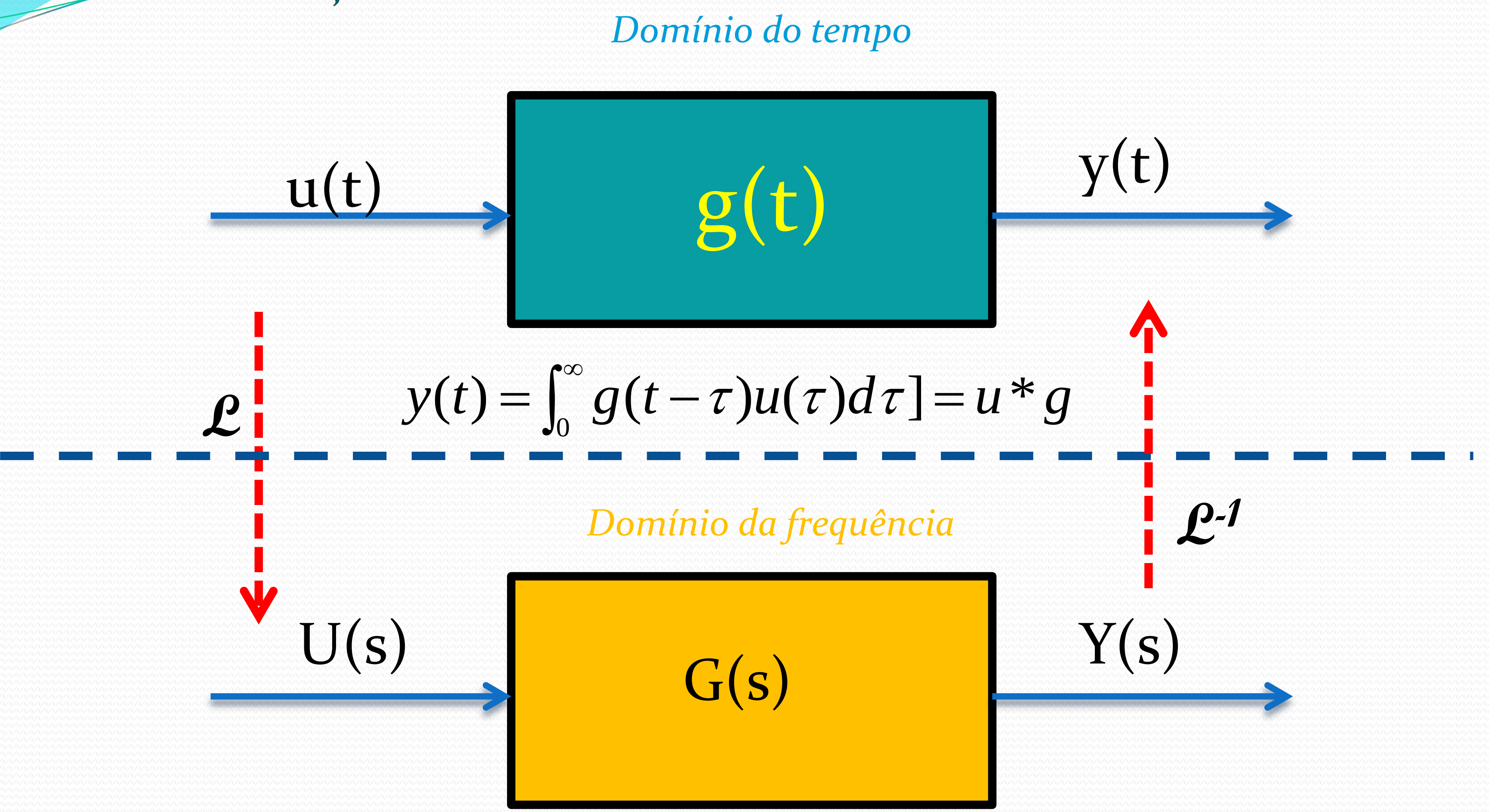
Álgebra de diagrama de Blocos

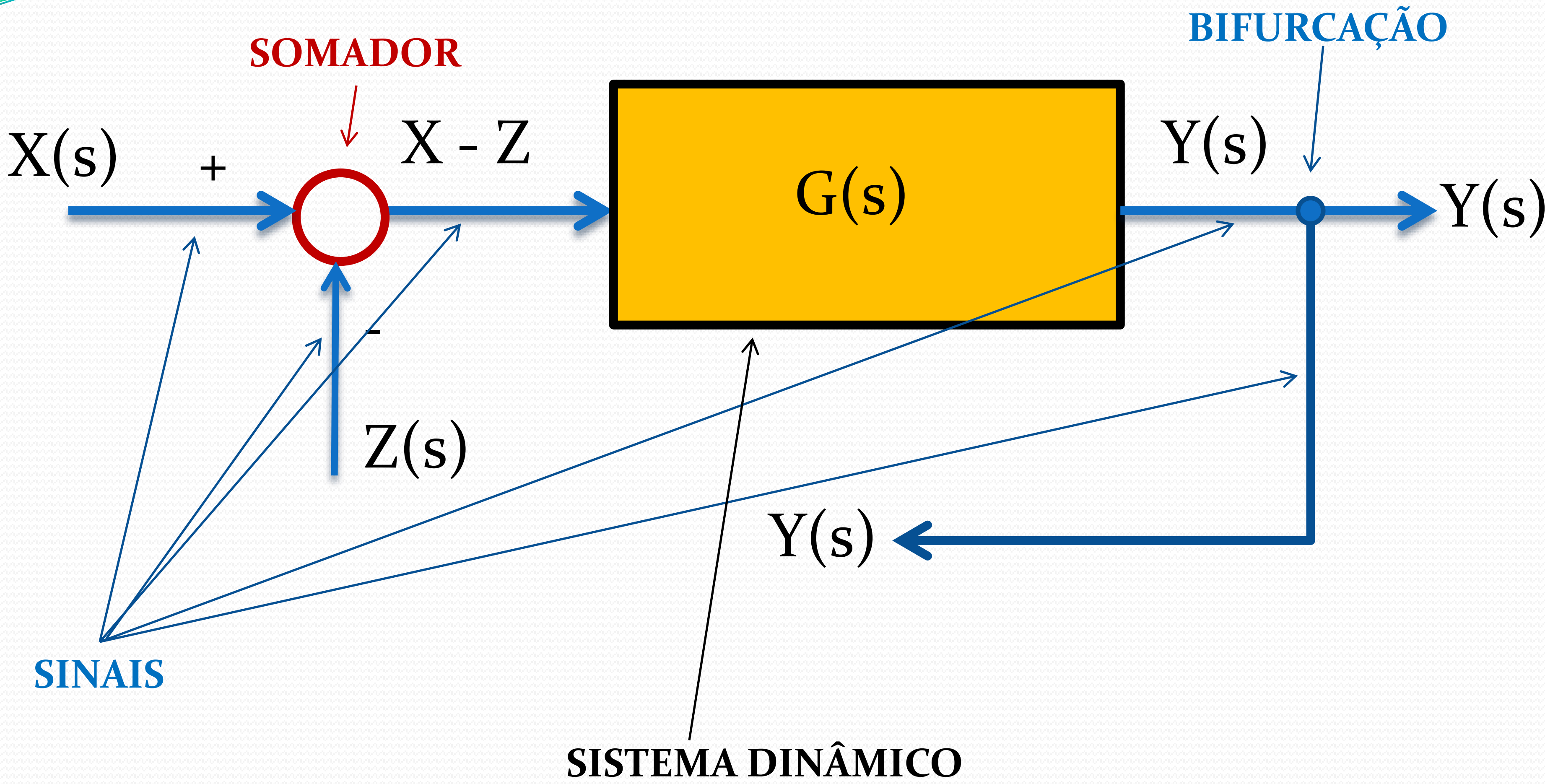
- Introdução
- Elementos básicos
- Operações básicas
  - Sistemas em Série
  - Sistemas em Paralelo
  - Realimentação
    - Realimentação Unitária
- Operações equivalentes
- Redução de Diagramas de Bloco

Introdução

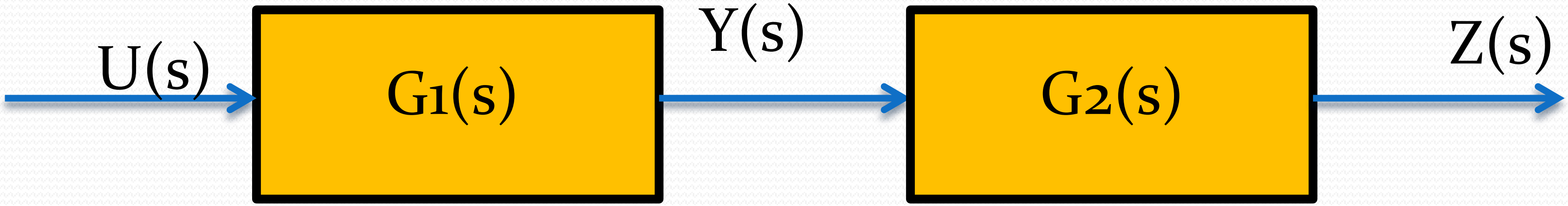


$$Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

Elementos básicos



Sistemas em Série

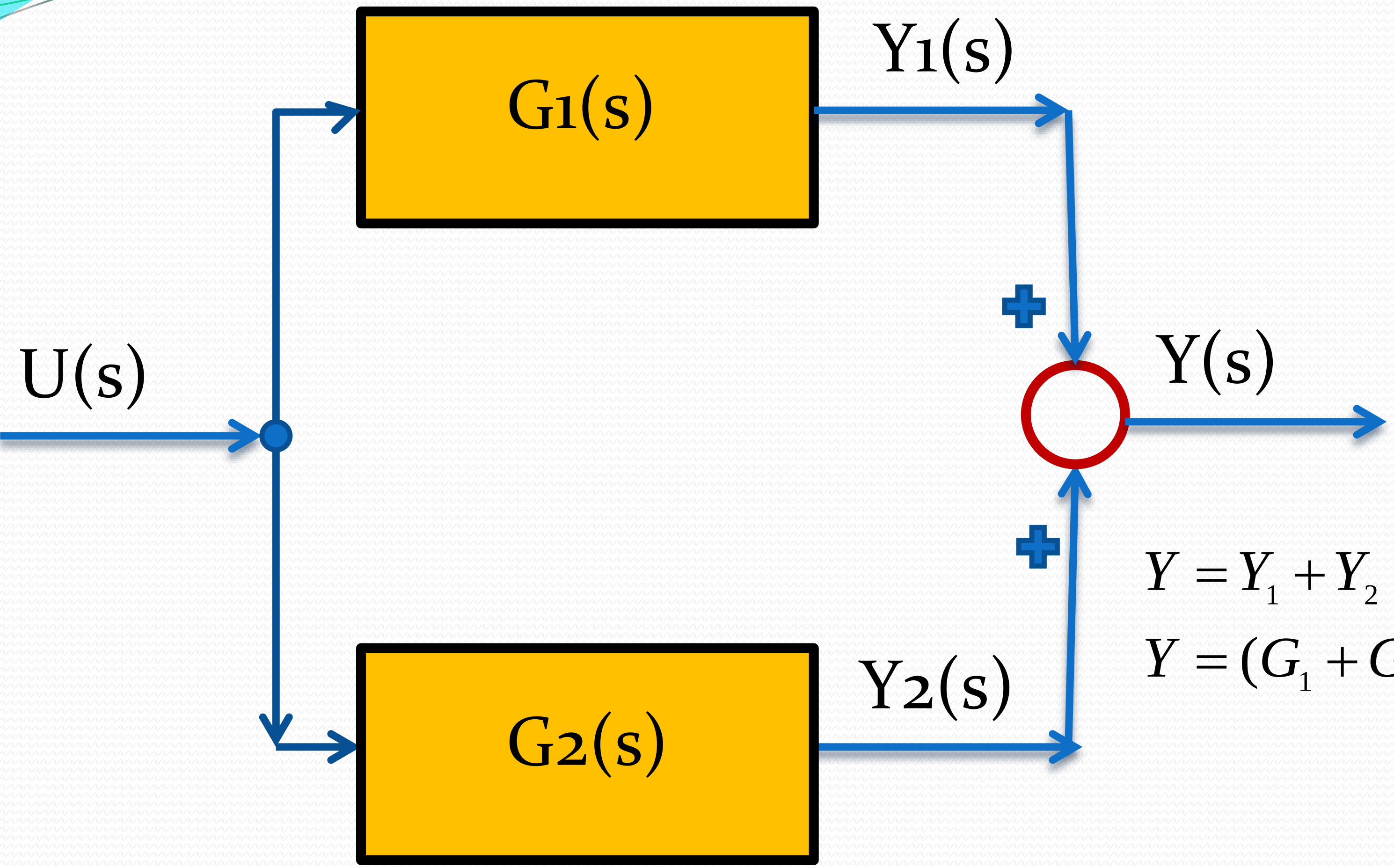


$$\left.\begin{aligned} Y &= G_1 U \\ Z &= G_2 Y \end{aligned}\right\} \Rightarrow Z = G_2 G_1 U$$

Bloco equivalente:

Se os sistemas forem escalares: $G_2G_1 = G_1G_2$

Sistemas em Paralelo

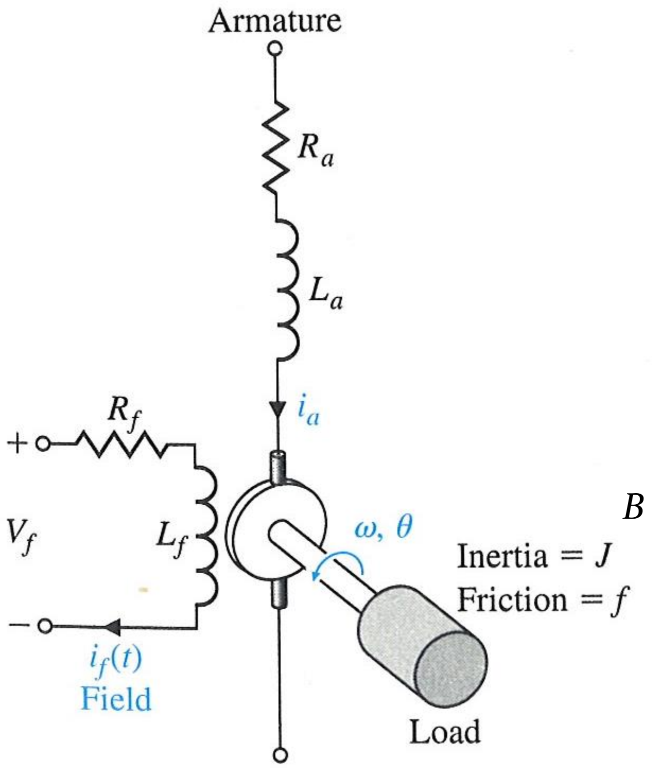


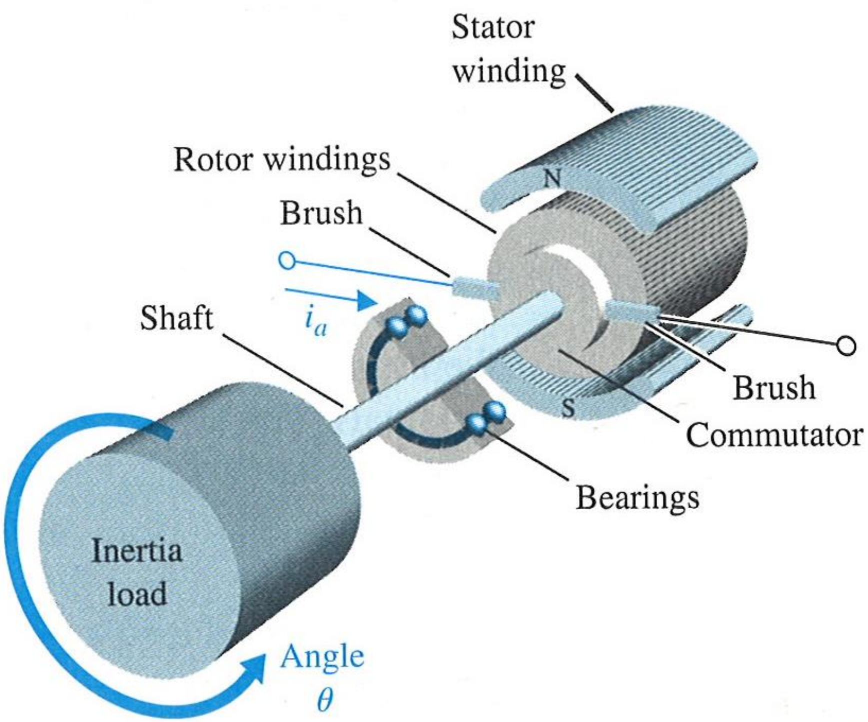
$$Y = Y_1 + Y_2 = G_1U + G_2U =$$

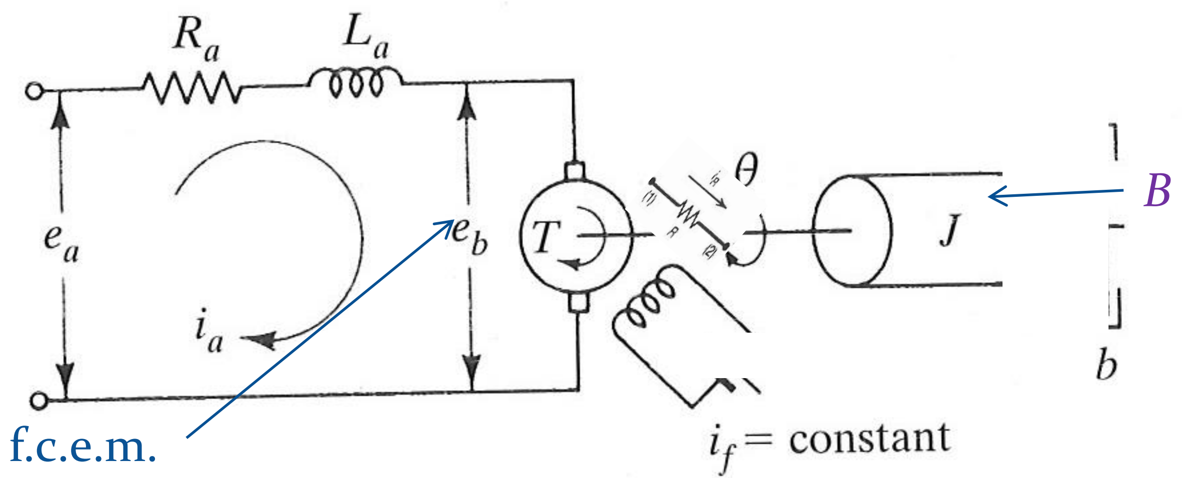
$$Y = (G_1 + G_2)U$$

Bloco equivalente:

Sistemas Realimentados: FTMF







A equação diferencial que modela o circuito da armadura é: (lei das malhas de Kirchhoff):

$$R_a i_a + L_a D i_a + e_b = e_a$$

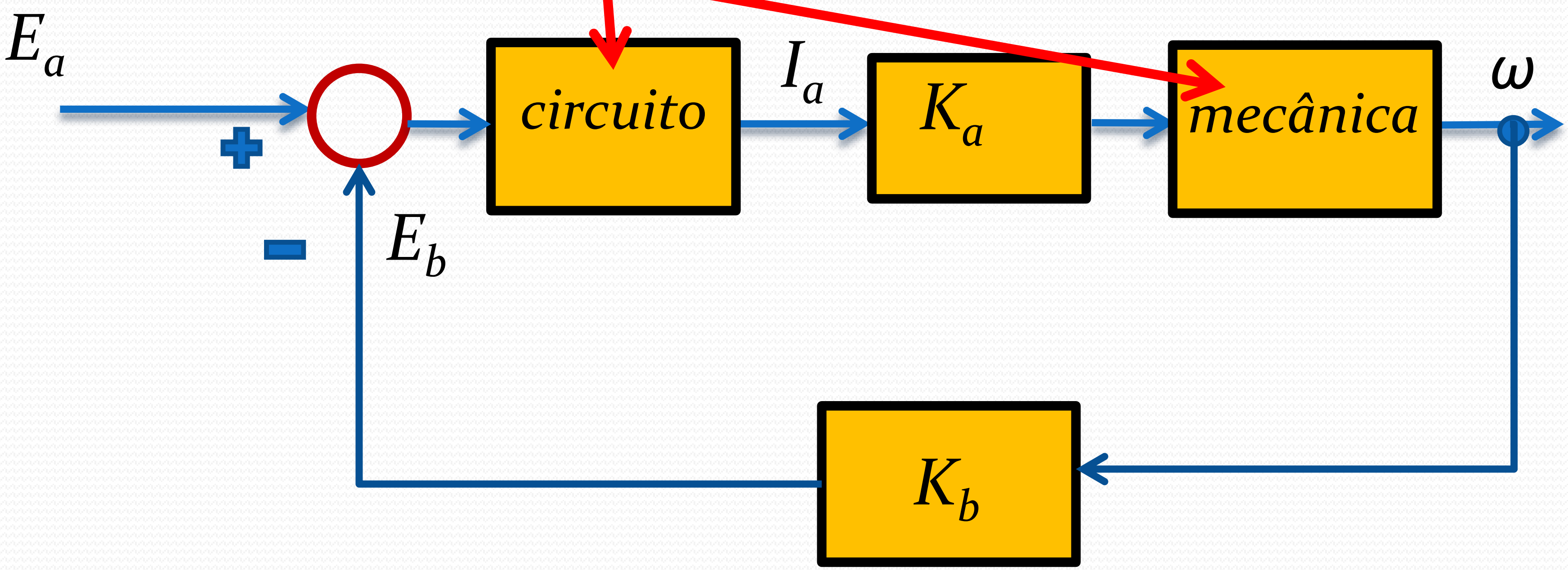
$$e_b = K_b(t)\omega(t)$$

$$(R_a + sL_a)I_a = E_a - E_b$$

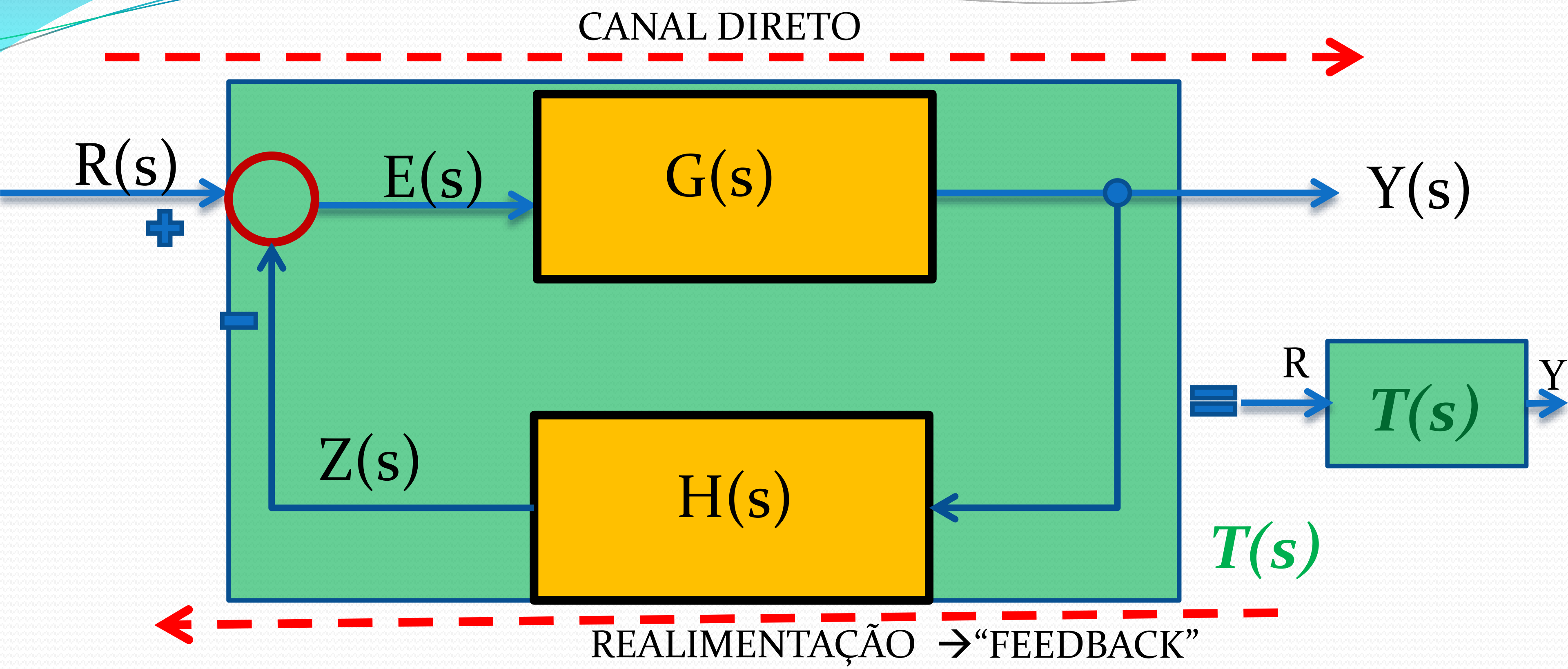
O modelo da parte mecânica do motor de inércia J e atrito viscoso B, vem do TMA:

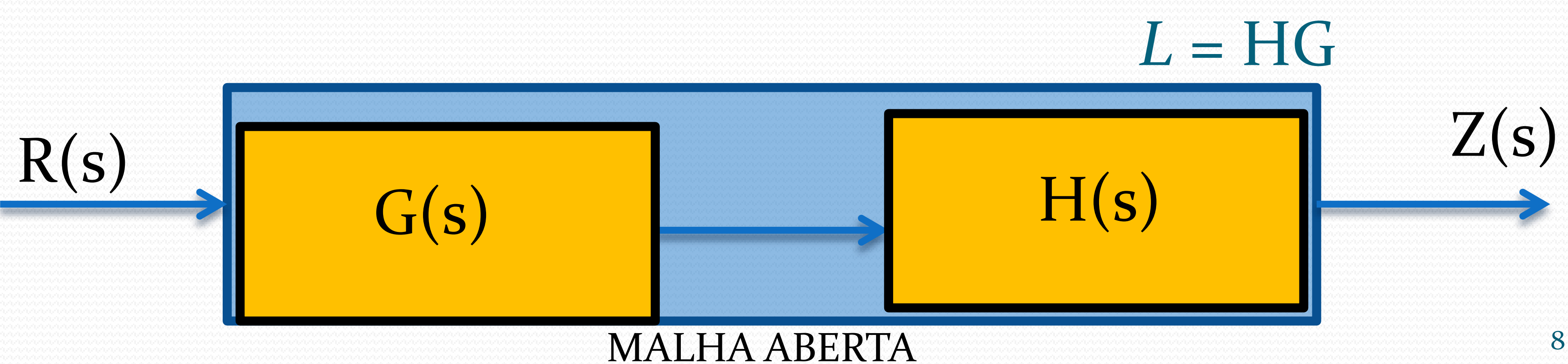
$$JD\omega + B\omega = T(t) = K_a i_a(t)$$

$$(Js^2 + Bs)\theta = K_a\left(\frac{E_a - K_b\omega}{R_a + sL_a}\right)$$



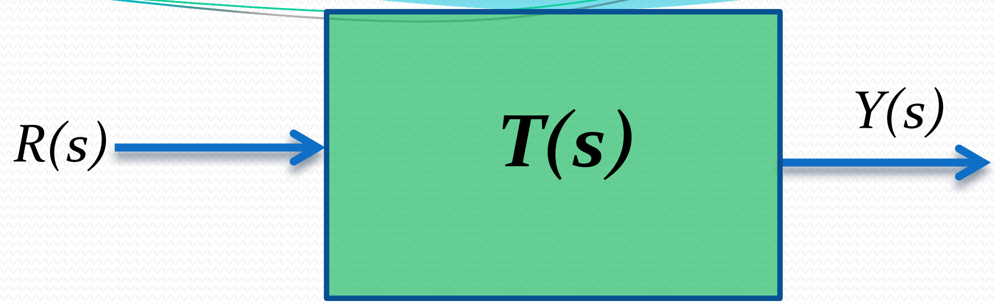
Sistemas Realimentados





Sistemas Realimentados: FTMF

Função de Transferência de Malha Fechada (FTMF)



$$Y(s) = T(s)R(s)$$

Realimentação *Negativa:*

$$Y = GE = G(R - Z) = GR - GHY$$

$$Y + GHY = GR$$

$$(I + GH)Y = GR \rightarrow I \ \ \text{matriz identidade de dimensão} = \text{GH}$$

$$\Rightarrow \text{Y(s)} = \underbrace{(I + GH)^{-1} G}_{T} R(s)$$

$$\text{Provar que}: (I + GH)^{-1} G = G(I + \underbrace{HG}_{L})^{-1} = G(I + L)^{-1}$$

→ *1) Para casa*

$$\text{Caso escalar}: GH = HG = L$$

$$F.T. \Rightarrow T(s) = \frac{Y}{R} = \frac{G}{(1 + GH)} = \frac{G}{(1 + L)} = \left.\frac{\text{canal direto}}{1 + \text{FTMA}}\right\} raízes \frac{\rightarrow zeros}{\rightarrow polos}$$

Realimentação *Positiva:*

$$T(s) = \frac{Y}{R} = \frac{G}{(1 - GH)} = \frac{G}{(1 - L)}$$

Sistemas Realimentados: FT do erro

$$E(s) = S(s)R(s)$$

$$E = R - Z = R - HY = R - HGE$$

$$\therefore (I + HG)E = R$$

$$E = \underbrace{(I + HG)^{-1}}_{S} R$$

$$Caso\,\text{escalar}:\ S = \frac{E}{R} = \frac{1}{(1+GH)} = \frac{1}{(1+L)}$$

$$Obs.: (I + HG)^{-1} = \frac{Adj(I + HG)}{\left|(I + HG)\right|}$$

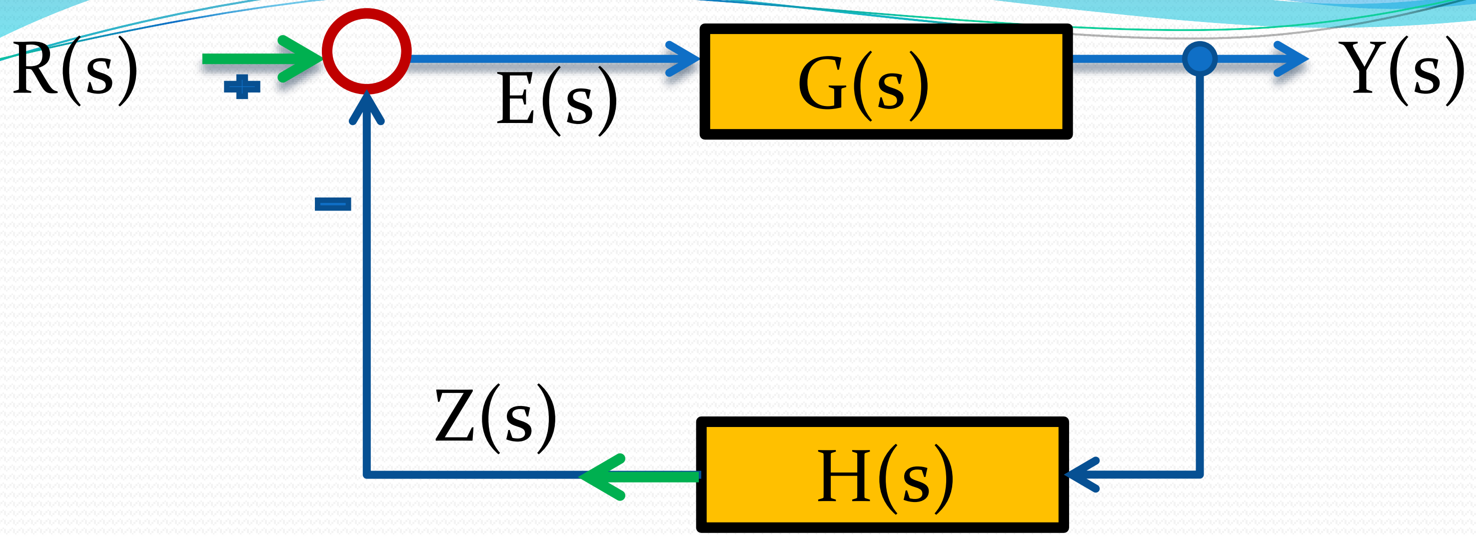
$$\textit{Equação característica:} \rightarrow \textit{dá}\ \text{os}\ \textit{polos}\ \text{do sistema}:$$

$$\left|(I + HG)\right| = 0$$

$$Caso\,\text{escalar}: 1 + GH = 0$$

$Obs.$: A equação característica é a mesma para $S(s)$ e $T(s)$!!

Alternativa para obter a FTMF:



a) Andando no contrafluxo dos sinais ir pelo caminho mais direto do sinal de saída desejado para o sinal de entrada desejado;

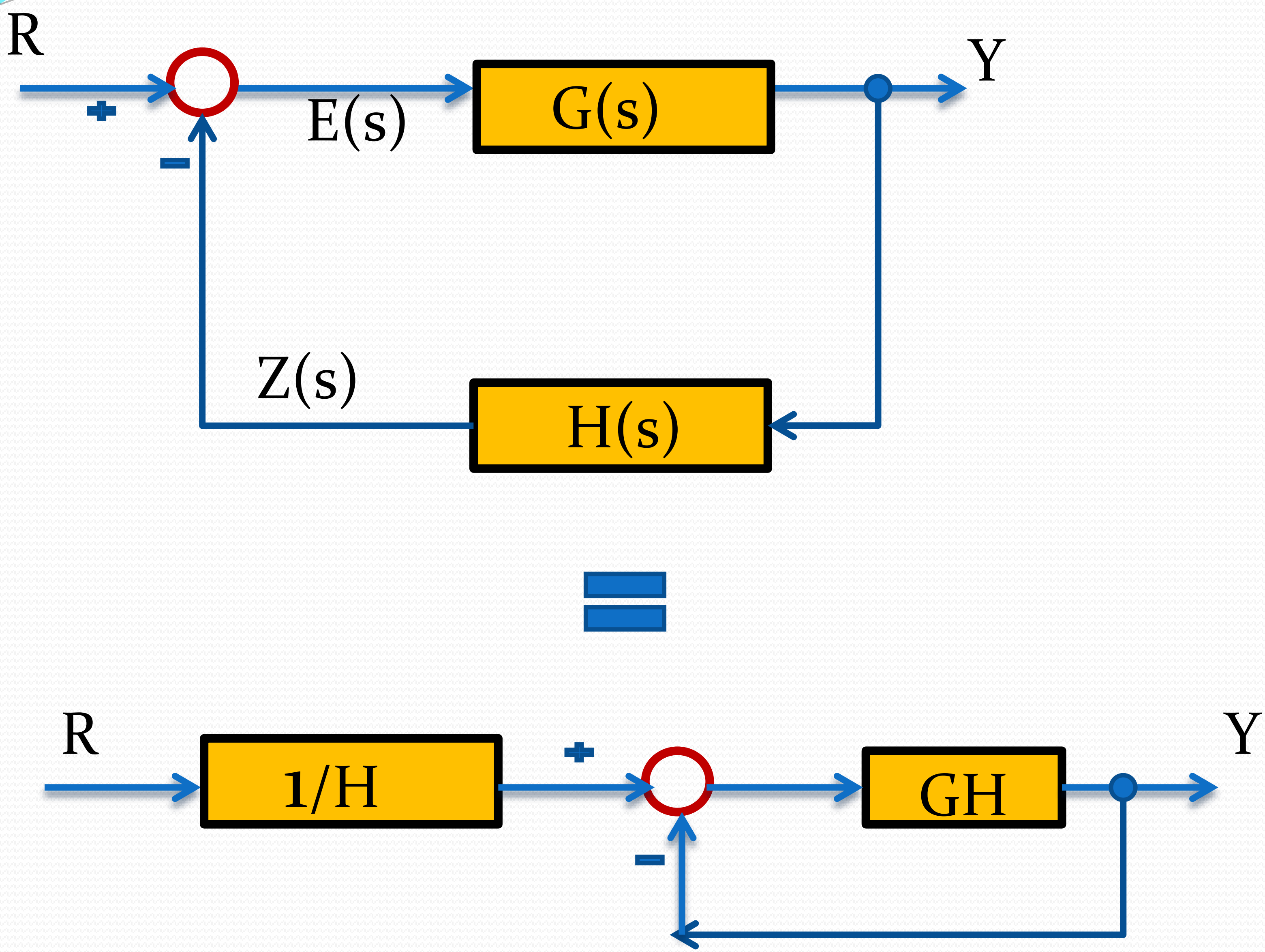
b) Ao chegar em um somador dividir o que obteve em a) por (1+L), onde L é a FTMA obtida andando no contrafluxo do sinal de realimentação até o ponto de início da realimentação:

$$\frac{Z}{R} = \frac{HG}{(1+HG)} = \frac{GH}{(1+GH)} = \frac{L}{1+L} \rightarrow escalar$$

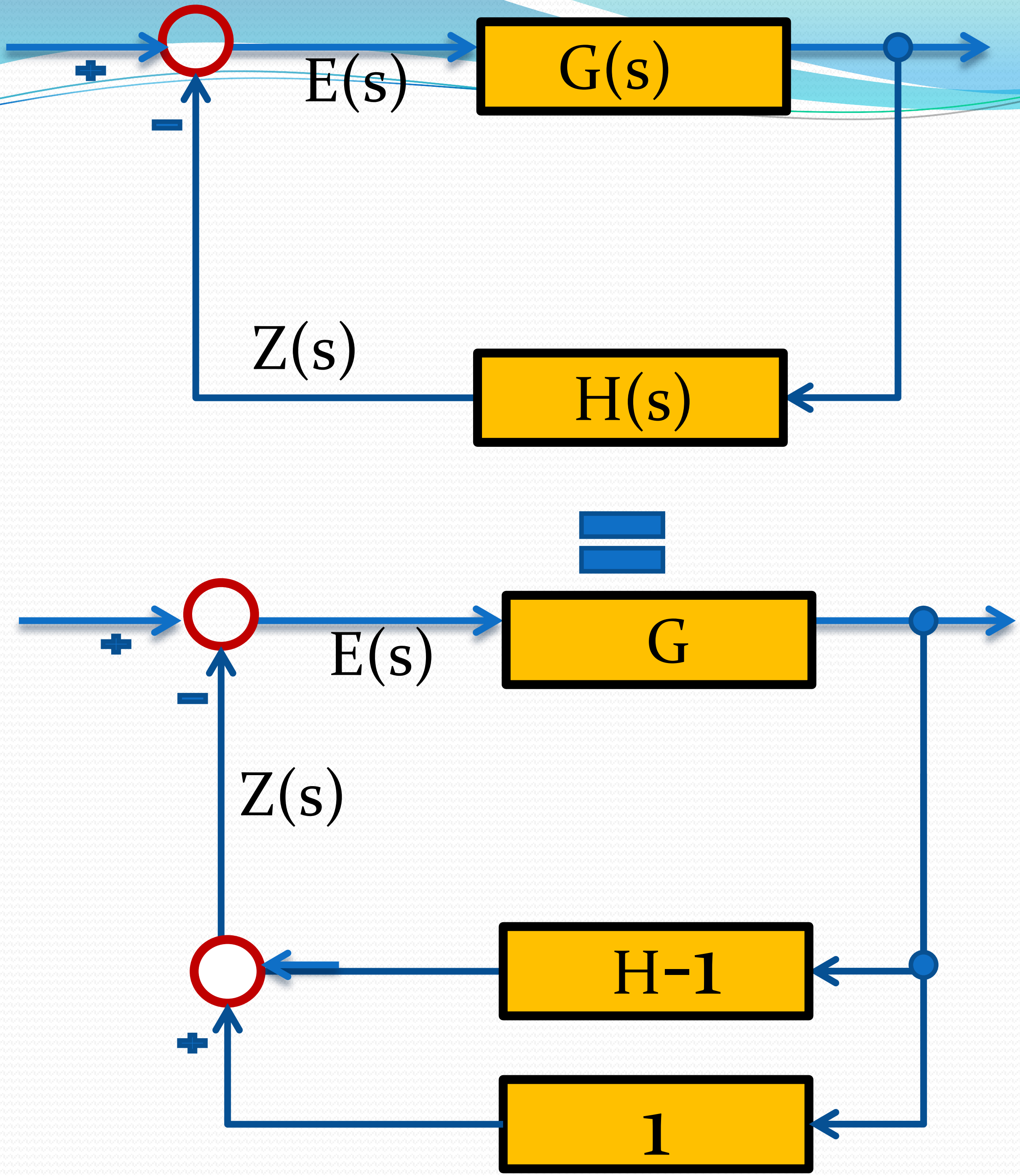
$$Z = HG(I+GH)^{-1} = (I+HG)^{-1}HG \rightarrow \text{multivariável}$$

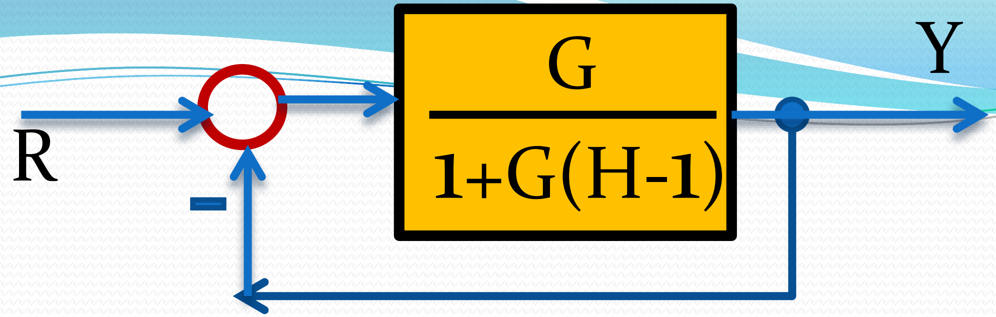
→ *2) Para casa*

Toda realimentação pode ser transformada numa realimentação unitária.



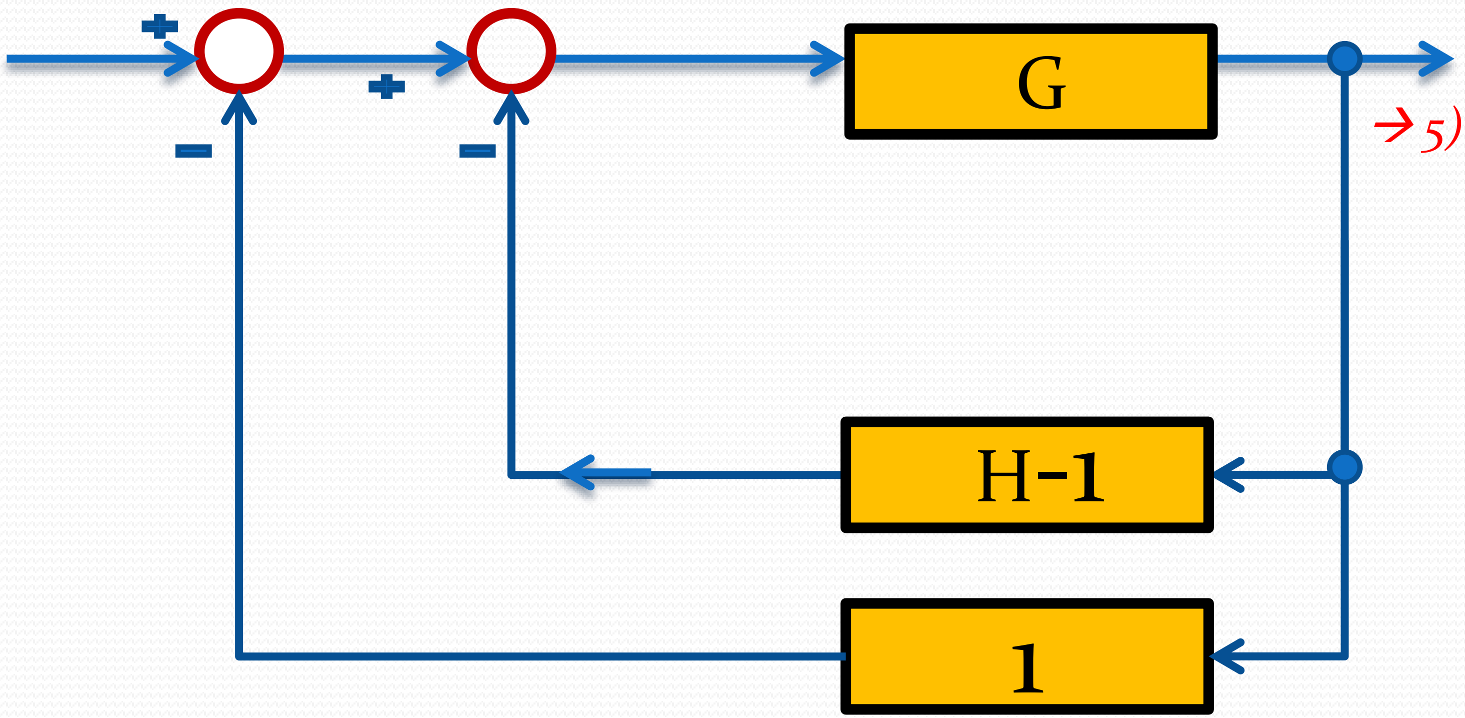
→ 3) Para casa


E(s)
G(s)
Z(s)
H(s)
E(s)
G
Z(s)
H-1
1

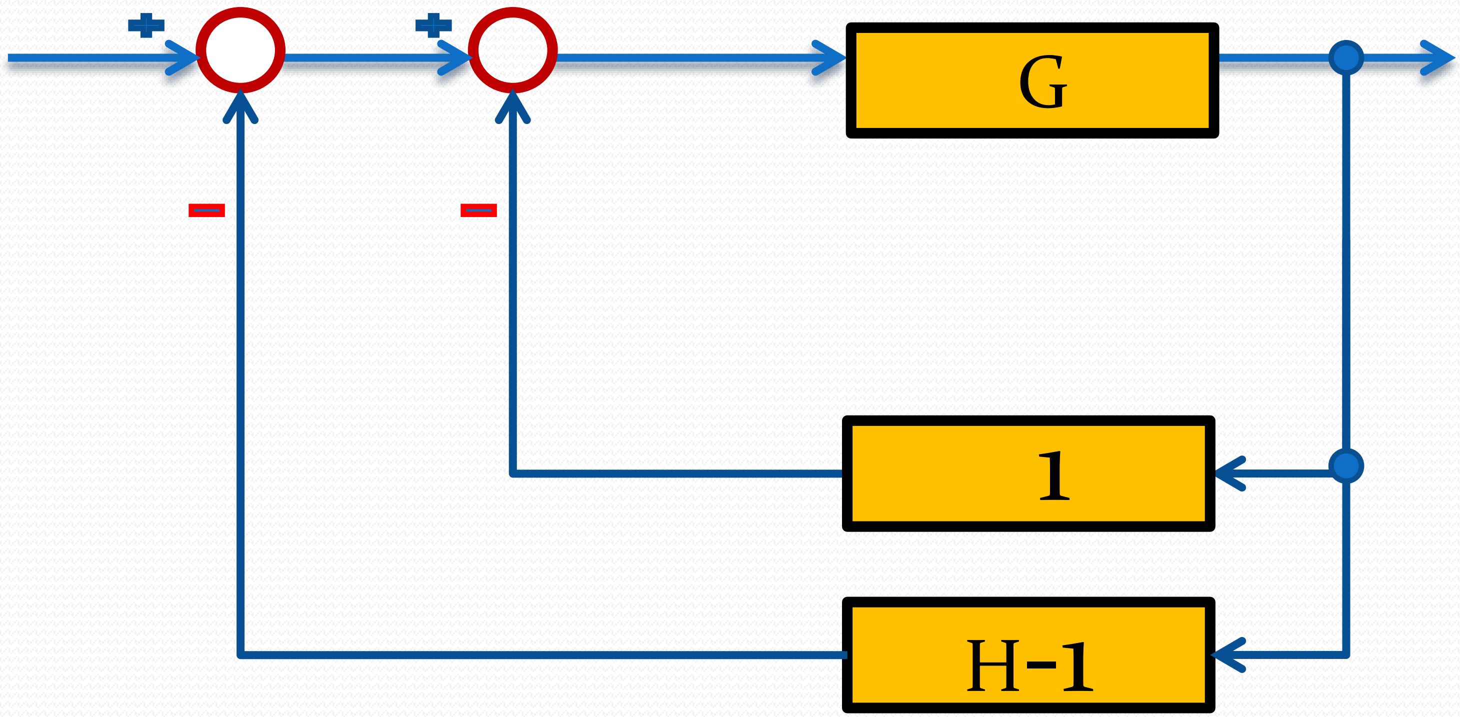


→ *4) Para casa*

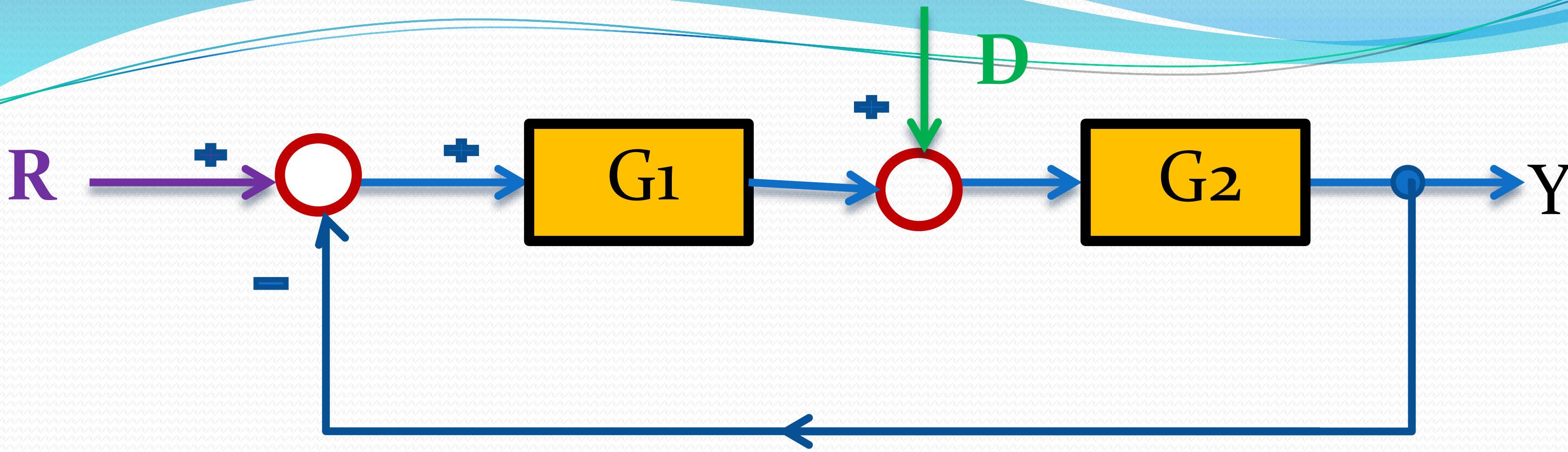
OU:



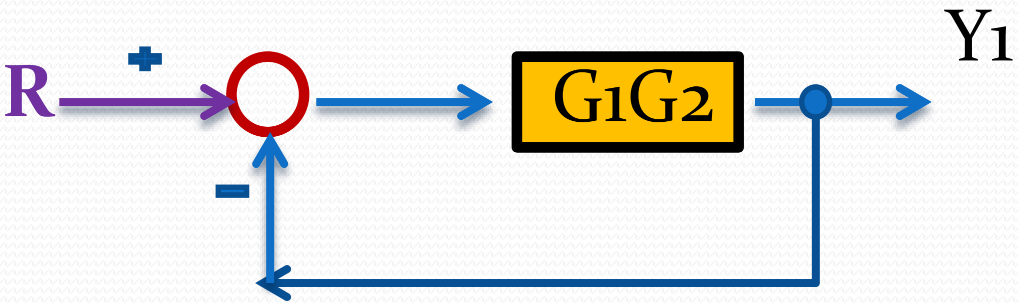
→ *5) Para casa*



→ *6) Para casa*

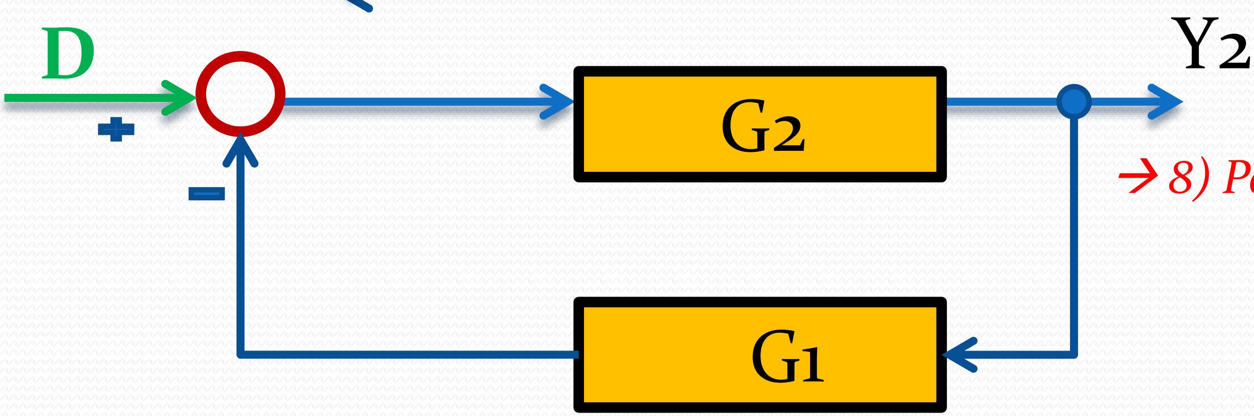


D=0 ⇒



→ 7) Para casa

R=0 ⇒

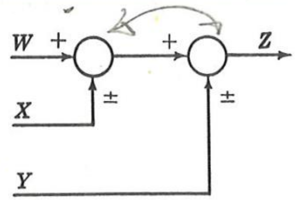


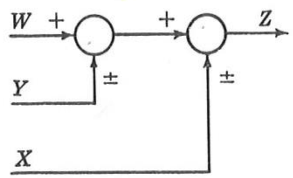
→ 8) Para casa

$Y = Y_1 + Y_2$ *→ 9) Para casa: E fazer observações sobre as equações características*

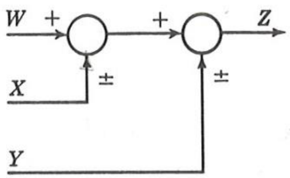
Outras álgebras

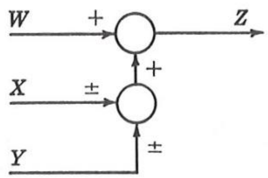
$Z = W \pm X \pm Y$





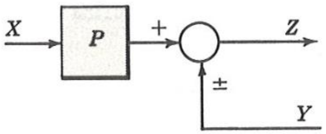
$Z = W \pm X \pm Y$

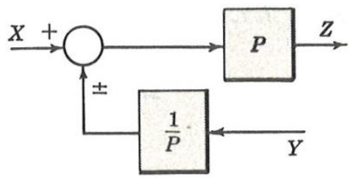




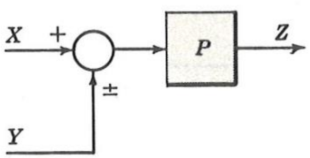
→ 10) Para casa

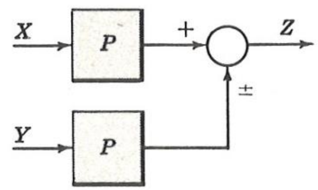
$Z = PX \pm Y$



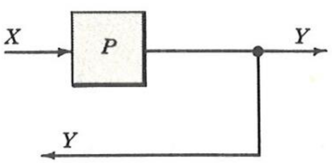


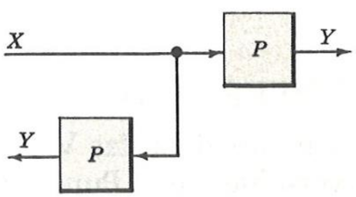
$Z = P[X \pm Y]$



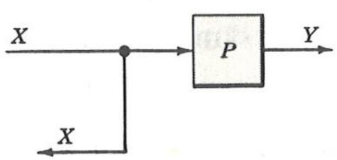


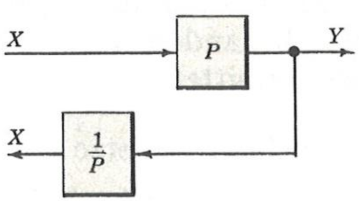
$Y = PX$

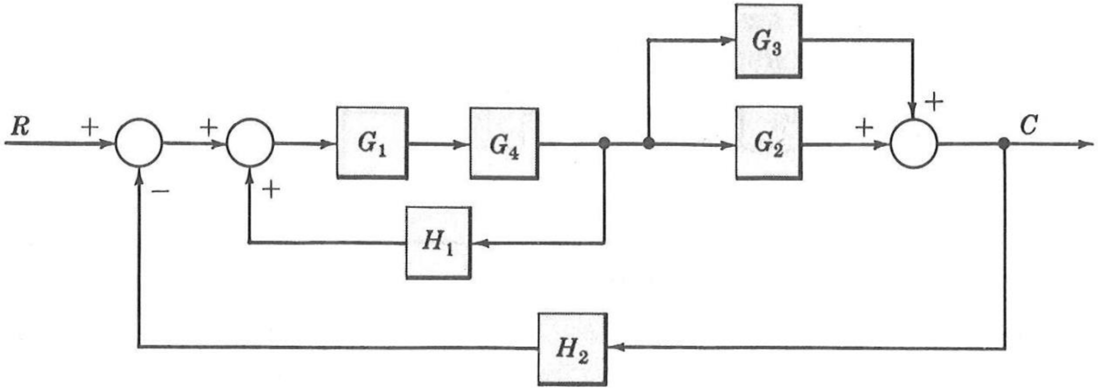


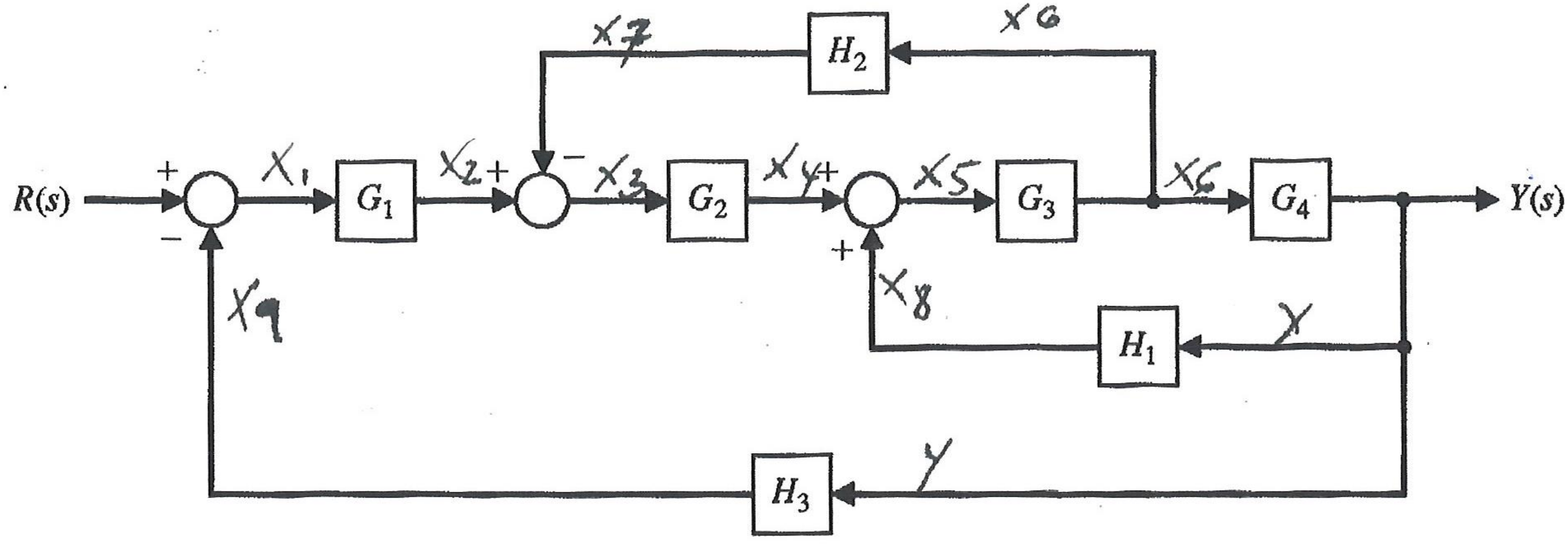


$Y = PX$

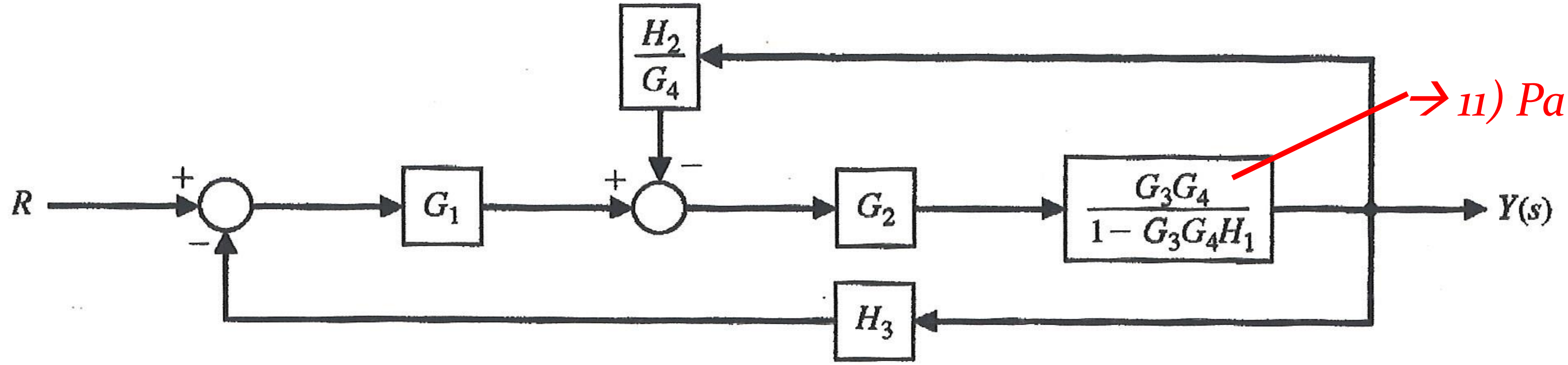





R
+
−
+
+
G1
G4
H1
G3
G2
+
+
C
H2



R(s)
Y(s)
G1
G2
G3
G4
H1
H2
H3
X1
X2
X3
X4
X5
X6
X7
X8
X9
+
−

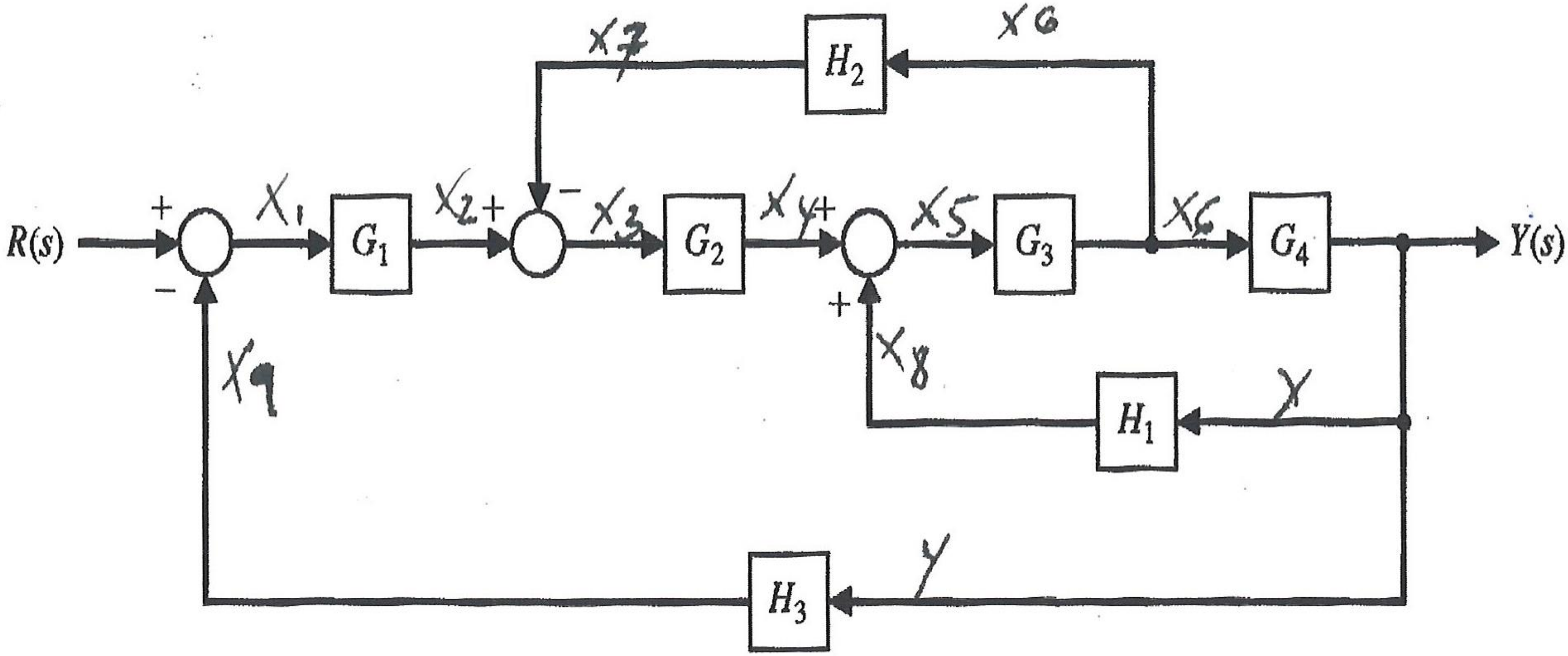


→ *11) Para casa*

→ *12) Para casa*

→ *13) Para casa*

Alternativa para o ex. anterior:



Alternativa para o ex. anterior:

$$Y = G4X6 = G4G3X5 = G4G3\left(X4 + X8\right)$$

$$Y = G4G3X4 + G4G3H1Y = G4G3G2\left(X2 - X7\right) + G4G3H1Y$$

$$Y - G4G3H1Y = G4G3G2G1X1 - G4G3G2H2X6$$

$$Obs.: X6 = \frac{Y}{G4}$$

$$Y - G4G3H1Y + G4G3G2H2\frac{Y}{G4} = G4G3G2G1\left(R - X9\right)$$

$$Y - G4G3H1Y + G3G2H2Y = G4G3G2G1R - G4G3G2G1H3Y$$

$$\left(1 - G4G3H1 + G3G2H2 + G4G3G2G1H3\right)Y = G4G3G2G1R$$

$$T(s) = \frac{Y}{R} = \frac{G4G3G2G1}{\left(1 - G3G4H1 + G2G3H2 + G1G2G3G4H3\right)}$$