Prova 2. *MAE0499 Processos Estocásticos*. Prof. A.Iambartsev /24/04/2019

Nome	No USP

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Sejam $X(\cdot)\sim PP(1)$ e $Y(\cdot)\sim PP(2)$. Seja $T = \min\,(t: X(t) + Y(t) = 1)$.
Escolha alternativa correta:

a) T tem distribuição de Poisson com média 3, $T\sim Poi(3)$;
b) T tem distribuição exponencial com taxa 3, $T\sim exp(3)$;
c) T tem distribuição de Poisson com média 1/3, $T\sim Poi(1/3)$;
d) T tem distribuição exponencial com taxa 1/3, $T\sim exp(1/3)$;
e) T não é uma variável aleatória.

2. Seja $X(\cdot)$ um processo de Poisson. Sabendo, que a probabilidade de que nenhum evento ocorre durante pequeno intervalo de tempo $[4,4+\varepsilon]$ pode ser representada como $1-4\varepsilon+o(\varepsilon)$, então a probabilidade $P(X(t)=2)$ pode ser representada como

a) $P(X(t)=2)=o(\varepsilon)$;
b) $P(X(t)=2)=8t\varepsilon$;
c) $P(X(t)=2)=8t^2e^{-2t}+o(\varepsilon)$;
d) $P(X(t)=2)=4t^2e^{-4t}+o(\varepsilon)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

3. Sejam $Y\sim PP(\mu), Z\sim PP(2\mu)$. Seja p a probabilidade de que o primeiro evento que ocorre é de processo Y. Escolha alternativa correta.

a) $p = 3/4$;
b) $p = 2\mu/3$;
c) $p = 1/2\mu$;
d) $p = 1/3$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

4. Seja N processo de Poisson com a taxa de 20 eventos por segundo. Cada evento é classificado como evento do tipo 1 (com probabilidade 0.2) formando processo de Poisson X, e do tipo 2 (com probabilidade 0.8) formando processo Y. Sabendo que $Y(t) = 20$, achar a média de $N(t/2)$. Escolha alternativa correta.
a) $E(N(t/2)) = 10 + 2t$;
b) $E(N(t/2)) = 10 + t/2$;
c) $E(N(t/2)) = 8 + 2t$;
d) $E(N(t/2)) = 20 - 2t$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

5. Seja N processo de Poisson com a taxa $\mu(t) = \min(1, t^{-1})$. Sabe-se que $N(1) = 2$. Seja $T > 1$. Calcule a média de $E(N(T) - N(0{,}5)|N(1) = 2)$ e escolha a resposta correta:

a) $2 + \ln(T)$;
b) $1 + \ln(T)$;
c) $2 + 2\ln(T)$;
d) $0{,}5 + \ln(T)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

6. Seja N processo de Poisson que descreve a emissão de certas partículas de uma estrela pulsar com a taxa $\mu(t) = 100(1 + \sin(t)), t \geq 0$. Observa que a emissão é periódica com período $T = 2\pi$. Qual é o número médio de partículas que a estrela emite durante período T?

a) 200π;
b) 400;
c) 400π;
d) 100π;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

7. Em condições do item anterior, a probabilidade $P(N(\pi/2 + h) - N(\pi/2) = 0)$ pode ser representada como

a) $200h + o(h)$;
b) $400\pi h$;
c) $1 - 200h + o(h)$;
d) $1 - 200\pi h + o(h)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

8. A chegada de clientes a duas lojas, loja A e loja B, é descrita por dois processos de Poisson independentes, $X(t)$ (associado a loja A) e $Y(t)$ (associado a loja B), com taxas $\lambda_A = 1$ e $\lambda_B = 2$ clientes por hora, respectivamente. Dado que exatamente 4 clientes chegaram as duas lojas, qual é a distribuição de número de clientes que chegaram a loja A entre esses 4.

a) Poisson (1/3);
b) Binomial (4,1/3);
c) Binomial (4,2/3);
d) Bernoulli (1/3);
e) nenhuma das alternativas anteriores.

9. $X(\cdot)$ é um processo de Poisson com taxa 1. Para $0 \leq t_1 < t_2 < t_3 < \infty$ fixados denotamos $Y = X(t_3) - X(t_1)$ e $Z = X(t_2)$. Sabendo que $X(t_2) - X(t_1) = 1$ a média da soma $Y + Z$ é

a) $t_1 + (t_3 - t_2) + 2$;
b) $t_1 + (t_3 - t_2) + 1$;
c) $(t_3 - t_1) + 1$;
d) $t_1 + t_3 + 2$;
e) $1 + t_3$.

10. Seja $N(\cdot)$ um processo de Poisson com a taxa $\mu = 3$ eventos por minuto. Seja T_1, T_2 os instantes de tempo da primeira e segunda ocorrências respectivamente. A esperança da soma $T_1 + T_2$ é igual à

a) 30 segundos;
b) 40 segundos;
c) 2 minutos;
d) 1 minuto;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

Prova 2. *MAE0499 Processos Estocásticos*. Prof. A.Iambartsev /11/10/2019

Nome	No USP

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Sejam $X(\cdot)\sim PP(1)$ e $Y(\cdot)\sim PP(2)$. Seja $T = \min\,(t: X(t) + Y(t) = 1)$.
Escolha alternativa correta:

a) T tem distribuição de Poisson com média 3, $T\sim Poi(3)$;
b) T tem distribuição exponencial com taxa 3, $T\sim exp(3)$;
c) T tem distribuição de Poisson com média 1/3, $T\sim Poi(1/3)$;
d) T tem distribuição exponencial com taxa 1/3, $T\sim exp(1/3)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

2. Seja $X(\cdot)$ um processo de Poisson homogêneo. Sabendo, que a probabilidade de que nenhum evento ocorre durante pequeno intervalo de tempo $[4,4+\varepsilon]$ pode ser representada como $1 - 4\varepsilon + o(\varepsilon)$, então a probabilidade $P(X(t) = 2)$ pode ser representada como

a) $P(X(t) = 2) = o(\varepsilon)$;
b) $P(X(t) = 2) = 8t\varepsilon$;
c) $P(X(t) = 2) = 8t^2e^{-2t} + o(\varepsilon)$;
d) $P(X(t) = 2) = 4t^2e^{-4t} + o(\varepsilon)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

3. Sejam $Y\sim PP(\mu), Z\sim PP(2\mu)$. Seja p a probabilidade de que o primeiro evento que ocorre é de processo Y. Escolha alternativa correta.

a) $p = 3/4$;
b) $p = 2\mu/3$;
c) $p = 1/2\mu$;
d) $p = 1/3$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

4. Seja N processo de Poisson com a taxa de 20 eventos por segundo. Cada evento é classificado como evento do tipo 1 (com probabilidade 0.2) formando processo de Poisson X, e do tipo 2 (com probabilidade 0.8) formando processo Y. Sabendo que $Y(t) = 20$, achar a média de $N(t/2)$. Escolha alternativa correta.

a) $E(N(t/2)) = 10 + 2t$;
b) $E(N(t/2)) = 10 + t/2$;
c) $E(N(t/2)) = 8 + 2t$;
d) $E(N(t/2)) = 20 - 2t$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

5. Seja N processo de Poisson com a taxa $\mu(t) = \min(1, t^{-1})$. Sabe-se que $N(1) = 2$. Seja $T > 1$. Calcule a média de $E(N(T) - N(0{,}5)|N(1) = 2)$ e escolha a resposta correta:

a) $2 + \ln(T)$;
b) $1 + \ln(T)$;
c) $2 + 2\ln(T)$;
d) $0{,}5 + \ln(T)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

6. Seja N processo de Poisson que descreve a emissão de certas partículas de uma estrela pulsar com a taxa $\mu(t) = 100(1 + \operatorname{sen}(t)), t \geq 0$. Observa que a emissão é periódica com período $T = 2\pi$. Qual é o número médio de partículas que a estrela emite durante período T?

a) 200π;
b) 400;
c) 400π;
d) 100π;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

7. Em condições do item anterior, a probabilidade $P\left(N\left(\frac{\pi}{2} + h\right) - N\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0\right), h \ll 1$, pode ser representada como

a) $200h + \mathrm{o}(h)$;
b) $400\pi h$;
c) $1 - 200h + o(h)$;
d) $1 - 200\pi h + o(h)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

8. A chegada de clientes a duas lojas, loja A e loja B, é descrita por dois processos de Poisson independentes, $X(t)$ (associado a loja A) e $Y(t)$ (associado a loja B), com taxas $\lambda_A = 1$ e $\lambda_B = 2$ clientes por hora, respectivamente. Dado que exatamente 4 clientes chegaram as duas lojas, qual é a distribuição de número de clientes que chegaram a loja A entre esses 4.

a) Poisson (1/3);
b) Binomial (4,1/3);
c) Binomial (4,2/3);
d) Bernoulli (1/3);
e) nenhuma das alternativas anteriores.

9. $X(\cdot)$ é um processo de Poisson com taxa 1. Para $0 \leq t_1 < t_2 < t_3 < \infty$ fixados denotamos $Y = X(t_3) - X(t_1)$ e $Z = X(t_2)$. Sabendo que $X(t_2) - X(t_1) = 1$ a distribuição da soma $Y + Z$ é

a) $Poi(t_1 + t_3 - t_2 + 2)$;
b) $1 + \xi$, em que $Poi(t_1 + t_3 - t_2)$;
c) $Poi(t_3 - t_1 + 2)$;
d) 2+ξ, em que $\xi \sim Poi(t_1 + t_3 - t_2)$;
e) 2+ξ em que $\xi \sim Poi(1 + t_3)$.

10. Seja $N(\cdot)$ um processo de Poisson com a taxa $\mu = 4$ eventos por minuto. Seja T_1, T_3 os instantes de tempo da primeira e terceira ocorrências respectivamente. A esperança da soma $T_1 + T_3$ é igual

a) 30 segundos;
b) 40 segundos;
c) 2 minutos;
d) 1 minuto;
e) nenhuma das alternativas anteriores.