

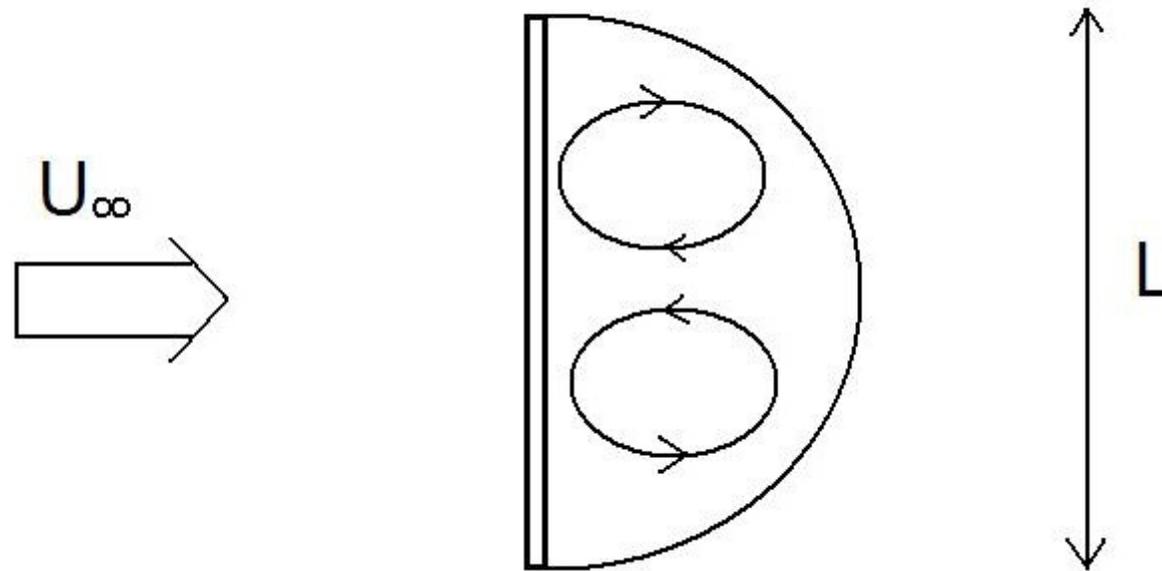
# Separação da Camada Limite e Arrasto

## 1) Arrasto sobre placa transversal à corrente

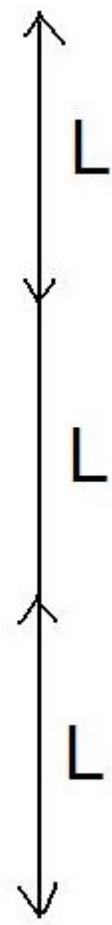
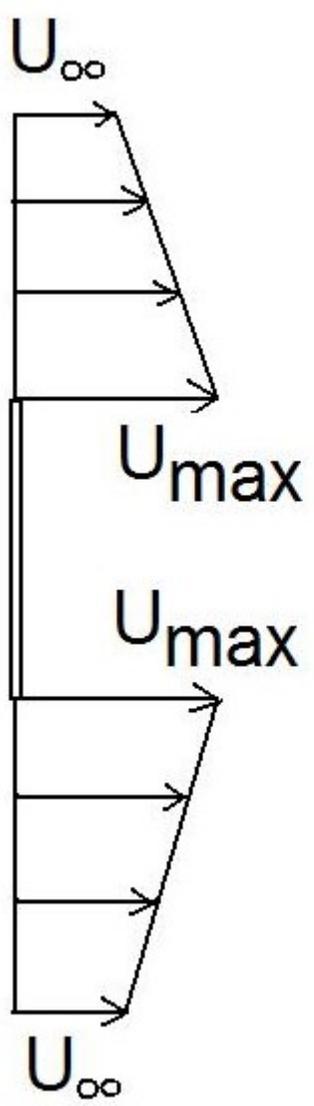
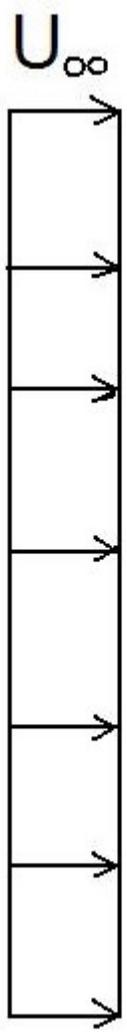
Se uma placa plana é colocada paralelamente em relação à corrente, e seu comprimento é tal que  $Re_L=2 \times 10^6$ , seu coeficiente de arrasto, considerando camada limite inteiramente turbulenta, será:

$$C_D = \frac{0,0315}{Re_L^{1/7}} \cong 0,004 \quad (1.1)$$

Se considerarmos a placa transversal ao escoamento, não teremos contribuição do atrito viscoso para o arrasto. Por experimentação, sabemos que se formará uma grande região de recirculação atrás da placa, com uma pressão próxima da pressão dos pontos de separação.



Para avaliar a pressão nas extremidades da placa, vamos aplicar a equação da continuidade. Imaginemos que a região em que o escoamento livre é afetado pela placa tem um comprimento igual ao da própria placa:



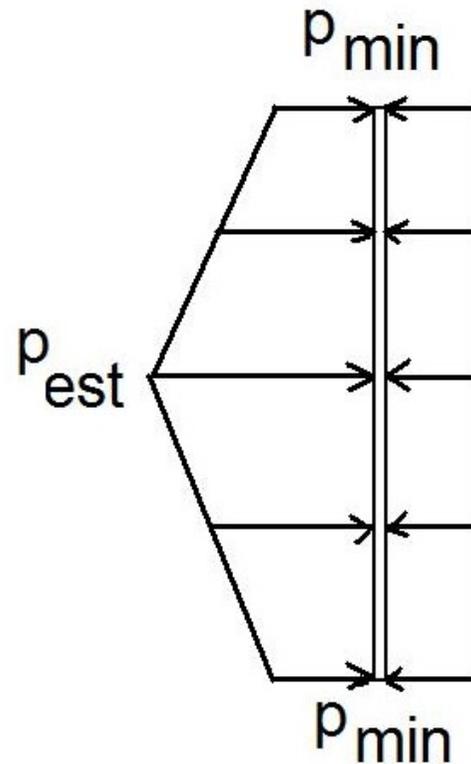
Assim, a velocidade é máxima junto à placa e volta ao valor da corrente livre à uma distância igual a  $L$ . Se imaginarmos uma distribuição linear de velocidades, a velocidade máxima será dada por:

$$U_{\infty} \cdot 3L = 2 \cdot \frac{U_{\max} + U_{\infty}}{2} \cdot L \quad \Rightarrow \quad \underline{U_{\max} = 2U_{\infty}} \quad (1.2)$$

Com esse valor da velocidade máxima, podemos calcular por Bernoulli a pressão mínima que prevalece na região de separação atrás do corpo:

$$\rho \frac{U_{\infty}^2}{2} + p_{\infty} = \rho \frac{U_{\max}^2}{2} + p_{\min} \quad \Rightarrow \quad p_{\min} = p_{\infty} - \rho \frac{3U_{\infty}^2}{2} \quad (1.3)$$

Essa é a pressão que temos atrás da placa. Agora, podemos imaginar que na frente da placa a pressão varia de um valor máximo dado pela pressão de estagnação até o valor mínimo nas bordas:



Este valor da pressão de estagnação será dado por:

$$p_{est} = \rho \frac{U_{\infty}^2}{2} + p_{\infty} \quad (1.4)$$

Assim a força de arrasto  $D$  (“*Drag*”), se a placa tem uma largura  $b$ , será dada por:

$$D = \frac{p_{est} - p_{min}}{2} \cdot L \cdot b \quad \Rightarrow \quad D = \rho U_{\infty}^2 L b \quad (1.5)$$

O coeficiente de arrasto será dado por:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 b L} \quad \Rightarrow \quad \underline{C_D = 2} \quad (1.6)$$

Esse resultado é muito próximo do experimental e comprova que, em corpos rombudos, ao contrário do que ocorre para corpos esbeltos ou aerodinâmicos, o arrasto de pressão (usualmente chamado de arrasto de forma) é preponderante em relação ao arrasto viscoso. O arrasto de pressão é chamado de arrasto de forma pois está intimamente ligado à ocorrência de uma região de escoamento separado na parte posterior do corpo.

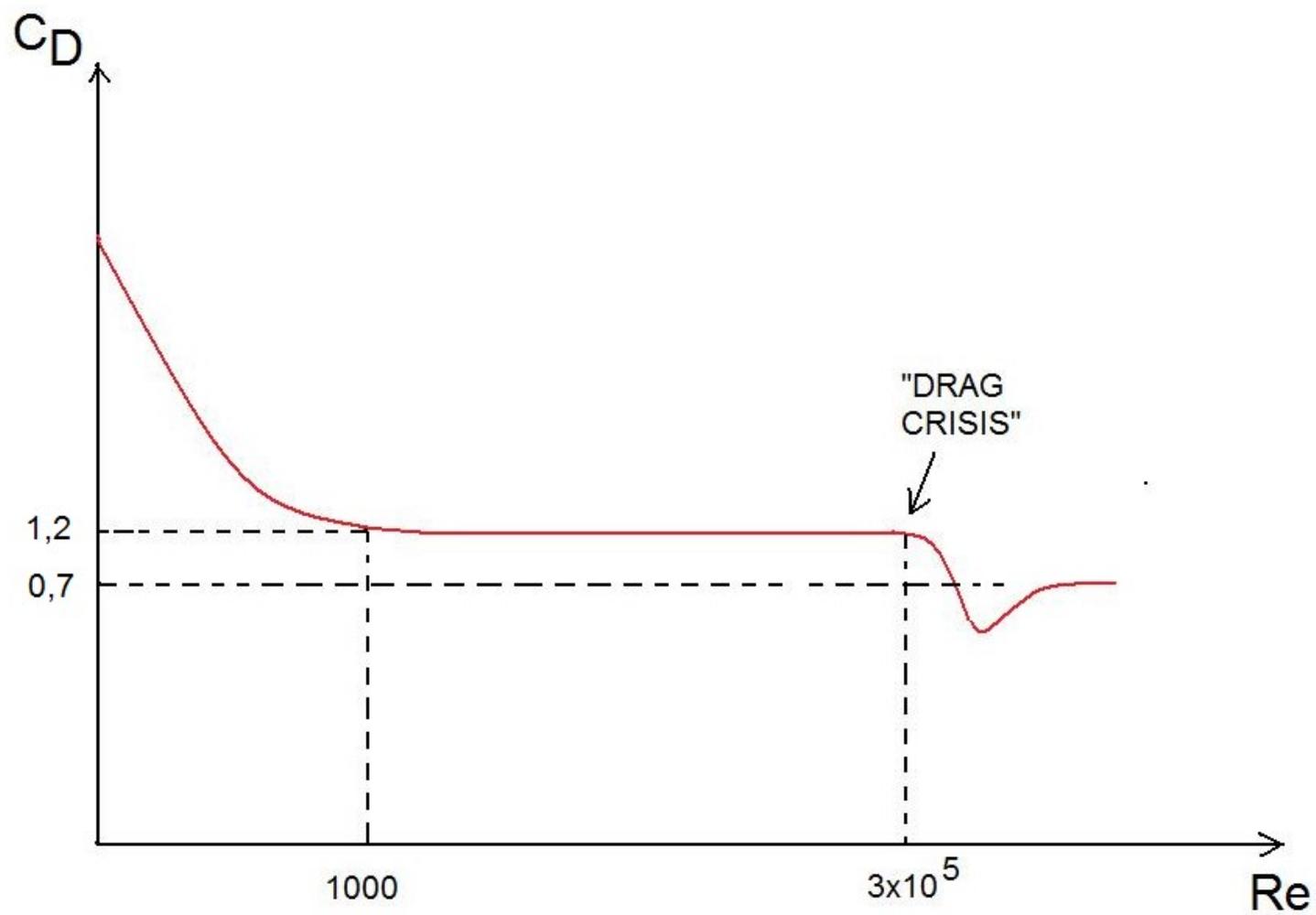
Aqui aparece uma das questões curiosas relacionadas com a aerodinâmica: suponha que realizássemos o mesmo cálculo do arrasto para a placa plana paralela à corrente, que gerou o resultado da equação (1.1), fazendo a hipótese de camada limite laminar (imaginemos que total ausência de rugosidades e perturbações consiga evitar a transição). Nesse caso, para  $Re=2 \times 10^6$ , obteríamos:

$$C_D = \frac{1,328}{\sqrt{2 \times 10^6}} = 0,00094 \quad (1.7)$$

Esse resultado é bem inferior ao resultado obtido para a camada limite turbulenta na equação (1.1) ( $C_D=0,004$ ).

Isso se deve ao perfil de velocidade com um gradiente mais elevado junto á parede que caracteriza a camada limite turbulenta. Como para um corpo esbelto ou aerodinâmico o principal arrasto é viscoso, uma camada limite turbulenta está relacionada com maior coeficiente de arrasto.

No entanto, para corpos rombudos, ocorre o contrário: para um cilindro circular com parede lisa, por exemplo, o coeficiente de arrasto se mantém razoavelmente estável para  $1000 < Re < 3 \times 10^5$ , com um valor próximo de  $C_D = 1,2$ , sofrendo uma queda brusca (“drag crisis”) para  $Re = 3 \times 10^5$ , chegando a um valor próximo de  $C_D = 0,25$  para  $Re = 10^6$ . Sobe novamente e se estabiliza num valor próximo de  $C_D = 0,7$  para  $Re = 4 \times 10^6$ .



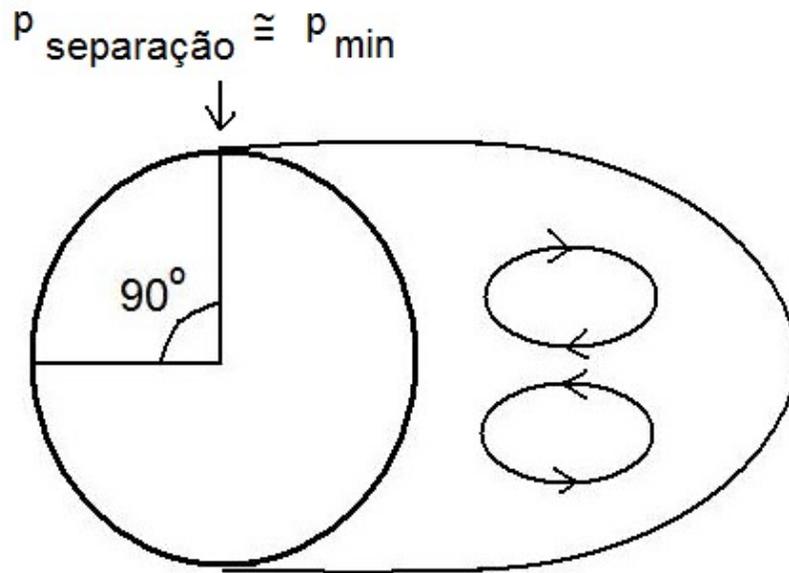
A queda brusca do coeficiente de arrasto para  $Re=3 \times 10^5$  está relacionada com a transição da camada limite laminar para uma camada limite turbulenta. Quando a camada limite é laminar, temos uma grande bolha de separação formada devido à separação da camada limite num ponto que faz um ângulo próximo de  $90^\circ$  a contado a partir do ponto de estagnação. A pressão nessa bolha é muito próxima da pressão mínima que temos na distribuição de pressão sobre a parede do cilindro.

Quando a camada limite é turbulenta, a bolha de recirculação é muito menor, ocorre para um ângulo ao redor de  $120^\circ$ , e a pressão que temos no ponto de separação e que prevalece na região de recirculação é uma pressão maior que a pressão mínima, pois o escoamento percorre um caminho razoável na região de recuperação de pressão na parte de trás do corpo antes de ocorrer a separação.

Em geral se percebe que, para corpos rombudos, para uma camada limite turbulenta o coeficiente de arrasto será menor que para uma camada limite laminar.

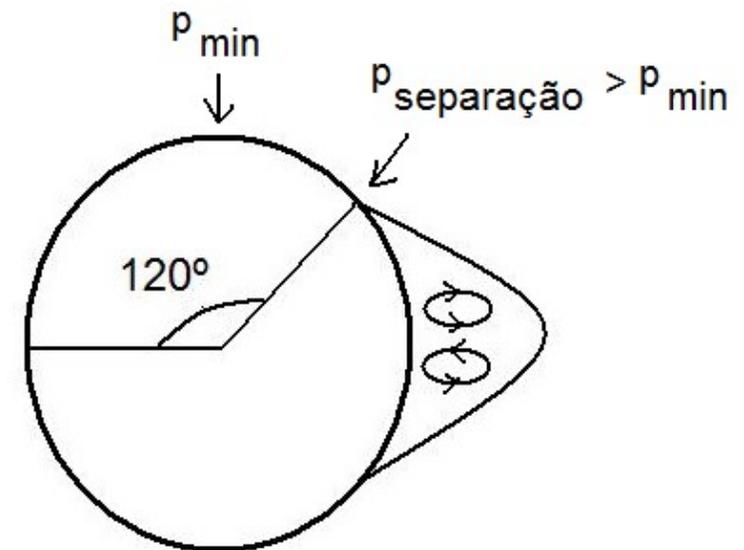
Camada Limite Laminar

$$Re < 3 \times 10^5$$

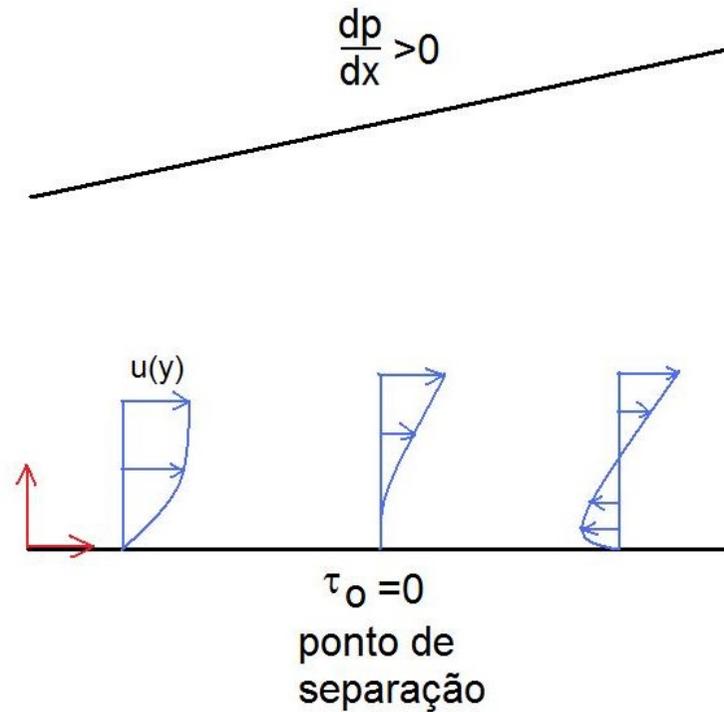


Camada Limite Turbulenta

$$Re > 3 \times 10^5$$



A explicação para esse fenômeno está relacionada com a separação da camada limite. Quando encontra um gradiente adverso de pressão, o perfil de velocidades vai se modificando, com a velocidade mais baixa junto à parede se aproximando de zero, até que a tensão na parede se torna nula ( $\partial u / \partial x = 0$ ) e ocorre a inversão do perfil.



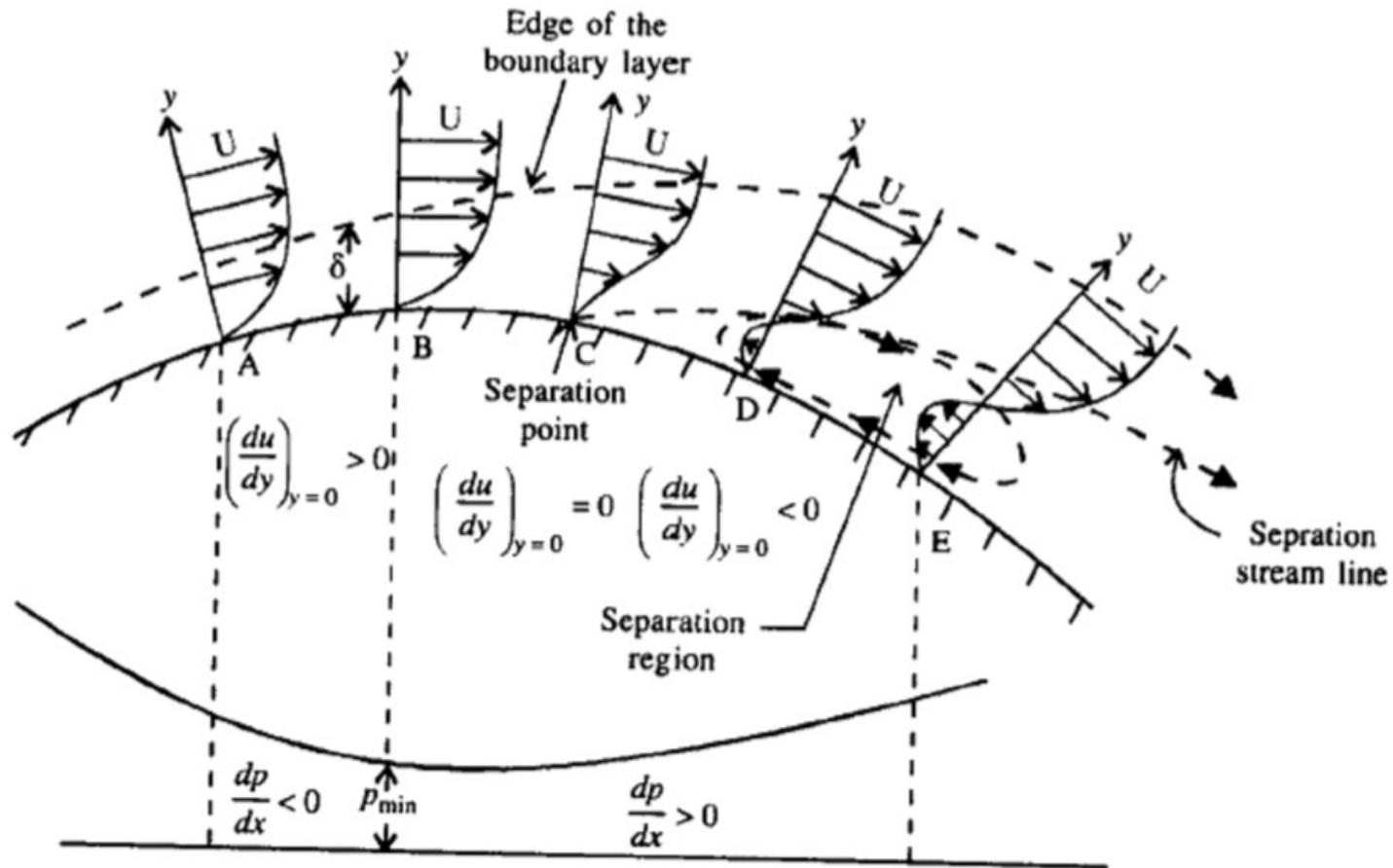
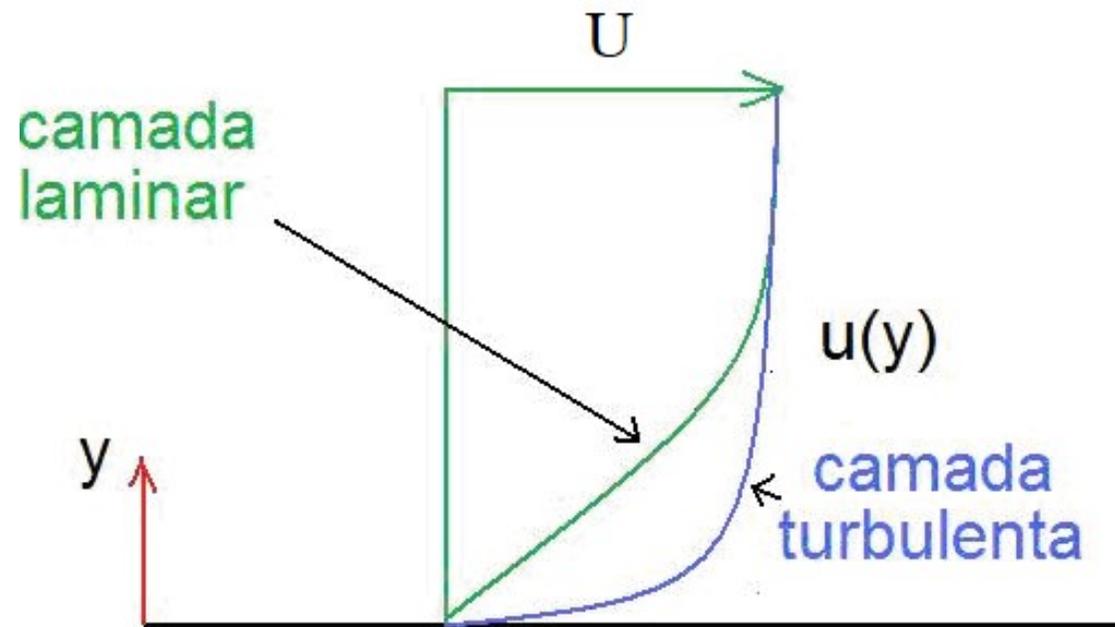


Figura extraída de <https://www.examhill.com/wp-content/uploads/2016/11/Figure-12.png>

Se observarmos atentamente a diferença entre os perfis de velocidades da camada limite laminar e da camada limite turbulenta, veremos que para a camada turbulenta o perfil apresenta velocidades maiores junto à parede, o que significa que tem maior resistência à separação. Isso explica porque o ponto de separação é retardado em relação ao ponto de separação da camada limite laminar.



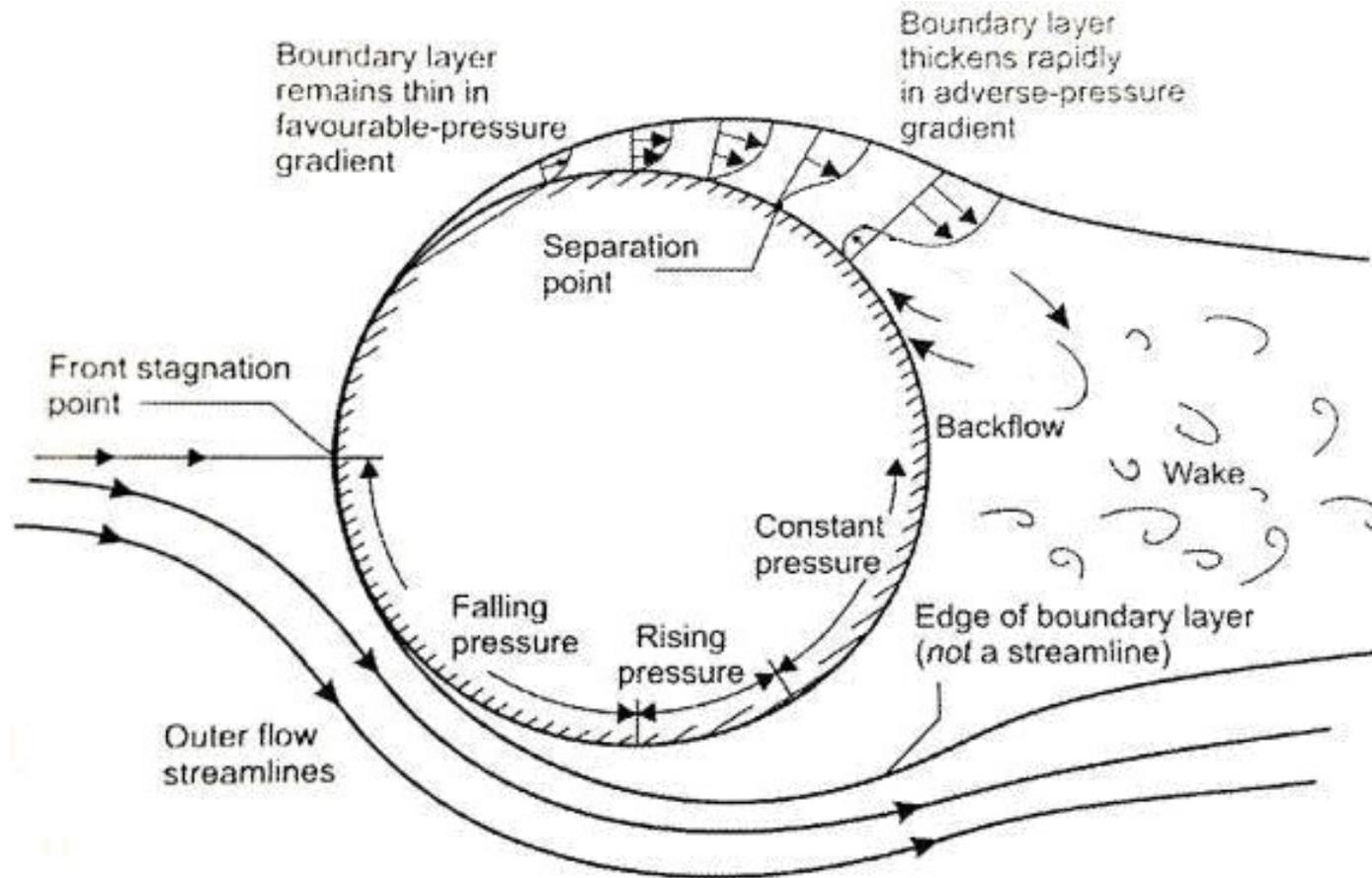


Figura extraída e adaptada de Mudimeli, D. H., Technical Report, University of the Witwatersrand, 2018.

## Uso de Carenagens para diminuir arrasto

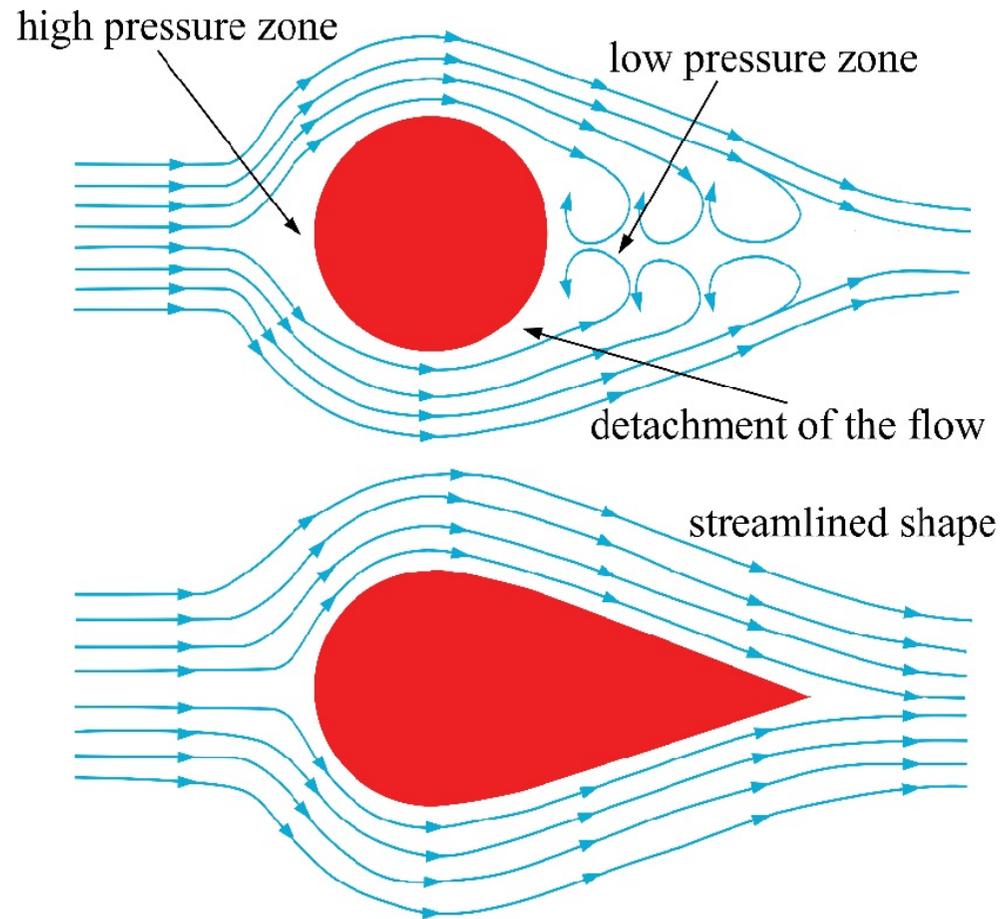
A utilização de carenagens (“streamlining”) tem efeitos que dependem do número de Reynolds.

No regime de escoamentos de baixa inércia (escoamentos lentos ou “creeping flow”,  $Re \approx 1$ ) as forças viscosas são mais influentes no arrasto. Além disso, o escoamento é muito lento e não temos separação da camada limite: o escoamento contorna perfeitamente o corpo. Assim, corpos carenados tendem a ter maior coeficiente de arrasto do que uma esfera ou um cilindro com mesma área frontal, pois tendem a ter maior área superficial.

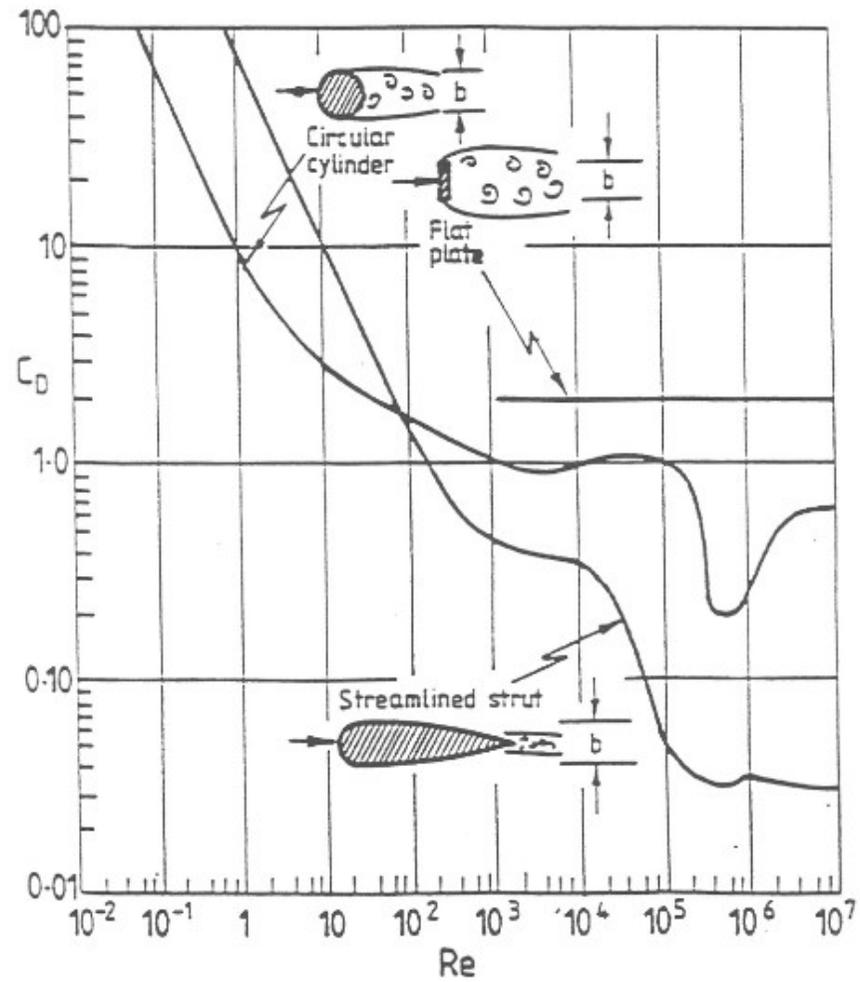
No entanto, quando aumentamos sensivelmente o número de Reynolds ( $Re > 100$ ), o arrasto devido às forças viscosas se torna menos importantes do que o arrasto de pressão devido a eventuais separações da camada limite.

Nessa situação, a adição de carenagens diminui o coeficiente de arrasto ao tornar o gradiente de pressão adverso  $dp/dx$  mais suave na parte posterior do corpo.

A suavização do gradiente de pressão elimina ou diminui sensivelmente a região de separação do escoamento, diminuindo o arrasto de pressão.



Extraído e adaptado de Segall, M., “Water as a driver for evolution: the example of aquatic snakes”, Thesis, 2017.



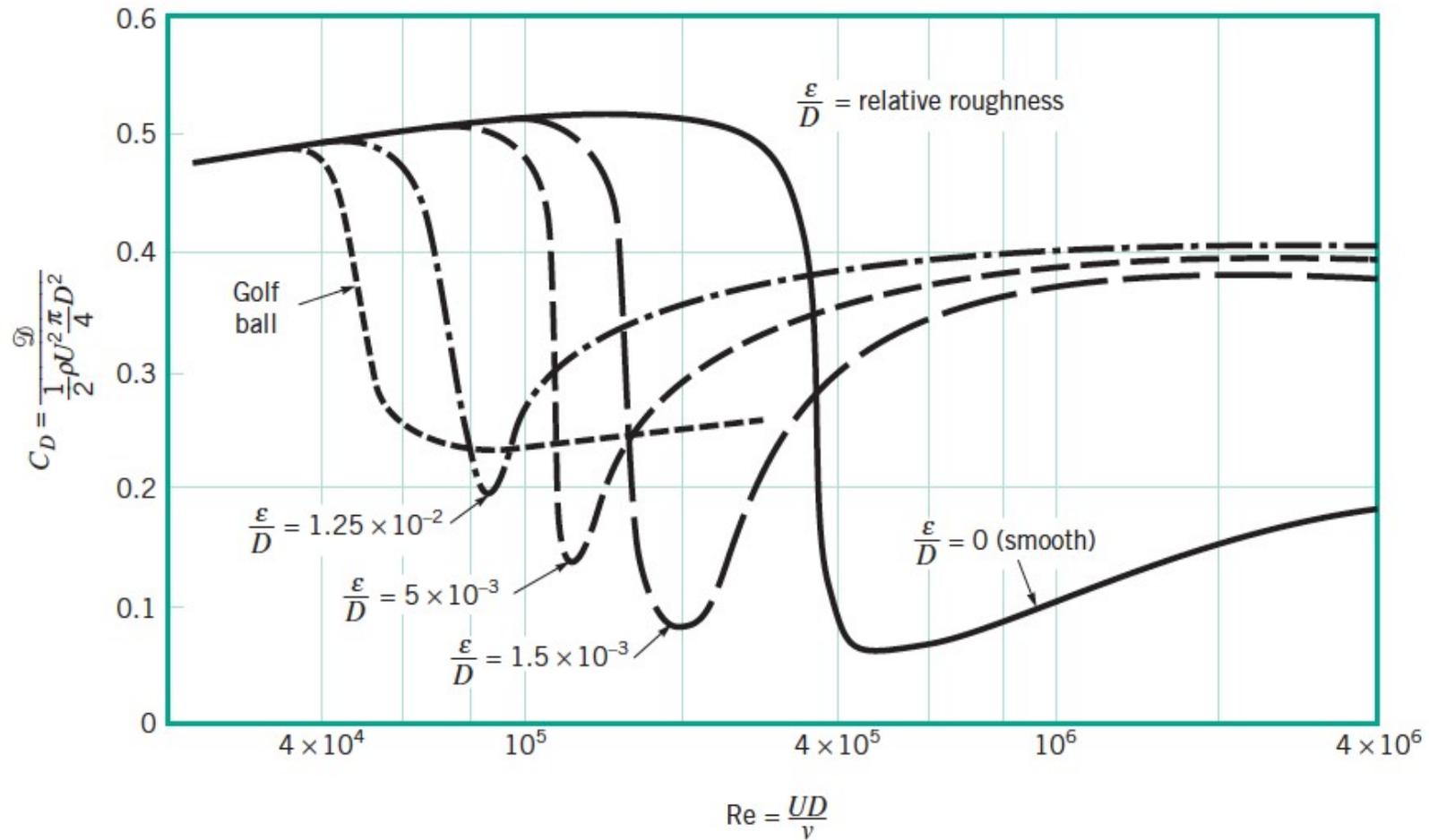
Extraído de Juniper, M. P., “Fluid Mechanics”, 2020.



Imagens extraídas de  
<http://www.zenithair.com/zodiac/xl/wheelfairing.html>

## Efeito da rugosidade sobre o arrasto

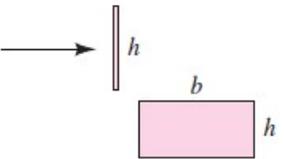
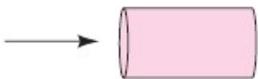
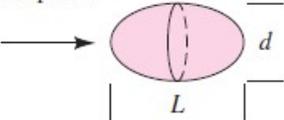
No caso de corpos rombudos, a rugosidade tem o efeito de gerar uma transição da camada limite em um número de Reynolds mais baixo do que seria observado em uma superfície lisa. Ocorre uma antecipação da chamada “crise do arrasto”. Na figura seguinte, temos uma representação do efeito da rugosidade relativa  $\varepsilon/D$  sobre a transição da camada limite para esferas.



Extraído de Munson, Young, Okiishi, “Fundamentals of Fluid Mechanics”.

Body	$C_D$ based on frontal area	Body	$C_D$ based on frontal area																					
Cube:	1.07	Cone:	<table border="1"> <tr> <td><math>\theta</math>:</td> <td>10°</td> <td>20°</td> <td>30°</td> <td>40°</td> <td>60°</td> <td>75°</td> <td>90°</td> </tr> <tr> <td><math>C_D</math>:</td> <td>0.30</td> <td>0.40</td> <td>0.55</td> <td>0.65</td> <td>0.80</td> <td>1.05</td> <td>1.15</td> </tr> </table>	$\theta$ :	10°	20°	30°	40°	60°	75°	90°	$C_D$ :	0.30	0.40	0.55	0.65	0.80	1.05	1.15					
$\theta$ :	10°	20°	30°	40°	60°	75°	90°																	
$C_D$ :	0.30	0.40	0.55	0.65	0.80	1.05	1.15																	
	0.81	Short cylinder, laminar flow:	<table border="1"> <tr> <td><math>L/D</math>:</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>40</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_D</math>:</td> <td>0.64</td> <td>0.68</td> <td>0.72</td> <td>0.74</td> <td>0.82</td> <td>0.91</td> <td>0.98</td> <td>1.20</td> </tr> </table>	$L/D$ :	1	2	3	5	10	20	40	$\infty$	$C_D$ :	0.64	0.68	0.72	0.74	0.82	0.91	0.98	1.20			
$L/D$ :	1	2	3	5	10	20	40	$\infty$																
$C_D$ :	0.64	0.68	0.72	0.74	0.82	0.91	0.98	1.20																
Cup:	1.4	Porous parabolic dish [23]:	<table border="1"> <tr> <td>Porosity:</td> <td>0</td> <td>0.1</td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.4</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td><math>\leftarrow C_D</math>:</td> <td>1.42</td> <td>1.33</td> <td>1.20</td> <td>1.05</td> <td>0.95</td> <td>0.82</td> </tr> <tr> <td><math>\rightarrow C_D</math>:</td> <td>0.95</td> <td>0.92</td> <td>0.90</td> <td>0.86</td> <td>0.83</td> <td>0.80</td> </tr> </table>	Porosity:	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	$\leftarrow C_D$ :	1.42	1.33	1.20	1.05	0.95	0.82	$\rightarrow C_D$ :	0.95	0.92	0.90	0.86	0.83	0.80
Porosity:	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5																		
$\leftarrow C_D$ :	1.42	1.33	1.20	1.05	0.95	0.82																		
$\rightarrow C_D$ :	0.95	0.92	0.90	0.86	0.83	0.80																		
Disk:	1.17	Average person:	<p><math>\rightarrow C_D A \approx 9 \text{ ft}^2</math>    <math>\uparrow C_D A \approx 1.2 \text{ ft}^2</math></p>																					
Parachute (Low porosity):	1.2	Pine and spruce trees [24]:	<table border="1"> <tr> <td><math>U</math>, m/s:</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>C_D</math>:</td> <td><math>1.2 \pm 0.2</math></td> <td><math>1.0 \pm 0.2</math></td> <td><math>0.7 \pm 0.2</math></td> <td><math>0.5 \pm 0.2</math></td> </tr> </table>	$U$ , m/s:	10	20	30	40	$C_D$ :	$1.2 \pm 0.2$	$1.0 \pm 0.2$	$0.7 \pm 0.2$	$0.5 \pm 0.2$											
$U$ , m/s:	10	20	30	40																				
$C_D$ :	$1.2 \pm 0.2$	$1.0 \pm 0.2$	$0.7 \pm 0.2$	$0.5 \pm 0.2$																				
Streamlined train (approximately 5 cars):	$C_D A \approx 8.5 \text{ m}^2$	Tractor-trailer truck:	Without deflector: 0.96; with deflector: 0.76																					
Bicycle:	Upright: $C_D A \approx 0.51 \text{ m}^2$ ; Racing: $C_D A \approx 0.30 \text{ m}^2$																							

Coeficientes de arrasto de corpos tridimensionais. Extraído de “Fluid mechanics”, 7th Edition, Frank M. White.

Body	Ratio	$C_D$ based on frontal area		Body	Ratio	$C_D$ based on frontal area		
Rectangular plate: 	$b/h$ 1	1.18		Flat-faced cylinder: 	$L/d$	0.5	1.15	
	5	1.2				1	0.90	
	10	1.3				2	0.85	
	20	1.5				4	0.87	
	$\infty$	2.0				8	0.99	
Ellipsoid: 	$L/d$			Buoyant rising sphere [50], $135 < Re_d < 1E5$	$C_D \approx 0.95$			
		0.75	Laminar			Turbulent		
		1	0.5			0.2		
		2	0.47			0.2		
		4	0.27			0.13		
8	0.25	0.1						
	8	0.2	0.08					

Coeficientes de arrasto de corpos tridimensionais. Extraído de “Fluid mechanics”, 7th Edition, Frank M. White.

## **Bibliografia:**

White, F.M., “Mecânica dos Fluidos”, 5º edição, Ed. McGraw Hill, 2010.

Potter, M.C.; Wiggert, D.C., “Mecânica dos Fluidos”, Ed. Thomson Learning, 2004.

Munson, Young, Okiishi, “Fundamentos da Mecânica dos Fluidos”, Ed. Edgard Blucher, 4ª edição, 1999.