

## SEL - 5745 CONTROLE ÓTIMO

## Exercícios - outubro de 2020

1) Dois botes se movem com velocidades constantes em um riacho cuja velocidade é constante e vale 2 m/s. Um dos problemas é encontrar os ângulos de manobra do barco 1,  $u_1(t)$  para  $0 \leq t \leq T_1$ , e do barco 2,  $u_2(t)$  para  $0 \leq t \leq T_2$ , que minimizam os tempos  $T_1$  e  $T_2$  requeridos para que o botes se desloquem dos pontos  $(0, 0)$  (para o bote 1) e  $(-1, 0)$  (para o bote 2) para para um ponto conhecido  $(3m, 4m)$ . As equações de movimento dos dois botes são

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= 2 + \cos(u(t)) \\ \dot{x}_2(t) &= \sin(u(t)),\end{aligned}$$

sendo  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  posições do bote paralela e perpendicular com relação à velocidade do riacho, respectivamente. Mostre que a solução ótima é manobrar o bote com um ângulo constante. Perguntas:

- I) Qual será o atraso do segundo barco com relação ao primeiro para alcançar o ponto  $(3m, 4m)$ ?
- II) Redefina a equação dinâmica do segundo barco de maneira a permitir que a velocidade dele varie. Qual a aceleração necessária do bote 2 para que ambos os botes cheguem ao mesmo tempo no ponto  $(3m, 4m)$  no menor tempo possível?

2) Considere o sistema de reservatórios descrito na página 124 do livro texto com as seguintes modificações descritas pelas equações a seguir

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + ku(t), \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + u(t),\end{aligned}$$

e as restrição de controle é  $0 \leq u(t) \leq 1$  para todo  $t$ . Considere,

$$x_1(0) = x_2(0) = 0.$$

O objetivo é maximizar  $x_2(1)$  sujeito a restrição  $x_1(1) = 0.5$ . Deduza as equações que descrevem os níveis de água de cada reservatório. Para quais valores de  $k$  este problema não tem solução?