

MAT1514 – A Matemática na Educação Básica



IME-USP

Prof. Dr. Júlio César
Augusto do Valle

Aula - 26/10



Em nossa aula, teremos:

- a) Apresentação de outros problemas ligados às bases;
- b) Resgate da história dos sistemas de numeração para explorar a construção dos números com ênfase na Crise dos Incomensuráveis;
- c) apresentação da lista de exercícios sobre bases e sistemas de numeração;





Outros problemas e contextos

- É possível escrever a seguinte igualdade para alguma base b ?

$$322_b = 87$$

- Se sim, qual é essa base?





Outros problemas e contextos

- $322_b = 87$

$$3b^2 + 2b^1 + 2b^0 = 87$$

$$3b^2 + 2b - 85 = 0$$





Outros problemas e contextos

- $322_b = 87$

$$3b^2 + 2b^1 + 2b^0 = 87$$

$$3b^2 + 2b - 85 = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau, obteremos $b = 5$ como possibilidade

Outros problemas e contextos



- **Em que base $5 \times 7 = 43$?**





Outros problemas e contextos

- Em que base b , $5 \times 7 = 43_b$?

$$5 \times 7 = 43_b$$

$$35 = 4b^1 + 3b^0$$

$$4b = 35 - 3$$

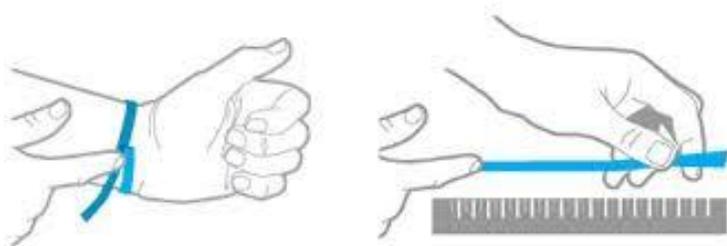
$$4b = 32$$

$$b = 8$$

→ Na base 8, $5 \times 7 = 43_8$.

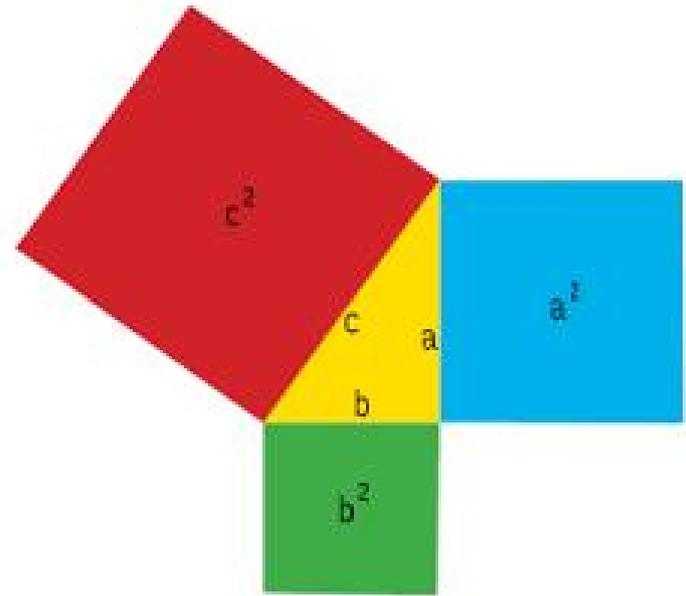
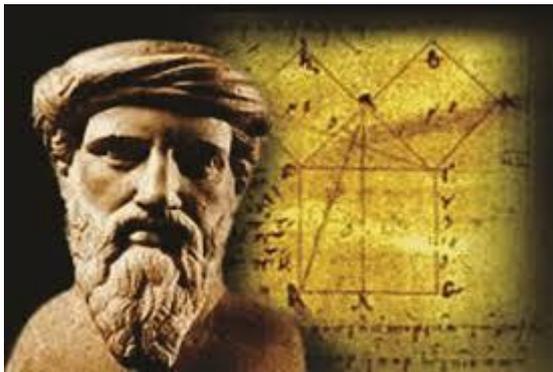


A história dos sistemas de numeração,
dos agrupamentos e das bases não
estava somente conectada à
contagem, mas também à **medição**.





Pitágoras, a Escola Pitagórica e a Crise dos Incomensuráveis



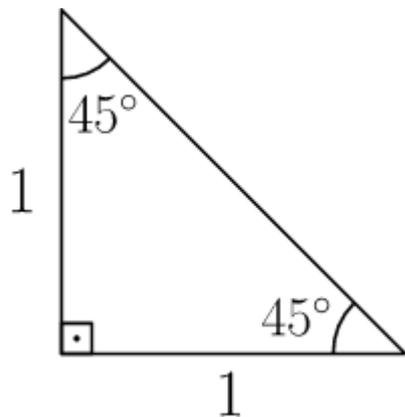
**“Tudo é número”
“Número é a medida
de todas as coisas”**

Comensurável





Pitágoras, a Escola Pitagórica e a Crise dos Incomensuráveis

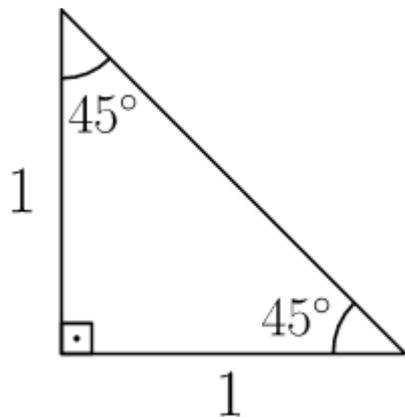


Qual é o valor da hipotenusa do triângulo ao lado?

É possível representar esse valor como a razão entre dois números naturais?

Suponhamos que seja (...)

Pitágoras, a Escola Pitagórica e a Crise dos Incomensuráveis



Suponhamos que seja,

Deve existir m, n naturais tais que a fração irredutível m/n corresponda a este valor.

Neste caso,

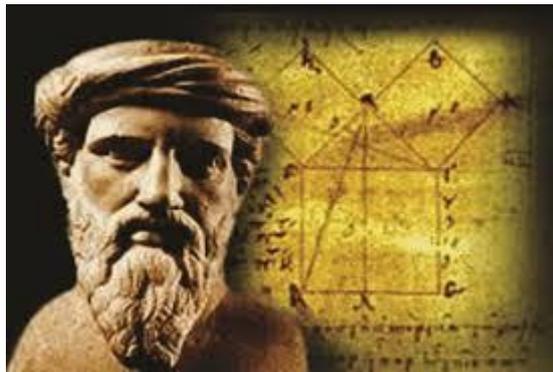
$$\sqrt{2} = m/n.$$

$$2 = \frac{m^2}{n^2} \therefore m^2 = 2n^2.$$

O que podemos pensar?



Pitágoras, a Escola Pitagórica e a Crise dos Incomensuráveis

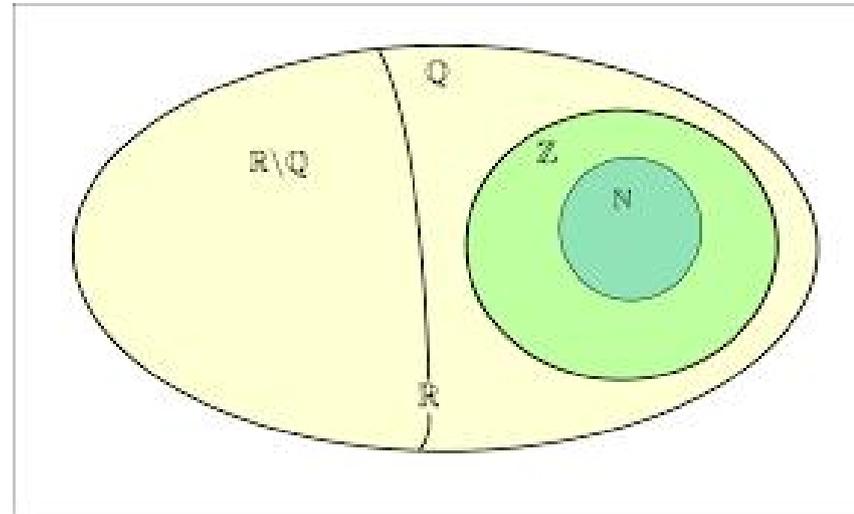


- Não se pode comensurar todos os segmentos representados; (Incomensuráveis)
- Irracionais (que não são racionais, que não podem ser expressos como frações irredutíveis)



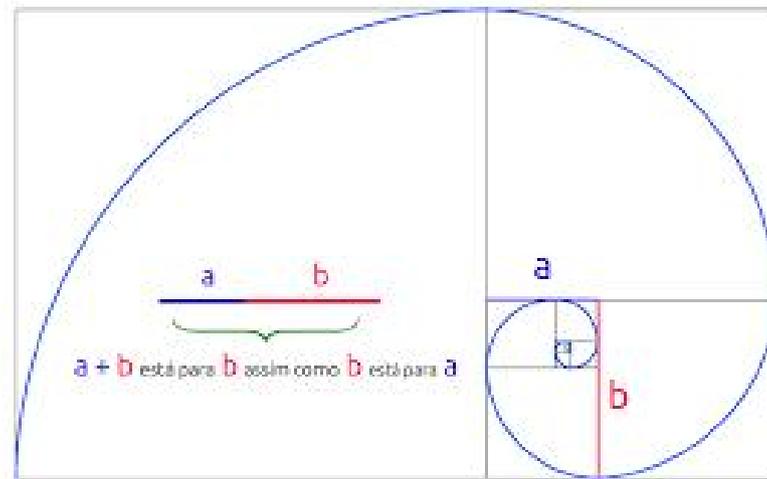


Os números irracionais e os conjuntos numéricos





Que outros números irracionais conhecemos?



Para explorar mais:
Número de ouro





Aula - 29/10



Em nossa aula, teremos:

- a) Números racionais e irracionais na história da matemática;
- b) Fração, suas concepções e usos;
- c) Explicação de como será a realização da P1 na semana seguinte (05/11)



Matemática e realidade



A Ciência, e em particular a Geometria e Astronomia, estava ligada diretamente ao divino para a maioria dos estudiosos. Desde que Deus criou o universo a partir de princípios geométricos e harmônicos.

- Pintura: "God the Geometer" from Bible Moralisé of Blanche of Castile, 1220;
- Deus-Pai, como arquiteto, ilustração numa Bible Moralisé (textos bíblicos com comentários moralizantes);



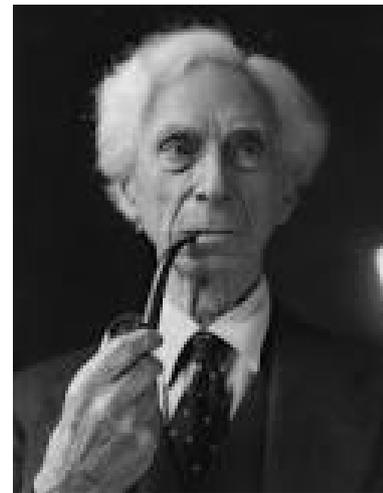
Matemática e realidade



Leopold Kronecker (1823-1891),
“Deus fez os números inteiros, o
resto é trabalho do homem.”



“A matemática, vista
corretamente, possui não apenas
verdade, mas também suprema
beleza - uma beleza fria e
austera, como a da escultura”,
Bertrand Russell (1872-1970)



A matemática foi descoberta ou inventada?



<https://super.abril.com.br/especiais/a-matematica-foi-descoberta-ou-inventada/>

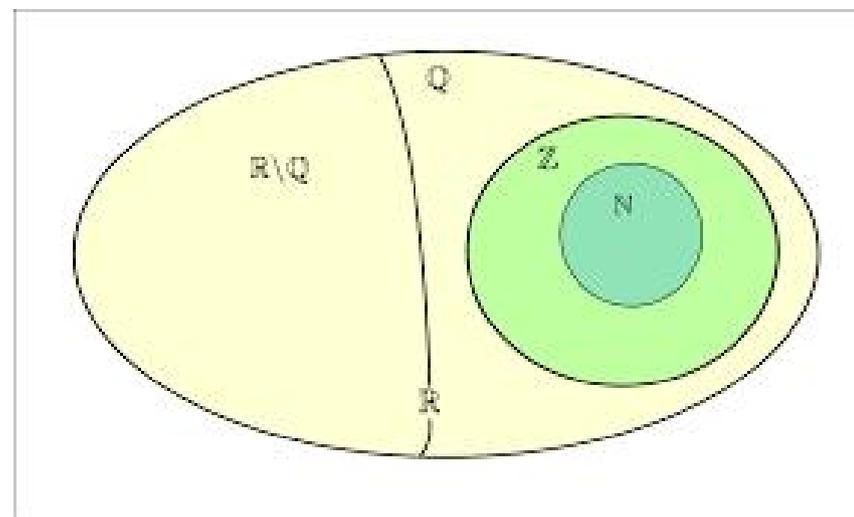




Os números irracionais e os conjuntos numéricos

UM CUIDADO:

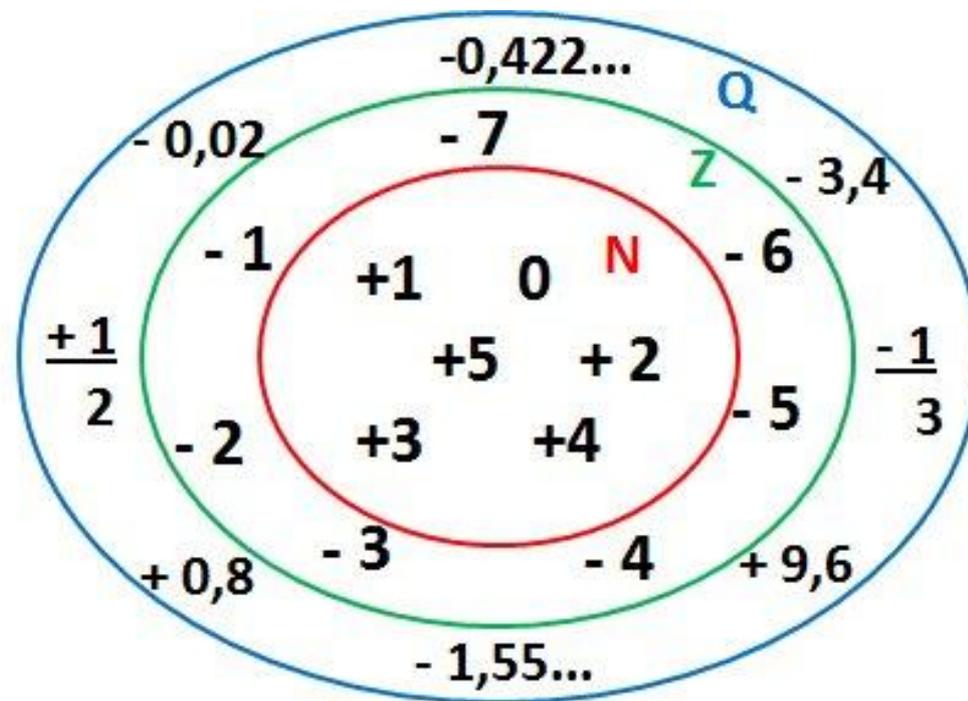
A maneira como os
conjuntos numéricos são
ensinados, em especial
**racionais, irracionais e
reais;**





O conjunto dos números racionais

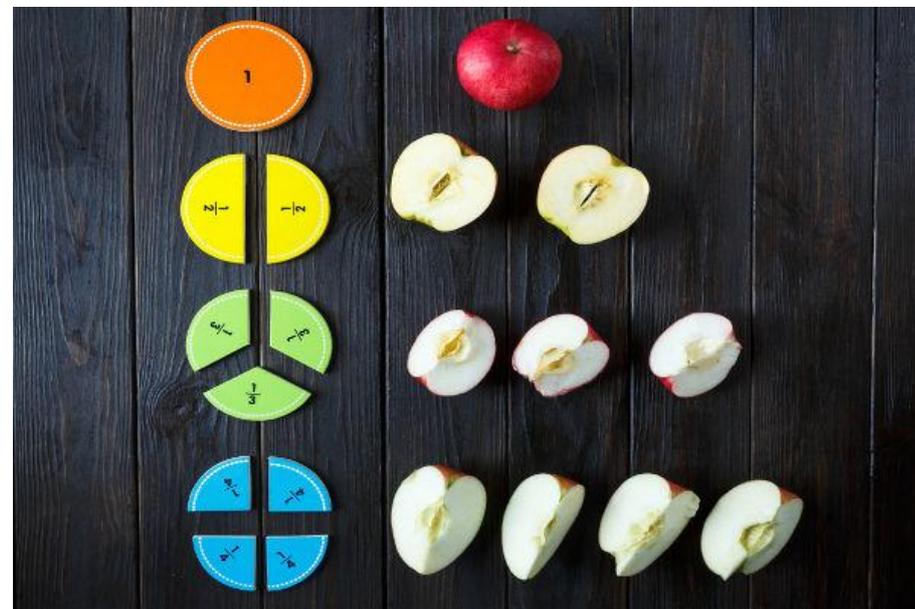
 $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$



FRAÇÕES



- Fração como Relação parte-todo;
- Fração como quociente indicado ou número racional;
- Fração como razão.



Fração como Relação Parte-todo



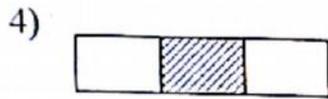
$\frac{2}{3}$ de uma barra de chocolate



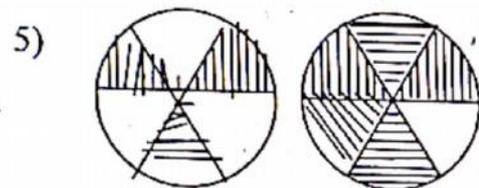
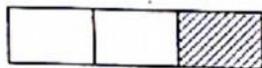
$\frac{2}{3}$ de uma coleção de 6 maçãs



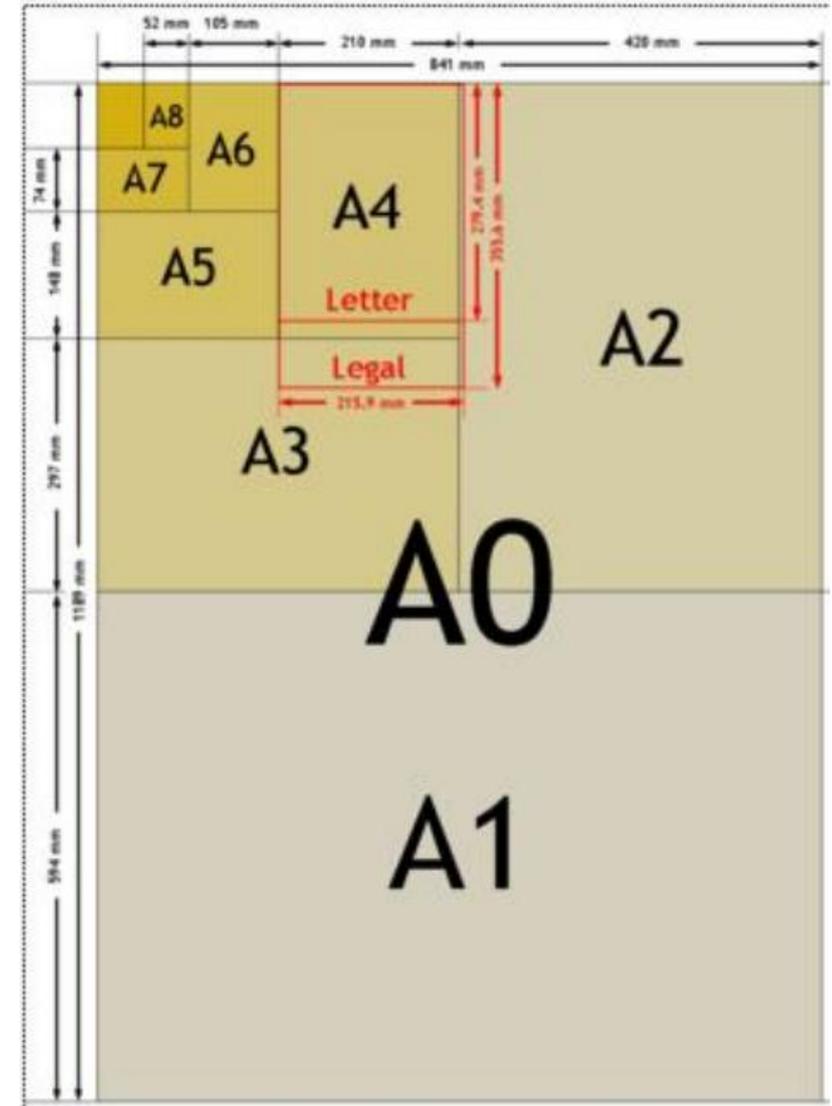
$\frac{2}{3}$ de uma coleção de 6 maçãs



$\frac{2}{3}$ de uma barra de chocolate



$\frac{2}{3}$ de duas pizzas



Fração como Quociente indicado ou número racional



Ideias de partição, em que o quociente representa o tamanho de cada grupo e quando se conhece o número de grupos a serem formados.

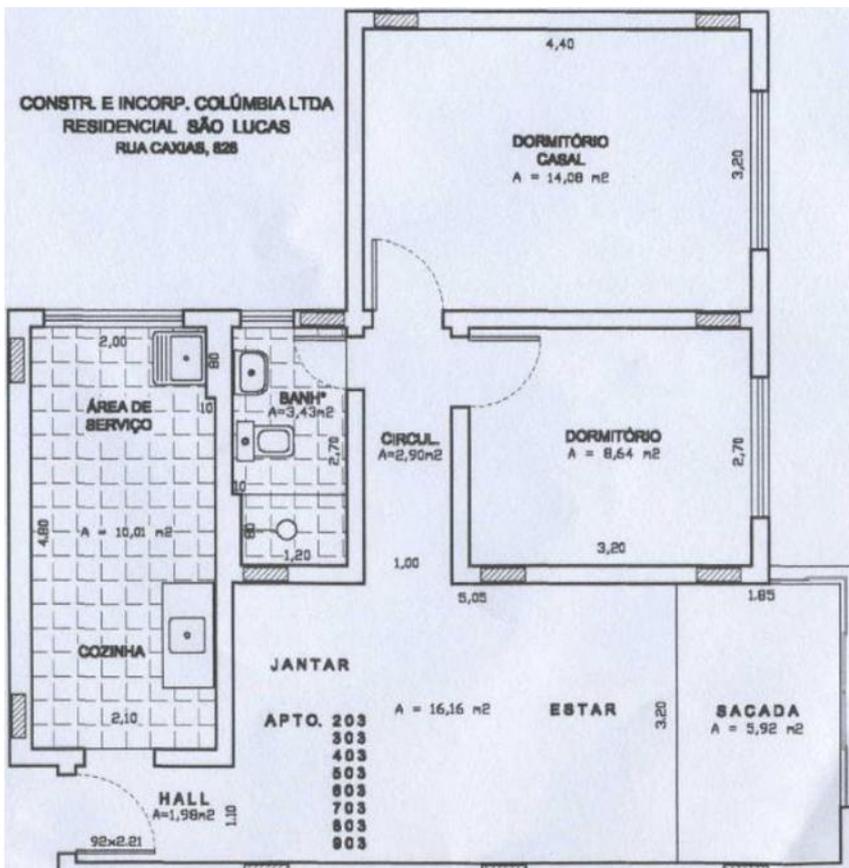
Exemplo: dividir duas pizzas igualmente para três pessoas. Que fração representa o que cada um irá receber?

Expressão de número racional, o número na reta numérica, ou ainda, a sua representação na notação decimal.

Exemplo: represente $3/5$ na reta numérica, ou ainda, escreva na forma decimal.



Fração como razão



1º Exemplo - Um objeto tem 10 metros de comprimento. Se seu comprimento for representado num desenho por 1 metro, qual foi a escala usada?

$$\text{Escala} = \frac{\text{Comprimento no desenho}}{\text{Comprimento real}} = \frac{1 \text{ metro}}{10 \text{ metros}} = 1:10$$

$$\text{DENSIDADE DEMOGRÁFICA (hab/km}^2\text{)} = \frac{\text{POPULAÇÃO ABSOLUTA}}{\text{ÁREA}}$$

$$\text{Densidade} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$$

Fração como razão



Em uma sala de aula, temos 12 meninas e 14 meninos.
Estabeleça a razão entre o total de alunos e o número de meninos.

Total de alunos = $14 + 12 = 26$
Meninos = $14/26 = 7/13$

Sendo assim, a cada 13 alunos da sala, 7 são meninos.



Fração como razão



O município de Buriti, no Pará, tem atualmente 35 mil habitantes. A razão entre os habitantes que moram no meio urbano da cidade e os que moram nas comunidades ao redor é igual a $\frac{2}{5}$. Quantos habitantes moram no meio urbano?



Funcionamento da P1



- Tópicos abordados: Criptografia e matrizes, Sistemas de numeração e Bases;
- 7 questões, dentre as quais se deve escolher 4;
- *Google Forms* → horário da aula (10h-11h40, 05/11)
- Submeter no *e-disciplinas* no local indicado até às 14h.