

Média Móvel e Métodos de Suavizamento – Parte 2

PNV-3421 – Processos Estocásticos

Prof. Dr. João Ferreira Netto

Bibliografia Principal

- Hanke, J.E & Reitsch A.G. (1998) Business Forecasting. 6th Edition, Prentice Hall, Upper Sadle River, NJ.

Roteiro

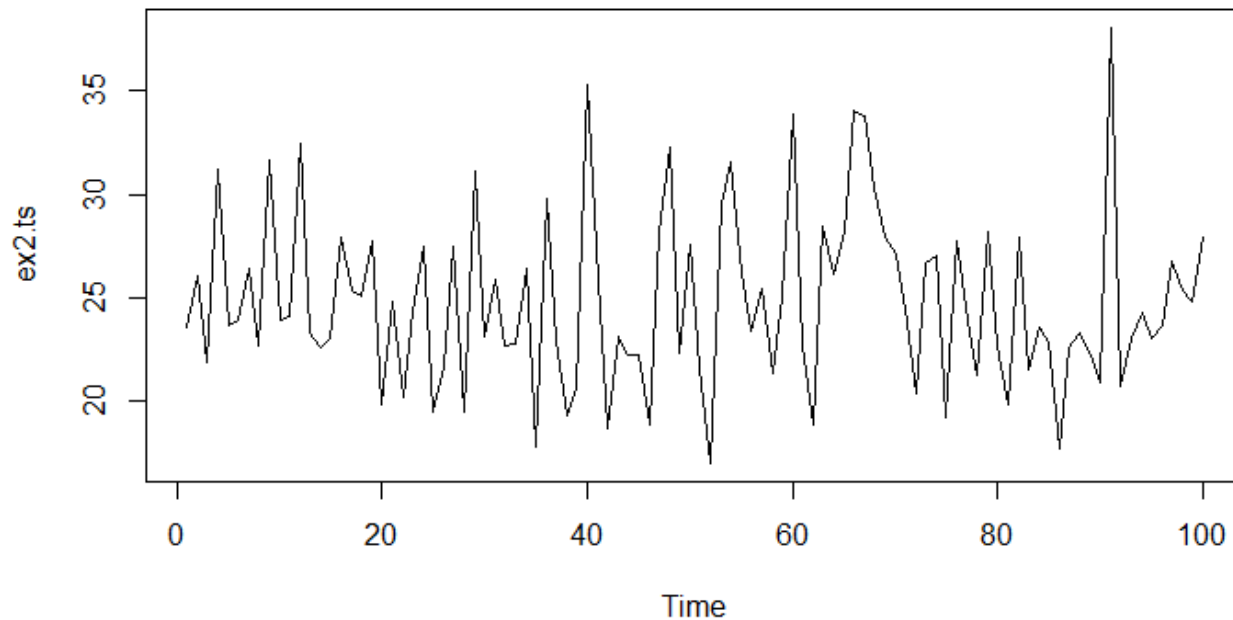
- Suavizamento Exponencial
 - Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)
 - Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência e Sazonalidade (Método de Winter)
-

Suavizamento Exponencial

- A previsão (para o instante $t+1$) consiste em uma média ponderada do dado observado no instante t e da previsão feita para o instante t .
 - $\hat{Y}_{t+1} = S_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)\hat{Y}_t \quad (0 < \alpha < 1)$
 - α = constante de suavizamento
 - S_t = valor suavizado no instante t
-

Suavizamento Exponencial

- Exemplo: ache a curva de suavizamento para uma série histórica de nível de precipitação (polegadas/ano) em Londres, de 1813 a 1912 (Exemplo 0).



Suavizamento Exponencial

- Exemplo: resolva o problema no Excel, e ache o peso ótimo de alfa, que minimiza o erro quadrático médio.

Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Método de suavizamento que incorpora a modelagem de uma componente de tendência linear.
 - $A_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(A_{t-1} + T_{t-1})$
 - $T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$
 - $\hat{Y}_{t+p} = A_t + pT_t$
 - Onde: Y_t - valor observado no período t ; A_t - valor suavizado; T_t - componente de tendência; α - constante de suavizamento ($0 < \alpha < 1$); β - constante de suavizamento para a componente de tendência ($0 < \beta < 1$); \hat{Y}_{t+p} - previsão para p períodos futuros.
-

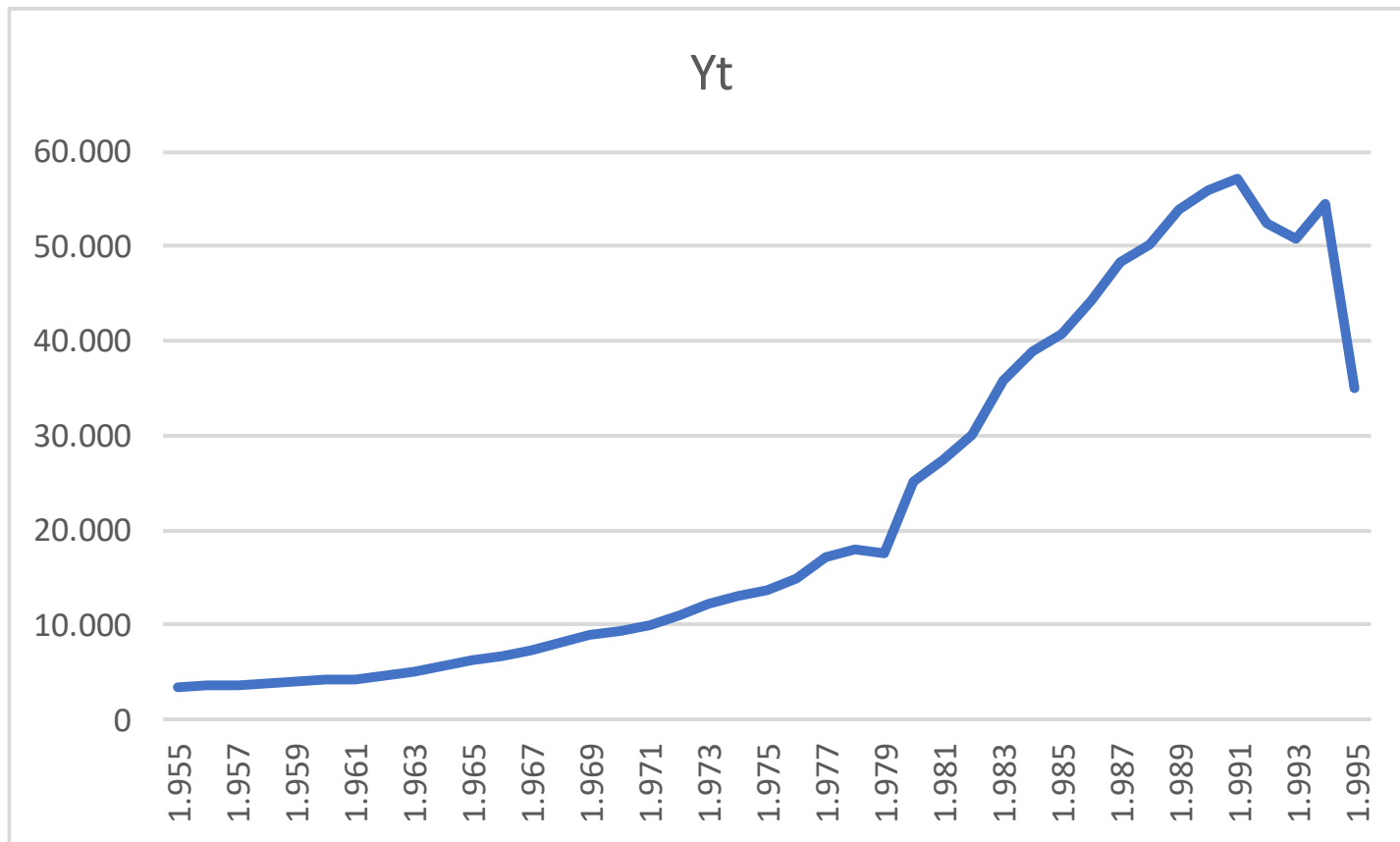
Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Considere o histórico de vendas de uma grande rede varejista.

t	Y_t	t	Y_t	t	Y_t	t	Y_t
1.955	3.307	1.966	6.769	1.976	14.950	1.986	44.282
1.956	3.556	1.967	7.296	1.977	17.224	1.987	48.440
1.957	3.601	1.968	8.178	1.978	17.946	1.988	50.251
1.958	3.721	1.969	8.844	1.979	17.514	1.989	53.794
1.959	4.036	1.970	9.251	1.980	25.195	1.990	55.972
1.960	4.134	1.971	10.006	1.981	27.357	1.991	57.242
1.961	4.268	1.972	10.991	1.982	30.020	1.992	52.345
1.962	4.578	1.973	12.306	1.983	35.883	1.993	50.838
1.963	5.093	1.974	13.101	1.984	38.828	1.994	54.559
1.964	5.716	1.975	13.639	1.985	40.715	1.995	34.925
1.965	6.357						

Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Considere o histórico de vendas de uma grande rede varejista.



Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

Salvamento Automático Aula08 - Excel

Arquivo Página Inicial Inserir Layout da Página **Fórmulas** Dados Revisão Exibir Suplementos LOAD TEST Team Diga-me o que

fx Σ Definir Nome Usar em Fórmula Rastrear Precedentes Rastrear Dependências Remover Setas

Inserir Função AutoSoma Usadas Recentemente Financeira Lógica Texto Data e Hora Pesquisa e Referência Matemática e Trigonometria Mais Funções Gerenciador de Nomes Criar a partir da Seleção Nomes Definidos

Biblioteca de Funções

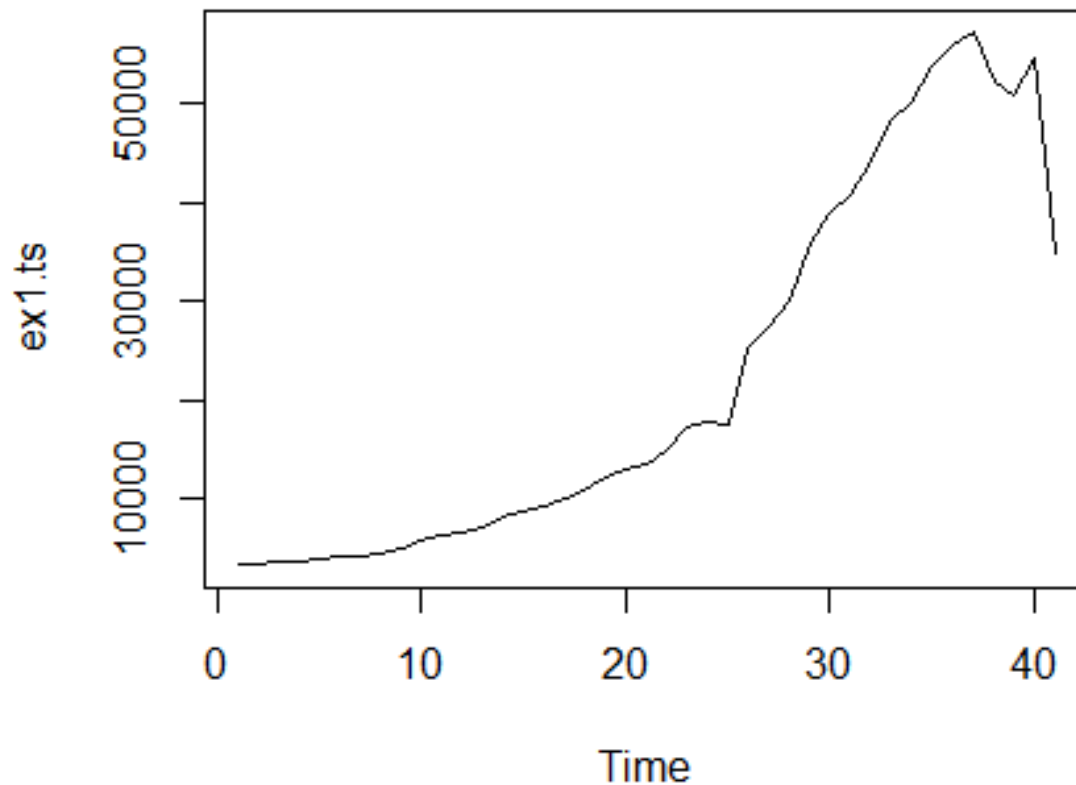
A1 *fx* Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Suavizamento Exp							
2								
3					$\alpha =$	0,436	$\beta =$	1
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								

Ano	t	Y_t	A_t	T_t	\hat{Y}_t	e_t
1955	1	3307	=D5	0		=D5-G5
1956	2	3556	=F\$3*D6+(1-F\$3)*(E5+F5)	=H\$3*(E6-E5)+(1-H\$3)*F5	=E5+F5	=D6-G6
1957	3	3601	=F\$3*D7+(1-F\$3)*(E6+F6)	=H\$3*(E7-E6)+(1-H\$3)*F6	=E6+F6	=D7-G7
1958	4	3721	=F\$3*D8+(1-F\$3)*(E7+F7)	=H\$3*(E8-E7)+(1-H\$3)*F7	=E7+F7	=D8-G8
1959	5	4036	=F\$3*D9+(1-F\$3)*(E8+F8)	=H\$3*(E9-E8)+(1-H\$3)*F8	=E8+F8	=D9-G9
1960	6	4134	=F\$3*D10+(1-F\$3)*(E9+F9)	=H\$3*(E10-E9)+(1-H\$3)*F9	=E9+F9	=D10-G10
1961	7	4268	=F\$3*D11+(1-F\$3)*(E10+F10)	=H\$3*(E11-E10)+(1-H\$3)*F10	=E10+F10	=D11-G11
1962	8	4578	=F\$3*D12+(1-F\$3)*(E11+F11)	=H\$3*(E12-E11)+(1-H\$3)*F11	=E11+F11	=D12-G12

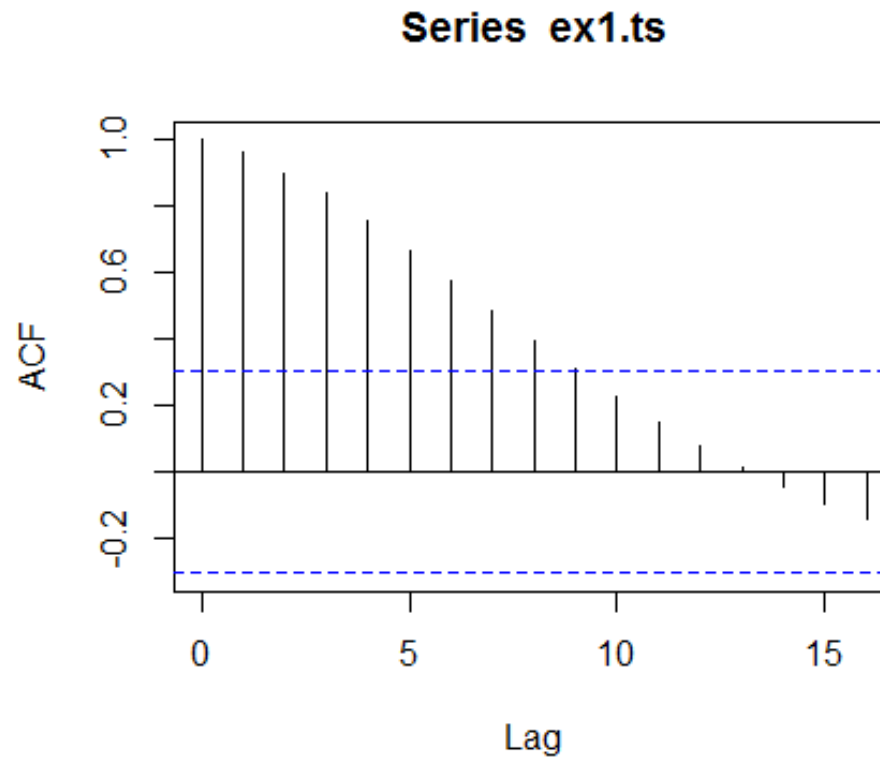
Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Plota a série temporal: `plot(ex1.ts)`



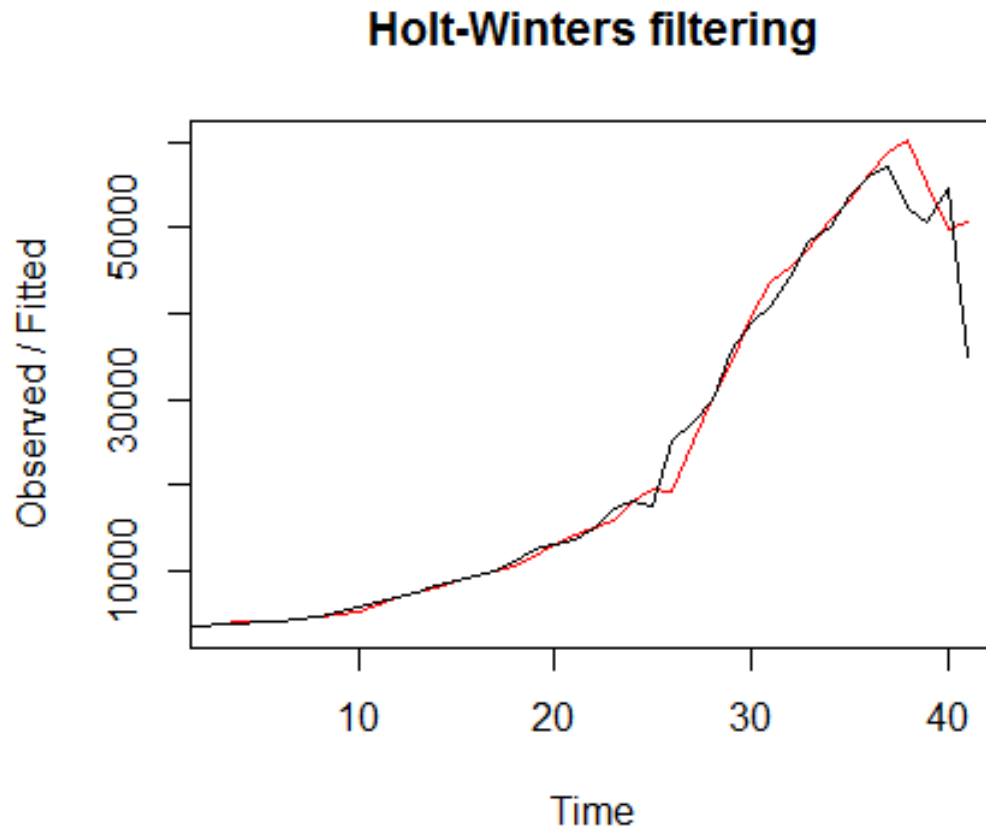
Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Análise de auto-correlação: `acf(ex1.ts)`



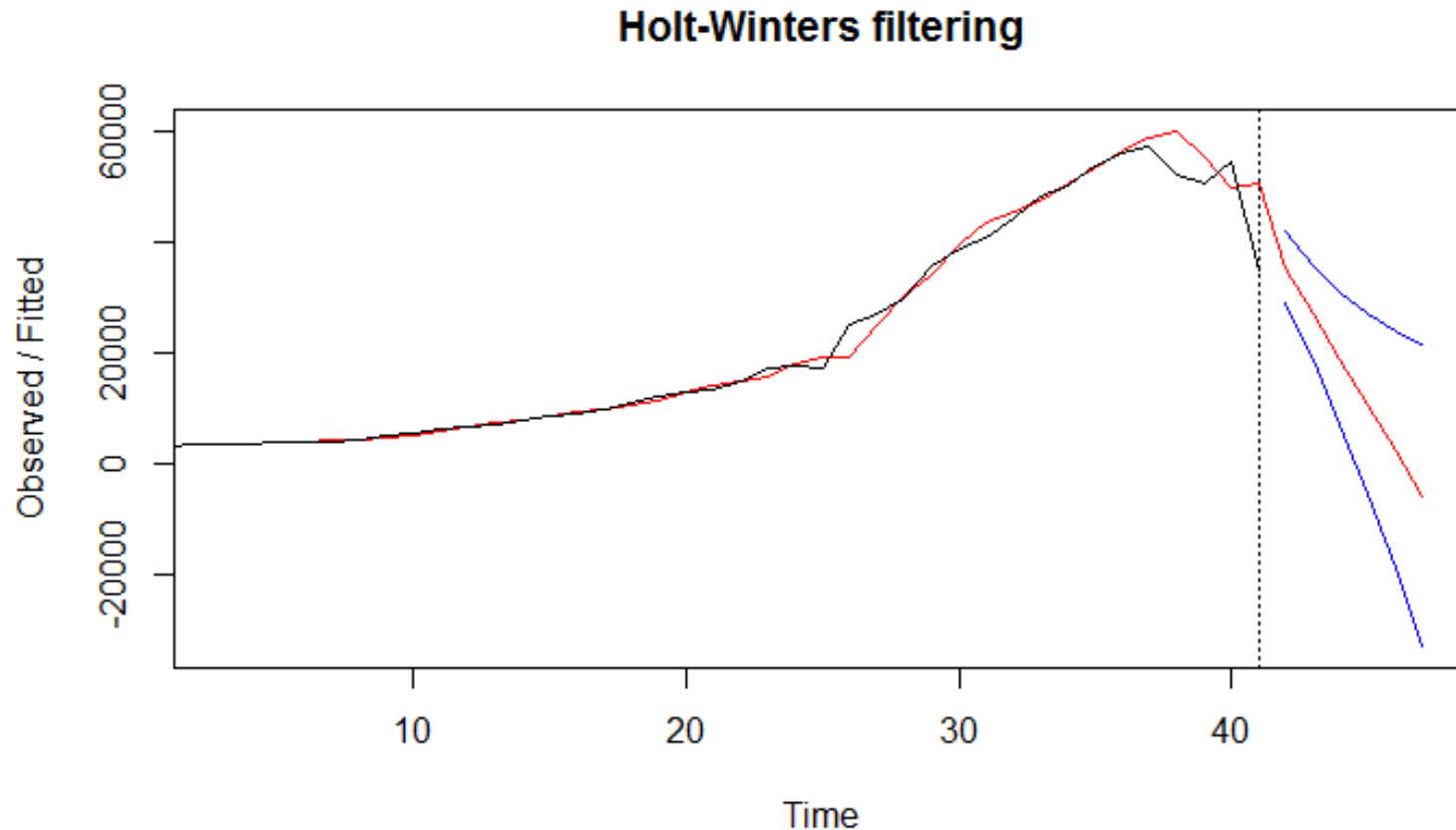
Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Método de Holt: `holt <- HoltWinters(ex1.ts, gamma = FALSE)`



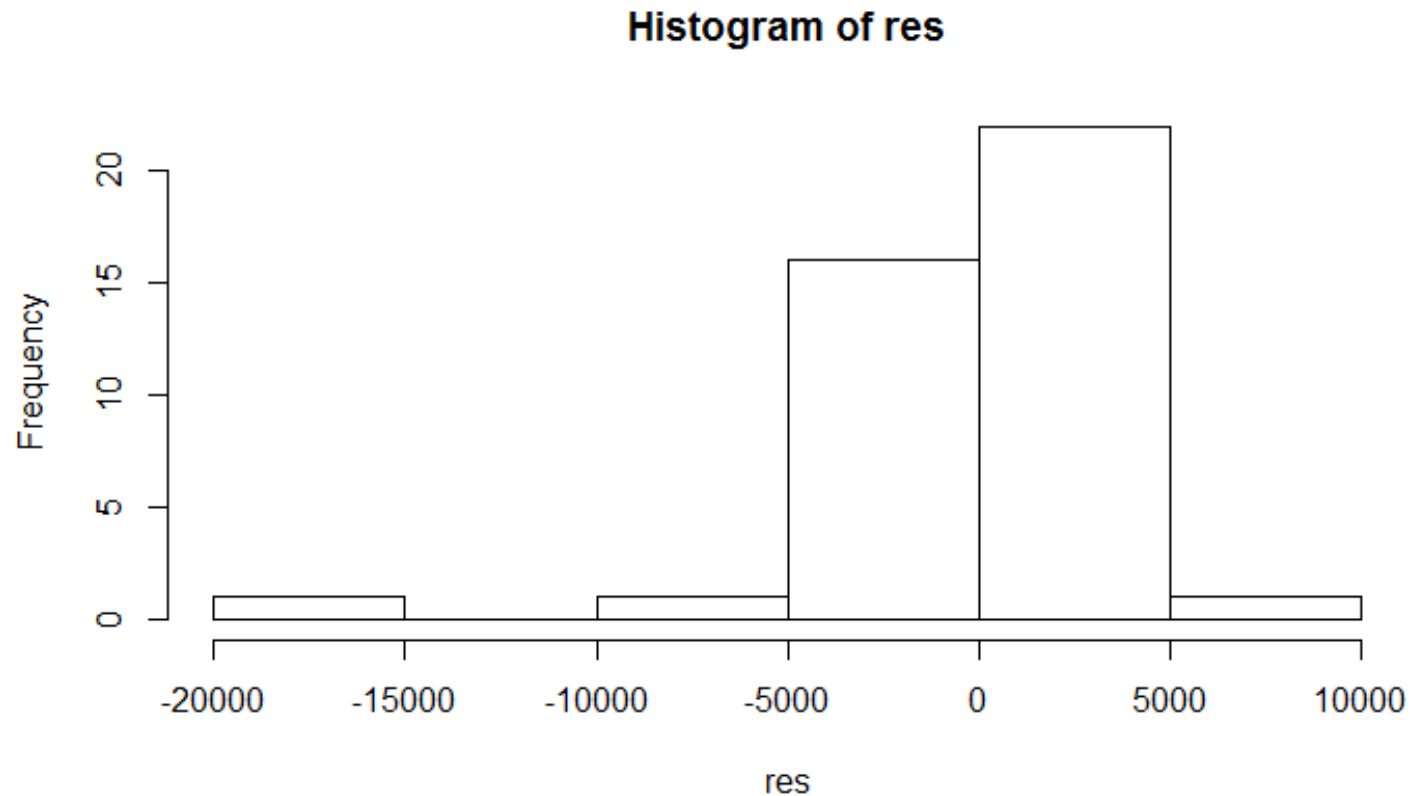
Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Plotando previsões futuras: `plot(holt, p)`



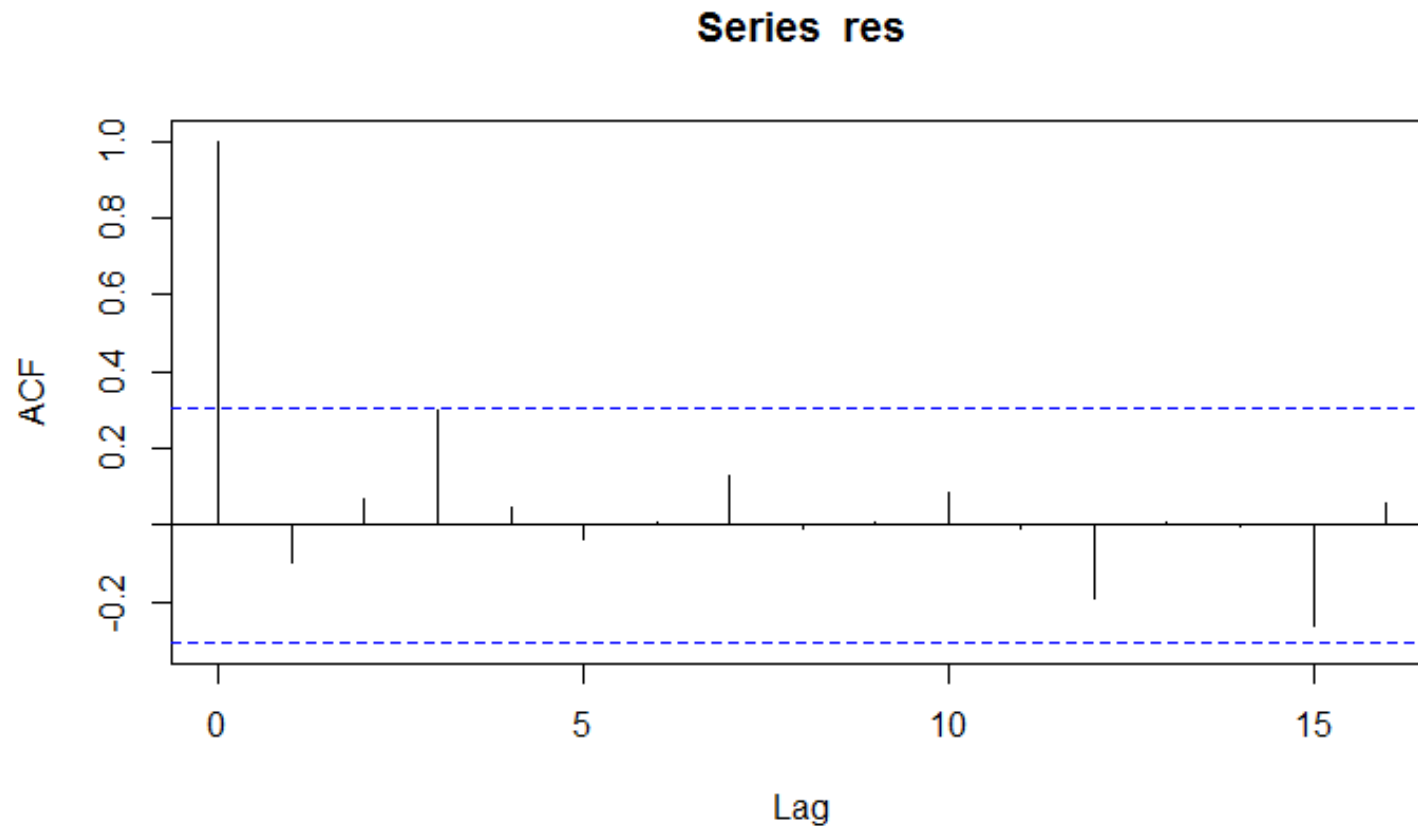
Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Histograma dos resíduos: `hist(res)`



Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Análise de auto-correlação dos resíduos: `acf(res)`



Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência e Sazonalidade (Método de Holt-Winter)

➤ Método de suavizamento que incorpora a modelagem de uma componente de tendência linear e sazonalidade.

➤
$$A_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-L}} + (1 - \alpha)(A_{t-1} + T_{t-1})$$

➤
$$T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

➤
$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{A_t} + (1 - \gamma)S_{t-L}$$

➤
$$\hat{Y}_{t+p} = (A_t + pT_t)S_{t-L+p}$$

Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência e Sazonalidade (Método de Holt-Winter)

- Onde: Y_t - valor observado no período t ; A_t - valor suavizado; T_t - componente de tendência; S_t - componente de sazonalidade; α - constante de suavizamento ($0 < \alpha < 1$); β - constante de suavizamento para a componente de tendência ($0 < \beta < 1$); γ - constante de suavizamento para a componente de sazonalidade ($0 < \gamma < 1$); \hat{Y}_{t+p} - previsão para p períodos futuros.
-