

Aula 10 – Cálculo de volume

Prof. Rogério Augusto dos Santos Fajardo

Instituto de Matemática e Estatística

MAT1352 – Cálculo para funções de uma variável real II

Objetivo da aula:

Usar integração para calcular volume de sólidos a partir da área da seção transversal.

Definição de volume

- ▶ Seja S um sólido.
- ▶ Fixe um sistema de coordenadas xyz .
- ▶ Sejam a e b números reais tais que $a < b$ e o sólido S está contido na região compreendida entre os planos $x = a$ e $x = b$.
- ▶ Para cada $x_0 \in [a, b]$, considere $A(x_0)$ a área da intersecção de S com o plano $x = x_0$.
- ▶ O volume de S é definido como $\int_a^b A(x)dx$.
- ▶ Posto em palavras, de forma resumida, temos:
- ▶ **O volume de um sólido é a integral da área das seções transversais.**

Exemplo 1

Deduza a fórmula do volume da esfera de raio r .

Exemplo 2

Deduza a fórmula do volume do cone circular reto de altura h e base de raio r .

Exemplo 3

Calcule o volume do sólido obtido pela rotação do gráfico da função $f(x) = \sqrt{x}$ em torno do eixo x de 0 até 1.

Exemplo 4

Calcule o volume do sólido obtido pela rotação da parábola $y = x^2$ em torno do eixo y , entre os pontos $y = 0$ e $y = 1$.

Fim