

# Universidade de São Paulo Instituto de Física de São Carlos

## Atividade de Laboratório de Física II à Distância

### ***Osciladores livres, amortecidos e forçados - Ressonância***

*Roteiro adaptado do livro de prática de Laboratório de Física II do  
IFSC para uso com videoaulas*

*(J. Schneider e E.R. de Azevedo. (compiladores), Laboratório de Física II, Livro de Práticas. Instituto de Física de São Carlos - USP, 2016. Disponível para download em: [http://granada.ifsc.usp.br/labApoio/index.php?option=com\\_content&view=article&id=8&Itemid=13](http://granada.ifsc.usp.br/labApoio/index.php?option=com_content&view=article&id=8&Itemid=13))*

Vídeo aulas relacionadas a esse roteiro estão disponíveis em:

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLDre2jYH3njjMv8cYIDXmIZCO1qB5h9CU>

- Oscilador Harmônico Simples: sistema massa-mola e pêndulos (com coleta de dados)
- Oscilador Harmônico Amortecido: regimes de amortecimento em sistemas massa-mola (com coleta de dados)
- Oscilador Harmônico Forçado: ressonância mecânica (com coleta de dados)
- Oscilador Harmônico Simples: formulação, equação do movimento e sua solução. (neste este vídeo não há coleta de dados, mas uma fundamentação teórica mais profunda do assunto para servir como apoio)

# Objetivo

Estudar o comportamento de um oscilador massa-mola vertical no que diz respeito à amplitude e frequência das oscilações, em função da viscosidade do meio (ar e água) e em condições de oscilação livre. Para oscilações forçadas por um agente externo, será estudado o fenômeno da ressonância.

## 1.1 Fundamentos teóricos

### 1.1.1 Oscilador harmônico vertical livre

Consideramos, em primeiro lugar, um sistema massa-mola oscilando verticalmente no ar, onde o atrito da massa com o meio é pequeno. Na posição de equilíbrio, a mola fica alongada, de maneira que sua força elástica compense o peso do corpo. Definimos essa posição de equilíbrio como a origem do sistema de coordenadas:  $x_{\text{eq}} = 0$ . Quando a massa é afastada do equilíbrio, numa certa distância  $x_0$ , medida com relação à  $x_{\text{eq}}$ , o sistema responderá como um oscilador harmônico convencional e a posição da massa como função do tempo é descrita por

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t), \quad (1)$$

com frequência angular característica  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , na qual  $k$  é a constante elástica da mola e  $m$  a massa do corpo suspenso. Essa é a frequência natural de oscilação do sistema. Na equação (1) está assumido que em  $t = 0$  se tem  $x(0) = x_0$ . A amplitude máxima de oscilação  $x_0$  deveria ser constante ao longo do tempo e independente de  $k$  ou  $m$ . No entanto, sabemos que o atrito no meio não é exatamente nulo e, depois de algum tempo, perceberemos que as amplitudes máximas das oscilações decaem no tempo até o sistema ficar em repouso. Ainda assim, a aproximação de oscilador harmônico é satisfatória no ar, desde que analisemos o movimento durante as primeiras oscilações.

### 1.1.2 Oscilador harmônico vertical amortecido

Quando o movimento da massa ocorre dentro de um meio viscoso, como a água, o amortecimento das oscilações é mais intenso do que no ar e a aproximação de oscilador harmônico, sem atrito, não está justificada. Para tratar esse problema devemos incluir uma força adicional (a força de atrito viscoso):

$$F_a = -b v = -b \frac{dx}{dt} \quad , \quad (2)$$

que é proporcional à velocidade  $v$  do corpo, mas de sentido oposto. O fator  $b$  é uma constante que caracteriza o grau de amortecimento. Descrevendo o movimento desde o referencial com origem na posição de equilíbrio, a equação de movimento, que resulta ao aplicar a Lei de Newton, pode ser escrita como:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} \quad . \quad (3)$$

O termo  $-k x$  representa a força de restituição da mola. Essa equação é mais complicada do que a equação do oscilador harmônico, devido à presença do termo envolvendo a primeira derivada da posição  $x$ . A solução desta equação é

$$x(t) = x_0 e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega_1 t) \quad , \quad (4)$$

em que  $x_0$  é a amplitude máxima *inicial* (em  $t=0$ ) e  $\omega_1$  é a frequência angular da oscilação, dada por

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad . \quad (5)$$

O termo  $\frac{b}{2m}$  é o *fator de amortecimento* e será representado pela letra grega  $\gamma$ . Observe que, pela consistência dimensional da equação (5), a unidade de  $\gamma$  é radiano/segundo. Podemos reescrever a eq.(4) em termos de  $\omega_1$  e  $\gamma$  como

$$x(t) = \left[ x_0 e^{-\gamma t} \right] \cos(\omega_1 t) \quad (6)$$

e, usando a definição da frequência natural  $\omega_0$ , podemos reescrever a equação (5) como

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad . \quad (7)$$

Podemos notar, pela eq. (6), que a posição da massa oscila harmonicamente com a frequência  $\omega_1$ , com fator de amplitude dado pelo termo entre colchetes, isto é, o produto de  $x_0$  pela função exponencial decrescente  $e^{-\gamma t}$ . Portanto, as amplitudes extremas da oscilação  $x_e$  serão progressivamente menores, com taxa de decréscimo diretamente proporcional a  $\gamma$ . Na figura 3.1 é mostrado o gráfico da função (6), indicando em linha tracejada o perfil da função exponencial. Podemos ver que, se o amortecimento

não for muito grande, a massa realiza várias oscilações com período  $T_1 = 2\pi/\omega_1$ , antes de retornar ao repouso. Quanto maior o valor de  $\gamma$ , mais rápido é o decréscimo das amplitudes das oscilações. Observe que em (7) existe uma condição crítica para o fator de amortecimento,  $\gamma_C = \omega_0$ . Nessa situação, chamada amortecimento crítico, o sistema não oscila e o retorno ao equilíbrio ocorre exponencialmente. Quando  $\gamma > \gamma_C$ , os valores de  $\gamma$  determinam maior tempo para o sistema retornar ao equilíbrio. Essa é a situação de amortecimento supercrítico.

**Questão:** De que forma o efeito do atrito perturba a frequência de oscilação?

**Questão:** A energia mecânica inicial do oscilador se conserva durante o movimento?

#### A Física e a Engenharia: ressonância em estruturas

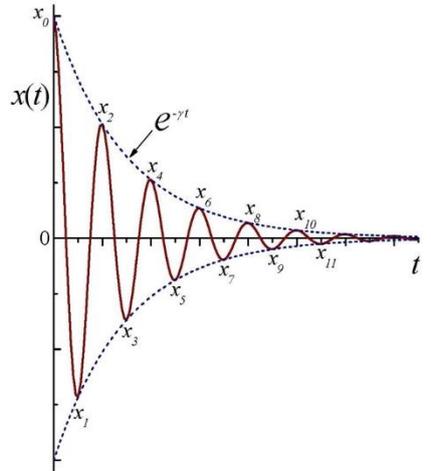
Toda estrutura construída (casa, prédio, ponte, etc.) possui inércia (massa, momento de inércia). Ao mesmo tempo, os materiais que a compõem, apresentam elasticidade, dentro de certos limites, e dissipação da energia mecânica por atrito interno e/ou externo. Portanto, quando levemente afastada do equilíbrio, por um agente externo, a estrutura poderá retornar à sua configuração de equilíbrio realizando oscilações amortecidas. Como todo sistema mecânico elástico, a estrutura terá frequências naturais de oscilação  $\omega_{oi}$  correspondentes a diferentes *modos de vibração*. Quando a força externa oscila com o tempo, com frequência  $\Omega$ , por exemplo, devido a um movimento sísmico ou perturbação pelo vento, a estrutura acompanhará essa oscilação com uma amplitude que dependerá de  $\Omega$ ; será grande quando  $\Omega$  se aproximar de alguma frequência natural  $\omega_{oi}$  (situação conhecida como condição de ressonância). Eventualmente, isso pode causar o colapso da estrutura. A queda da ponte de Tacoma Narrows é um exemplo clássico desse fenômeno, cujo processo de oscilação ressonante foi iniciado pela ação de vento de intensidade moderada sobre as superfícies planas da estrutura. É importante notar que, na condição de ressonância, as amplitudes de oscilação são grandes, ainda que as forças externas sejam fracas; o importante é que a frequência de oscilação coincida com uma frequência natural do sistema. Uma forma de retirar a energia mecânica da estrutura, quando oscila em ressonância, é colocá-la em contato com outros sistemas que absorvam essa energia e a dissipem. Isso pode ser realizado com amortecedores convencionais com fluido, ou com amortecedores de “massa sintonizada”. Esses últimos são mais utilizados por não precisarem de muita manutenção. Trata-se apenas de pêndulos massivos, cuja massa é ajustada para obter uma frequência de oscilação idêntica à frequência de ressonância da estrutura. Muitos arranha-céus e torres de comunicação de grande altura possuem um amortecedor dessa classe no topo. Um dos exemplos mais chamativos é o edifício Taipei 101, que possui um pêndulo esférico central de mais de 700 toneladas, com comprimento de suspensão de 4 andares, para minimizar a amplitude da vibração cólica da estrutura.

### 1.1.3 Oscilador harmônico vertical forçado

Para manter qualquer sistema físico oscilando em um meio com dissipação, é necessário compensar a perda de energia através de trabalho realizado por um agente externo. No sistema massa-mola, essa condição pode ser atingida através da ação de

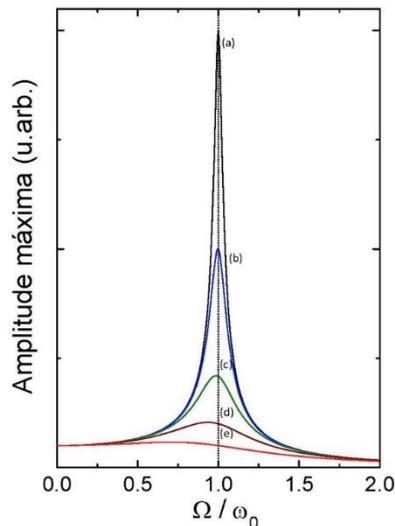
uma força externa que varie no tempo, de modo que mantenha a amplitude de oscilação constante. Nesse caso, a oscilação é *forçada*.

Figura 0.1- Função de posição  $x(t)$  para o oscilador amortecido de acordo com a eq.(6). Linha tracejada: fator de modulação exponencial  $e^{-\gamma t}$  das amplitudes máximas de oscilação.



Fonte elaborada pelos compiladores.

Figura 0.2 - Amplitude de oscilação  $x_0(\Omega)$  do oscilador amortecido forçado (eq. 11) em função da frequência de excitação  $\Omega$  da força externa, relativa ao oscilador livre  $\omega_0$ , para diferentes valores de fator de amortecimento  $\gamma$ : (a)  $\gamma = 0,025 \omega_0$ ; (b)  $\gamma = 0,05 \omega_0$ ; (c)  $\gamma = 0,12 \omega_0$ ; (d)  $\gamma = 0,25 \omega_0$ ; (e)  $\gamma = 0,50 \omega_0$



Fonte elaborada pelos compiladores.

A variação temporal da força externa mais importante de se analisar é a variação harmônica, por exemplo, cossenoidal

$$F_{ext} = F_0 \cos(\Omega t) \quad , \quad (8)$$

na qual  $\Omega$  é a frequência angular de variação da força externa. A frequência está determinada pelo agente externo ao oscilador, como, por exemplo, a frequência de rotação de um motor. É um parâmetro independente das propriedades do oscilador; não tem qualquer relação com as frequências angulares  $\omega_1$  e  $\omega_0$  estudadas anteriormente.  $F_0$  é a amplitude máxima da força externa. Levando em consideração essa força adicional, a segunda Lei de Newton, aplicada à massa em suspensão, fornece a seguinte equação diferencial para a posição  $x(t)$ :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \Omega t \quad (9)$$

A solução dessa equação é dada por:

$$x(t) = [x_0(\Omega)] \cos(\Omega t + \delta) \quad (10)$$

É instrutivo comparar essa solução com as equações (1) e (6), do oscilador livre e do amortecido. A grande semelhança entre essas soluções é o termo cosseno, indicando que sempre temos oscilações harmônicas. No entanto, em (10), a frequência das oscilações é  $\Omega$ , imposta sobre o sistema pelo do agente externo. Podemos dizer que a massa é forçada a “acompanhar” a oscilação da força externa, independentemente de qual for a frequência natural do oscilador. O parâmetro  $\delta$  é apenas uma constante de fase que depende de  $\Omega$ , que não será discutida nesta prática. Uma grande diferença entre (10) e as equações (1) ou (6) é o fator de amplitude da oscilação  $x_0(\Omega)$ . No oscilador forçado, essa amplitude está imposta pelo agente externo e depende da frequência da força externa da seguinte forma:

$$x_0(\Omega) = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\gamma^2 \Omega^2}} \quad (11)$$

### ***A Física e a Engenharia Elétrica: amortecimento de vibrações em linhas de potência***

Os cabos de transmissão elétrica suspensos entre torres são susceptíveis de vibrar pelo efeito do vento. Como veremos na Prática de Ondas Estacionárias, se o comprimento do cabo e a frequência de vibração satisfazem a condição de ressonância, uma onda estacionária será estabelecida no cabo. Isso é prejudicial, pois expõe o cabo a tensões mecânicas indesejadas em certos pontos. Para eliminar essas vibrações, cuja faixa de frequência pode ser estimada, é possível acoplar pêndulos que vibrem com as mesmas frequências, absorvendo, assim, a energia mecânica do cabo de forma ressonante. Esse sistema foi patenteado em 1928, por George Stockbridge, e consiste em duas massas fixadas nos extremos de um cabo curto que se suspende da linha de potência. Regulando o valor das massas, a tensão e o comprimento do cabo de união, é possível ajustar a frequência de oscilação. Esse sistema é passivo, de baixo custo, pouca manutenção e facilmente ajustável.

**Amortecedor de Stockbridge**



Fonte: STOCKBRIDGE<sup>1</sup>

- Qual seria a vantagem de usar esse tipo de amortecedor em vez de simplesmente colocar mais pontos de *fixação* do cabo?



Fonte: STOCKBRIDGE<sup>1</sup>

*A Física e as Engenharias Aeronáutica e de Produção Mecânica:  
ressonância de terra*

A estrutura de um helicóptero possui partes com resposta elástica (pneumáticos e/ou amortecedores no trem de pouso e nas asas) e, portanto, terá frequências de ressonâncias naturais. A *ressonância de terra* é um fenômeno destrutivo que pode ocorrer quando um helicóptero, de três ou mais pás, está pousado com o rotor em funcionamento. Se por algum motivo ocorrer um desbalanço, que desalinhie o eixo de rotação da direção vertical, o helicóptero experimentará impulsos exercidos pela força de reação do chão sobre o trem de pouso. Essa excitação tem a periodicidade da rotação da hélice e constitui uma condição de oscilação forçada da estrutura do helicóptero. Se a frequência dessa excitação coincide com uma frequência natural da estrutura, o sistema oscilará com grande amplitude. O fenômeno de ressonância de terra é um processo divergente – maiores amplitudes de oscilação causam maiores desalinhamentos e, portanto, maior intensidade dos impulsos aplicados pelo chão. O processo é capaz de destruir completamente a estrutura da aeronave em segundos. A ocorrência dessa condição pode ser neutralizada, no projeto do helicóptero, determinando a calibração apropriada dos amortecedores para dissipar a energia mecânica das vibrações e deslocar as frequências naturais para faixas que não coincidam com o regime de rotação em pouso.

Um fenômeno semelhante ocorre com a máquina de lavar roupas quando a carga fica desbalanceada – o sistema receberá impulsos periódicos do chão, com a frequência da rotação do motor. Se esses impulsos coincidem com uma frequência de vibração natural da máquina, esta vibrará com grande amplitude. É por esse fenômeno que a máquina possui um conjunto de amortecedores de molas e pesos de compensação, que devem ser projetados cuidadosamente para minimizar a amplitude de oscilação em ressonância ou

Essa relação não depende do tempo, o que significa que as amplitudes  $x_0(\Omega)$  serão constantes. Analisando, em detalhe, a equação (11), observamos que deverá ocorrer um *máximo* para a amplitude de oscilação  $x_0$  quando o denominador desta equação corresponder a um *mínimo*. Essa condição ocorre quando a frequência da força externa  $\Omega$  é igual a certo valor particular  $\Omega_{\max}$ , chamado de *frequência de máxima amplitude de oscilação*.

$$\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} \quad . \quad (12)$$

Para o caso especial de amortecimento nulo ( $\gamma=0$ ) resulta em  $\Omega_r = \omega_0$ , ou seja a amplitude de máxima oscilação coincide com a frequência de ressonância do sistema. Nessa situação simples,  $x_0(\Omega)$  é pequeno quando  $\Omega \neq \omega_0$  e tende a infinito quando  $\Omega = \omega_0$ . Como na realidade há sempre algum amortecimento ( $\gamma \neq 0$ ), a amplitude de oscilação  $x_0(\Omega)$  permanece sempre finita, embora possa se tornar muito grande quando  $\Omega \sim \Omega_r$ . Este fenômeno é conhecido como *ressonância*; a oscilação terá a grande amplitude quando a frequência da força externa coincidir com a frequência natural do sistema, que nesta situação particular é denominada de frequência de ressonância do sistema. Na

figura 3.2 está representada a relação (11) como função da razão entre a frequência de excitação  $\Omega$  e a frequência do oscilador livre  $\omega_0$ . As diferentes curvas correspondem a diferentes valores do fator de amortecimento. É possível observar que quanto menor o amortecimento, maior a amplitude de oscilação, especialmente para frequências próximas da ressonância. Observe que a posição da  $\Omega_r$  muda levemente quando o coeficiente de amortecimento aumenta.

**Questão:** A frequência de ressonância é igual à frequência do oscilador livre? É maior ou menor? Os valores são próximos ou não?

## 1.2 Experimental

O oscilador massa-mola está montado verticalmente em um suporte, mostrado na figura 3.3. Para analisar o comportamento do oscilador amortecido, a massa é colocada para oscilar dentro de uma proveta com água. O oscilador pode trabalhar de modo forçado, simplesmente deslocando periodicamente na direção vertical, o ponto de suspensão da mola. Para isso, é utilizada uma alavanca acoplada a um disco girante com velocidade angular  $\Omega$  constante, como mostrado na figura 3.3.b. A rotação é produzida por um motor elétrico, cuja frequência  $\Omega$  pode ser variada.

## 1.3 Procedimento

As vídeo-aulas para coleta dos dados a serem utilizados nas análises podem ser encontradas no seguinte link abaixo. Procure pelas videoaulas com os títulos mencionados.

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLDre2jYH3njjMv8cYIDXmIZCO1qB5h9CU>

### 1.3.1 Aproximações de oscilações simples no ar

**Vídeo aula correspondente:** Oscilador Harmônico Simples: sistema massa-mola e pêndulos (com coleta de dados)

A situação onde os sistemas físicos massa-mola e pêndulo físico são tratados como osciladores harmônicos simples é apresentada no vídeo **Oscilador Harmônico simples: Sistema massa-mola e pêndulos (com coleta de dados)**. Os dados experimentais a serem coletados para a análise aqui propostas são apresentados a

partir de **1:06:51** deste vídeo. Obs: A incerteza nas medidas de massa apresentada é de 0,01 g.

- a) No primeiro experimento apresentado no vídeo você deve usar os dados apresentados para determinar a constante elástica da mola que será usada nos experimentos usando a Lei de Hooke.
- Assista o vídeo correspondente a essa parte, anote as sucessivas posições de equilíbrio as massas correspondentes. Para cada situação determine a elongação da mola para cada uma das massas penduradas.
  - Construa um gráfico da força aplicada (peso das massas em cada situação) como função da elongação. Faça um ajuste linear da curva determine a constante elástica da mola.
- b) No segundo experimento apresentado no vídeo é mostrado a oscilação de um sistema massa mola no ar que, no caso de poucas oscilações - até ~ 30, é uma excelente aproximação para um oscilador harmônico simples.
- Usando a massa do corpo pendurado apresentada no vídeo e a constante elástica da mola determinada no item anterior, calcule o período de oscilação esperado para ao sistema massa mola.
  - Determine o período de oscilação diretamente a partir das oscilações do sistema apresentadas no vídeo.
  - Compare o período medido diretamente com o calculado e discuta a concordância entre os resultados. Aponte as principais fontes de erros envolvidas.
- c) O terceiro experimento apresentado no vídeo trata da oscilação de um pêndulo físico em pequenas amplitudes, que também é uma boa aproximação para um oscilador harmônico simples.
- Considere inicialmente a articulação próximo a extremidade da barra (primeira situação discutida no vídeo). Considerando as dimensões e massas apresentadas calcule o momento de inércia do pêndulo em relação a essa articulação utilizando as conhecidas expressões para momento de inércia de vários objetos. Dica: você pode aproximar a haste por uma haste fina de massa  $M$  e o corpo de massa  $m$  pode ser considerando uma massa pontual localizada na posição do seu centro de massa.
  - Para determinar o momento de inércia do pêndulo físico a partir do seu período de oscilação é necessário conhecer a distância do seu centro de

massa até o ponto de articulação. Assim será necessário determinar a posição do centro de massa do pêndulo. Faça isso utilizando os dados de dimensão e massa apresentados no vídeo. Novamente você pode aproximar a haste por uma haste fina de massa  $M$  e o corpo de massa  $m$  pode ser considerando uma massa pontual localizada na posição do seu centro de massa.

- Determine o período de oscilação do pêndulo físico (em relação a articulação próxima a extremidade) diretamente a partir das oscilações apresentadas no vídeo. A partir do valor obtido, da massa do sistema, da distância da articulação até o centro de massa e da aceleração da gravidade, determine o momento de inércia do pêndulo físico.
- Compare os valores de momento de inércia medidos diretamente e a partir do cálculo geométrico e discuta a concordância entre os valores. Aponte as possíveis fontes de erros para cada medida.
- Repita os quatro itens anteriores considerando o pêndulo físico oscilando em torno de uma articulação no centro da haste tal como também apresentado no vídeo.

### 1.3.2 Amortecimento das oscilações no ar.

**Vídeo aula correspondente:** Oscilador Harmônico Amortecido: regimes de amortecimento em sistemas massa-mola (com coleta de dados)

No primeiro experimento apresentado no vídeo, o oscilador massa-mola no ar é tratado de forma mais realista, ou seja, considerando os efeitos de amortecimento. Os dados experimentais a serem coletados para a análise aqui propostas são apresentados a partir de **1:01:18** do vídeo mencionado acima. Obs: Para facilitar as análises propostas neste item é altamente recomendável que você assista também a parte do vídeo correspondente a regimes e tipos de amortecimento.

- Assista a parte correspondente do vídeo e siga os procedimentos indicados de modo a coletar os dados a amplitude de oscilação a cada vinte oscilações completas.
- Utilize o período de oscilação determinado no item 1.4.1 b) para determinar o tempo transcorrido a cada vinte oscilações.
- Faça um gráfico em escala linear da amplitude da oscilação como função do tempo de modo a obter a função de amortecimento.

- Faça um gráfico dessa mesma função em escala mono-logarítmica. É possível inferir deste comportamento qual é o tipo de amortecimento (atrito linear  $(-bv)$  ou quadrático  $(-cv^2)$ ? Caso a resposta seja positiva, faça um ajuste da curva utilizando o modelo de amortecimento adequado estime o parâmetro de amortecimento ( $\gamma = b/2m$  no caso do modelo  $-bv$  ou  $D$  no caso de  $-cv^2$  – Veja as funções de amortecimento propostas no vídeo para cada caso)

### 1.3.3 Amortecimento das oscilações na água.

**Vídeo aula correspondente:** Oscilador Harmônico Amortecido: regimes de amortecimento em sistemas massa-mola (com coleta de dados)

Nos experimentos apresentados nesta parte, o oscilador massa-mola na água considerando os efeitos de amortecimento. Os dados experimentais a serem coletados para a análise aqui propostas são apresentados a partir de **1:06:58** do vídeo mencionado acima. Para facilitar as análises propostas neste item é altamente recomendável que você assista também a parte do vídeo correspondente a regimes e tipos de amortecimento.

- a) No segundo experimento apresentado no vídeo é mostrado a oscilação de um sistema massa mola na água com o objetivo de se medir o período da oscilação. Assista a essa parte do vídeo e siga as orientações apresentadas de modo a determinar o período de oscilação diretamente a partir das oscilações apresentadas para o sistema.
- b) No terceiro experimento apresentado no vídeo, o oscilador massa-mola na água é tratado considerando os efeitos de amortecimento.
  - Assista a parte correspondente do vídeo e siga os procedimentos indicados de modo a coletar os dados da amplitude de oscilação a cada oscilação completa.
  - Assista também a parte correspondente do vídeo que compara qualitativamente oscilações com duas diferentes amplitudes iniciais.
  - Utilize o período de oscilação determinado no item a) para determinar o tempo transcorrido a cada oscilação.
  - Faça um gráfico em escala linear da amplitude da oscilação como função do tempo, de modo a obter a função de amortecimento.
  - Faça um gráfico dessa mesma função em escala mono-logarítmica.

- Com base nos resultados anteriores é possível inferir qual é o tipo de amortecimento (atrito linear  $-bv$  ou quadrático  $-cv^2$ ) mais adequado para descrever o sistema? Justifique a sua resposta baseada nas características das curvas de amortecimento e nos comportamentos esperados para cada tipo de amortecimento. Caso a resposta seja positiva, faça um ajuste da curva utilizando o modelo de amortecimento adequado e estime o parâmetro de amortecimento ( $\gamma = b/2m$  no caso do modelo  $-bv$  ou  $D$  no caso de  $-cv^2$  – Veja as funções de amortecimento propostas no vídeo para cada caso).

### 1.3.4 Oscilação forçadas

**Vídeo aula correspondente:** Oscilador Harmônico Forçado: ressonância mecânica (com coleta de dados)

Nos experimentos apresentados nesta parte, o oscilador massa-mola amortecido é forçado a oscilar no ar e na água por uma força externa periódica de frequência  $\omega$ . O objetivo seja caracterizar a curva da amplitude de oscilação como função da frequência  $\omega$  e analisar as características dessa curva. Os dados experimentais a serem coletados para a análise aqui propostas são apresentados a partir de **1:27:20** do vídeo mencionado acima.

- a) No vídeo é apresentado uma medida da massa oscilante, que neste caso corresponde a um corpo de chumbo, uma bolinha de isopor e um disco de alumínio. Utilizando o resultado da medida da massa e a constante elástica da mola determinada no item 1.4.1 a), calcule a frequência natural de oscilação desse sistema.
- b) A partir de 1:33:20 do vídeo é apresentado o procedimento de coleta de dados e, logo em seguida, se apresenta a filmagem do experimento. Siga o procedimento indicado e obtenha a amplitude de oscilação e o período da força motora correspondente.
- c) Faça um gráfico das amplitudes de oscilação coletadas em função da frequência da força motora (determinada a partir do período).
- d) Do gráfico, determine a frequência de máxima amplitude de oscilação. Compare o valor obtido com a frequência natural de oscilação do sistema. Os valores

coincidem? O que significa o resultado dessa comparação em termos do grau de amortecimento do sistema.

- e) Repita os itens de a) a d) considerando agora a parte do vídeo que apresenta o sistema massa mola oscilando na água (resultados apresentados a partir de 1:42:34).
- f) Determine a largura a meia altura das curvas das amplitudes de oscilação como função da frequência da força motora para os dois casos analisados (oscilações no ar e na água). Compare esses valores e discuta a diferença à luz do grau de amortecimento em cada sistema. Compare também a diferença entre a frequência de máxima oscilação e a frequência natural do sistema em cada caso. Discuta qualitativamente observado à luz do grau de amortecimento em cada sistema.

## ***Bibliografia***

TIPLER, P. A. **Física**. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1999. v. 1.

## ***Referências***

1 STOCKBRIDGE damper. Disponível em:  
<[http://en.wikipedia.org/wiki/Stockbridge\\_damper](http://en.wikipedia.org/wiki/Stockbridge_damper)>. Acesso em: 20 jul.14.