

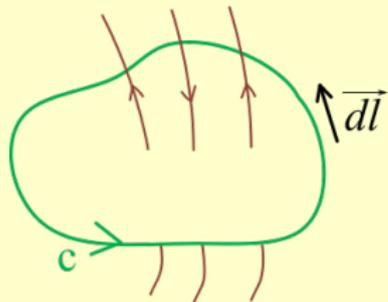
# Transformadores

## Eletrotécnica Geral

Depto. de Engenharia de Energia e Automação Elétricas  
Escola Politécnica da USP

22 de novembro de 2020

# Revisão de conceitos de eletromagnetismo



Lei de Ampère:

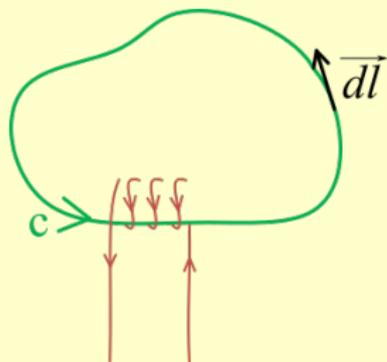
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = i_{conc}$$

$\vec{H}$  = vetor campo magnético ou intensidade magnética [A/m]

$i_{conc}$  = corrente concatenada com o contorno C [A]

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = N \cdot i$$

Bobina com N espiras,  
corrente  $i$



## Revisão de conceitos de eletromagnetismo (cont.)

- Vetor indução magnética ou densidade de fluxo  $\vec{B}$ :

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

$\vec{B}$  = indução magnética [T]

$\mu$  = permeabilidade magnética [H/m]

$\mu_0$  (vácuo) =  $4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m

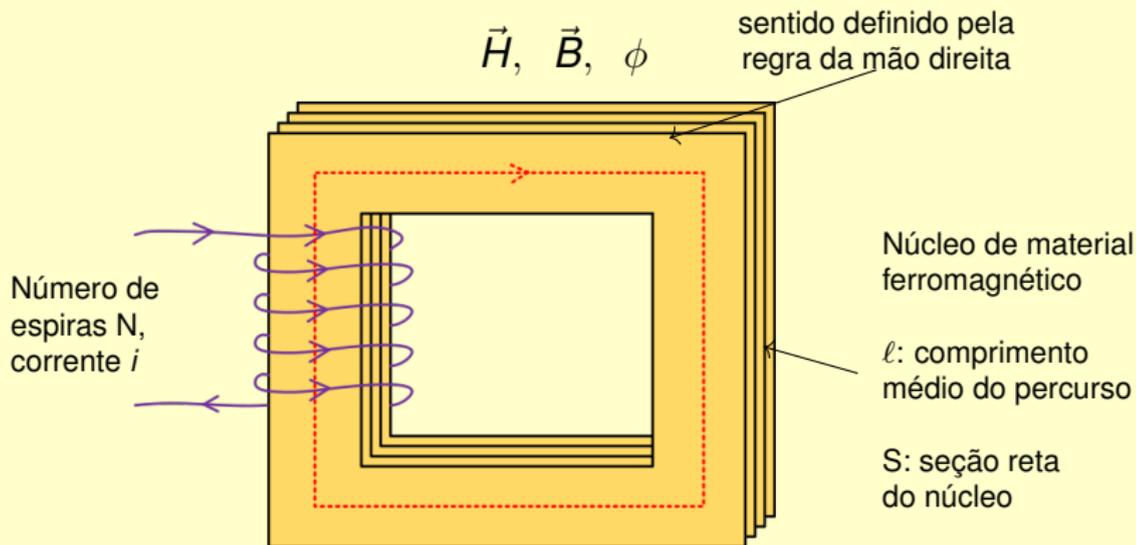
- Fluxo magnético  $\phi$

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$\phi$  = fluxo magnético [ $wb = T \cdot m^2$ ], valor escalar

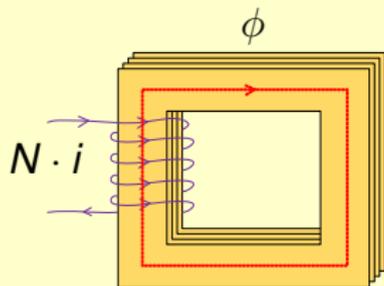
$d\vec{S}$  = vetor normal à superfície S, com módulo igual a dS

## Revisão de conceitos de eletromagnetismo (cont.)



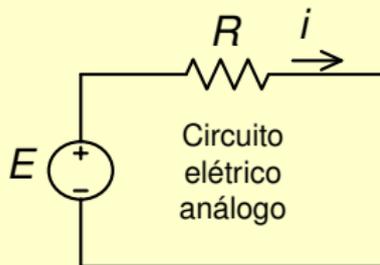
$$Hl = N \cdot i \Rightarrow \frac{B}{\mu} l = N \cdot i \Rightarrow N \cdot i = \frac{l}{S\mu} \phi$$

$$\boxed{N \cdot i = \mathcal{R} \phi}, \quad \mathcal{R} = \text{relutância magnética}$$



$$N \cdot i = \mathcal{R}\phi$$

$N \cdot i$  também é chamada de  
"força magnetomotriz" da fonte (f.m.m.)



$$E = \frac{\ell}{\sigma S} i = \frac{\rho \ell}{S} i$$

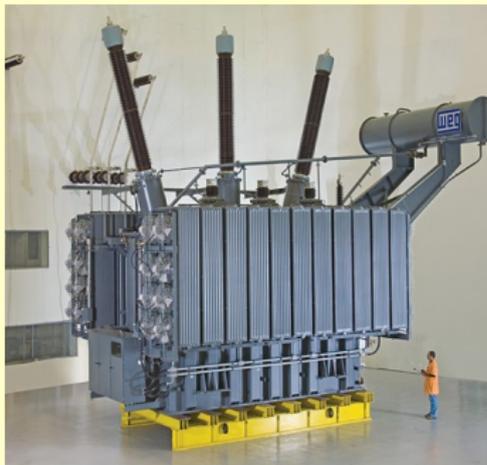
$$E = R \cdot i$$

$E$  também é chamada de  
"força eletromotriz" da fonte (f.e.m.)

Circuito magnético	Circuito elétrico análogo
Relutância: $\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{\ell}{S}$	Resistência: $R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{S}$
Fluxo magnético: $\phi$	Corrente elétrica: $i$
$f.m.m. = N \cdot i$	$f.e.m. = E$

# Transformador

- Dispositivo que converte um nível de tensão em outro nível de tensão pela ação da variação do fluxo magnético
- A possibilidade de elevação e redução eficiente do nível de tensão viabilizou a transmissão de energia por distâncias consideráveis em corrente alternada
- Maior tensão → menor corrente → menos perdas



Fonte: [old.weg.net/br/Produtos-e-Servicos/Geracao-Transmissao-e-Distribuicao-de-Energia/Transformadores/Transformadores-de-Forca](http://old.weg.net/br/Produtos-e-Servicos/Geracao-Transmissao-e-Distribuicao-de-Energia/Transformadores/Transformadores-de-Forca)

## Lei de Faraday

- Fluxo magnético variável induz uma tensão:

$$e_{ind} = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d(N\phi)}{dt}$$

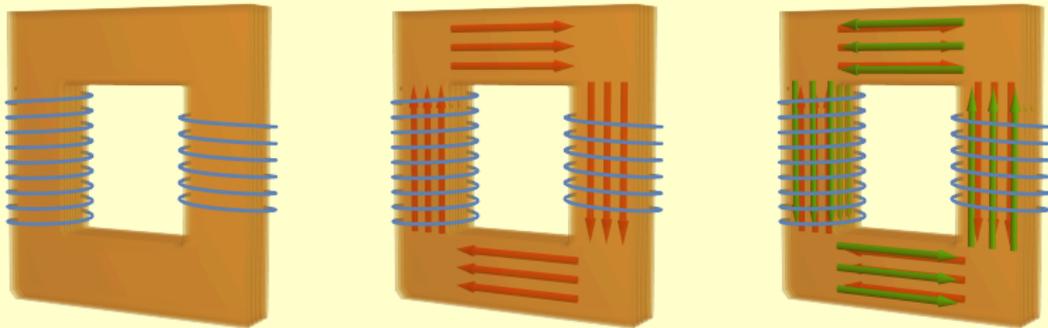
- Indutância:

$$L = \frac{N\phi}{i}$$

$$e_{ind} = \frac{d(L \cdot i)}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

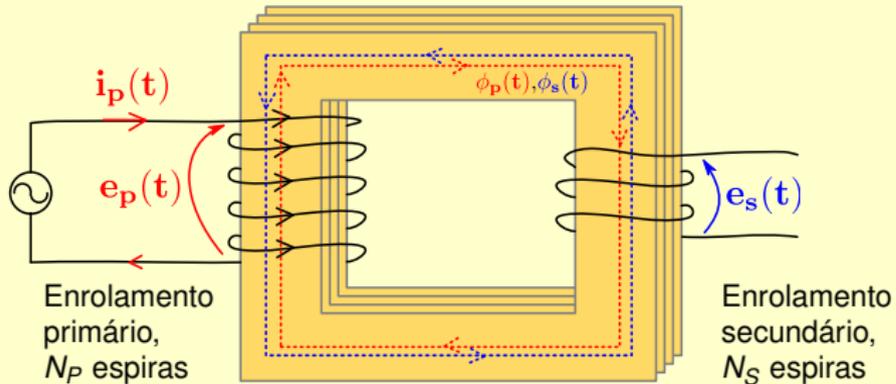
Corrente senoidal  $\rightarrow$  fluxo magnético senoidal, variável no tempo

# Transformador



# Transformador ideal

CA, corrente alternada



$$e_P(t) = N_P \frac{d\phi_P}{dt}$$

$$\frac{d\phi_P}{dt} = \frac{e_P(t)}{N_P}$$

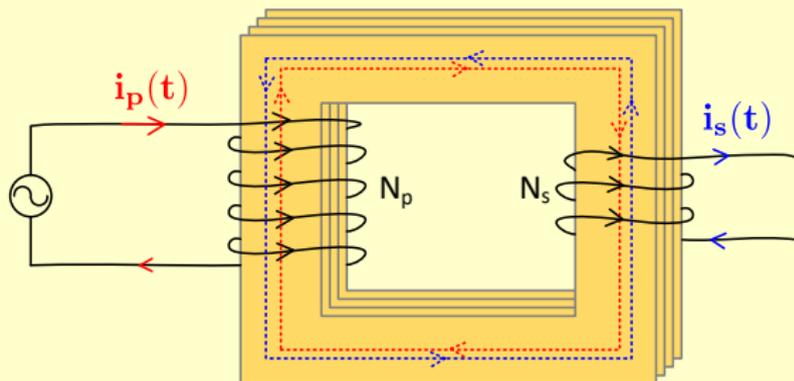
$$\phi_P = \phi_S$$

$$\frac{e_P(t)}{e_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a$$

$$e_S(t) = N_S \frac{d\phi_S}{dt}$$

$$\frac{d\phi_S}{dt} = \frac{e_S(t)}{N_S}$$

## Circuito secundário com carga ( $i_S \neq 0$ )



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = N \cdot i$$

$$H \cdot \ell_m = N_P i_P(t) - N_S i_S(t)$$

$$\frac{B}{\mu} \ell_m = N_P i_P(t) - N_S i_S(t)$$

Transformador ideal:  $\mu \rightarrow \infty$

$$N_P i_P(t) - N_S i_S(t) = 0$$

$$\boxed{\frac{i_P(t)}{i_S(t)} = \frac{N_S}{N_P} = \frac{1}{a}}$$

↑ tensão, ↓ corrente

↓ tensão, ↑ corrente

# Relações de tensão, corrente e potência em um transformador ideal

Tensões:

$$\frac{e_p(t)}{e_s(t)} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad \frac{\dot{E}_p}{\dot{E}_s} = \frac{N_p}{N_s} = a$$

Correntes:

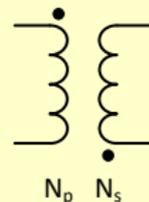
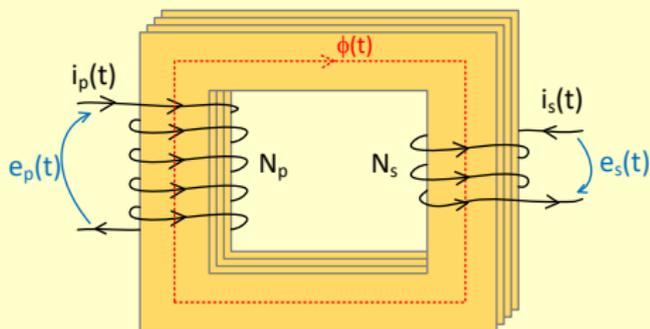
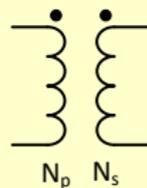
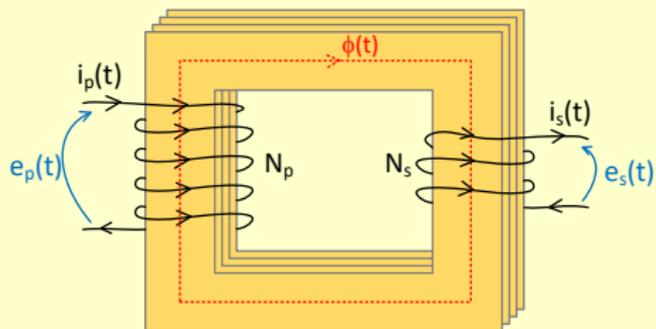
$$\frac{i_p(t)}{i_s(t)} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a} \quad \frac{\dot{I}_p}{\dot{I}_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a}$$

Potências:

$$e_s(t)i_s(t) = e_p(t)\frac{N_s}{N_p}i_p(t)\frac{N_p}{N_s} = e_p(t)i_p(t)$$

$$\bar{S}_s = \dot{E}_s \dot{I}_s^* = \dot{E}_p \dot{I}_p^* = \bar{S}_p \quad \text{Transformador ideal: Rendimento 100\%}$$

# Convenção de polaridades



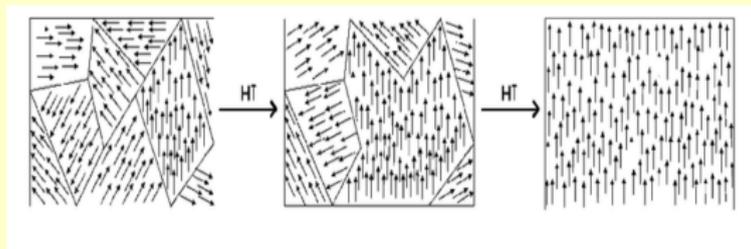
# Transformador ideal x real

- Permeabilidade magnética  $\mu \rightarrow \infty$ 
    - Relutância  $\mathcal{R} = 0$
    - Não há dispersão no fluxo magnético; todo o fluxo é confinado ao núcleo
  - Corrente de magnetização = 0
  - Perdas no núcleo = 0
  - Perdas Joule nos enrolamentos = 0
- Permeabilidade magnética finita
    - Relutância  $\mathcal{R} \neq 0$
    - Existe certa dispersão no fluxo magnético pelo ar, percorrendo um caminho de alta relutância (baixa permeabilidade)
  - Corrente de magnetização  $\neq 0$
  - Perdas no núcleo  $\neq 0$
  - Perdas Joule nos enrolamentos  $\neq 0$

# Transformador real: corrente de magnetização

Circuito secundário em aberto (sem carga)

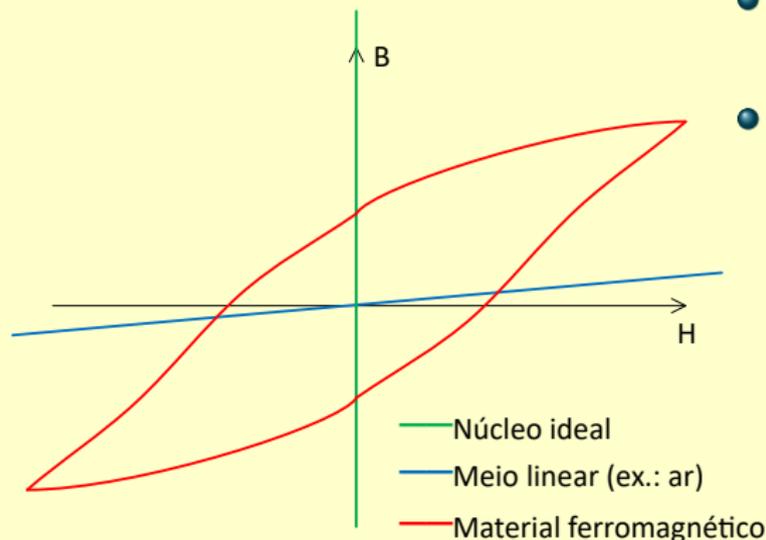
- Corrente no primário: corrente de magnetização = corrente necessária para produzir o fluxo no núcleo magnético, através da orientação dos domínios do material.



Fonte: [es.wikipedia.org/wiki/Dominio\\_magnético](http://es.wikipedia.org/wiki/Dominio_magnético)

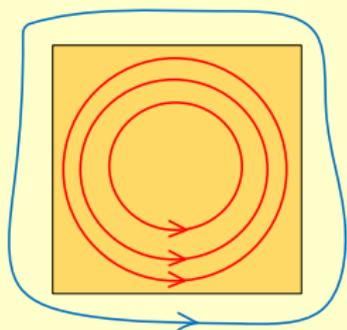
# Perdas no núcleo

## Curva de magnetização

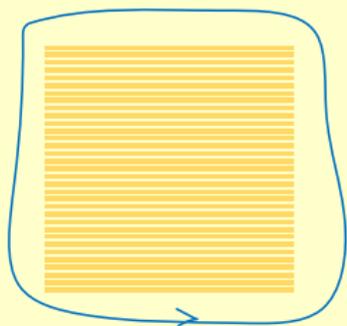


- Alguns domínios magnéticos ainda ficam alinhados após  $H=0$ .
- A área interna da curva de magnetização é um indicativo das perdas por histerese.

## Perdas no núcleo (cont.)



- Correntes de Foucault (ou correntes parasitas) → correntes induzidas no núcleo, ocasionando perdas por  $Ri^2$ .
- Núcleo laminado resulta em um caminho de alta resistência para as correntes de Foucault.



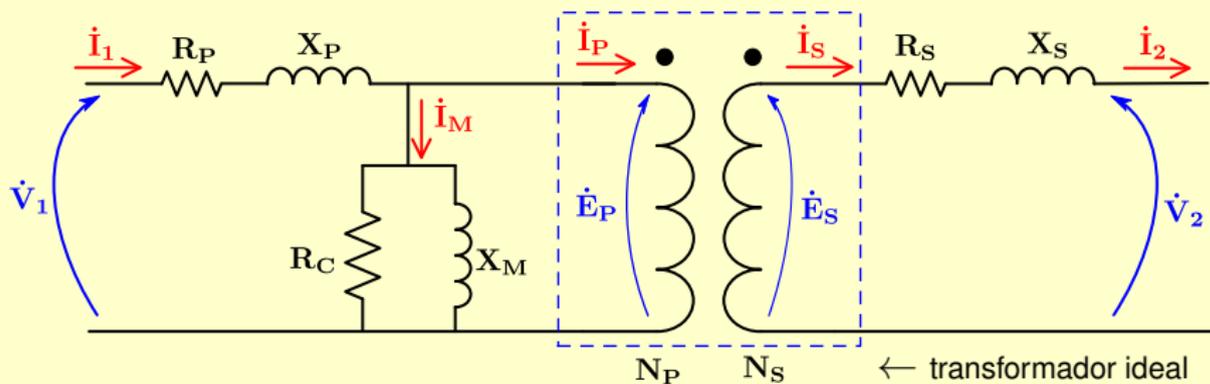
## Valores nominais (dados de placa)

- Tensões nominais
  - Valores eficazes (rms), ex. 110 V / 220 V, 13,8 kV / 440 V
  - $V_{nom,1} / V_{nom,2} = a_{nom}$
- Potência nominal
  - Potência aparente [VA]
  - Correntes nominais obtidas a partir de  $S_{nom}$  e  $V_{nom}$



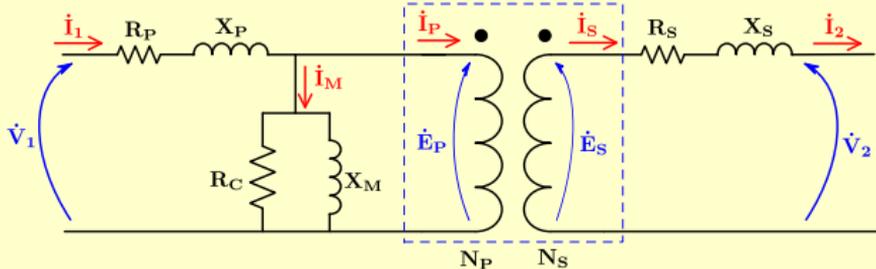
Fonte: [www.fotosdobrasil.fot.br](http://www.fotosdobrasil.fot.br)

## Circuito equivalente de um transformador real

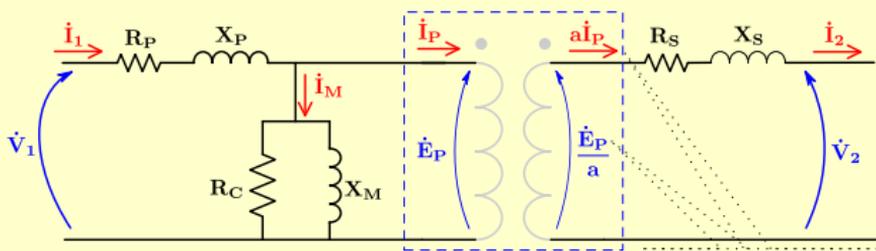


- $R_P, R_S$ : resistências dos enrolamentos primário e secundário.
- $X_P, X_S$ : reatâncias de dispersão dos enrolamentos primário e secundário
- $R_C$ : resistência que representa as perdas ôhmicas no núcleo
- $X_M$ : indutância que representa a curva de magnetização do núcleo
- $R_C // X_M$ : ramo de magnetização do transformador
- $I_M$ : corrente de magnetização

## Circuito equivalente, reflexão ao primário



$$a = \frac{N_P}{N_S}, \quad \dot{E}_S = \frac{\dot{E}_P}{a} \text{ (I)}, \quad \dot{i}_S = a \cdot \dot{i}_P \text{ (II)}, \quad \dot{i}_M = \frac{\dot{E}_P}{R_C / j \cdot X_M} \text{ (III)}$$



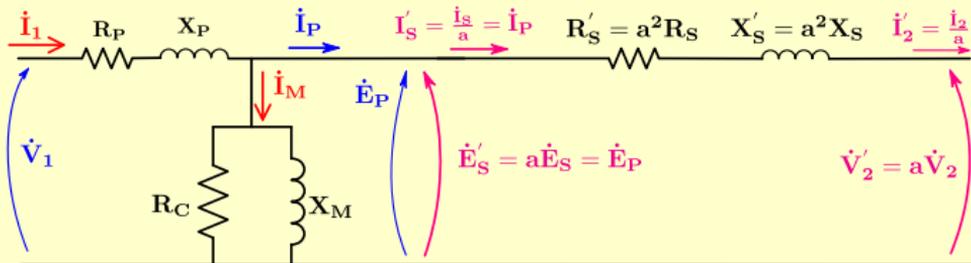
efeitos do transformador ideal

### Equações dos dois lados do transformador

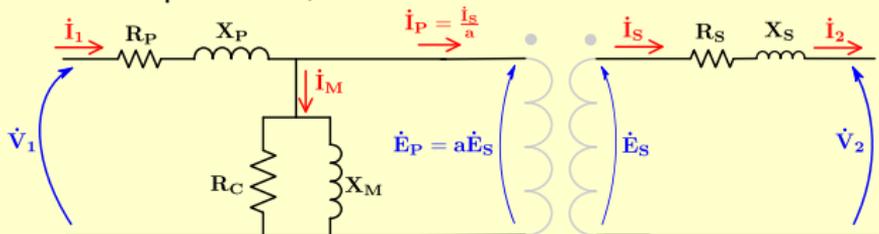
$$\dot{E}_P = \dot{V}_1 - \dot{i}_1(R_P + j \cdot X_P) = \dot{V}_1 - (\dot{i}_P + \dot{i}_M)(R_P + j \cdot X_P) \text{ (IV)}$$

$$\frac{\dot{E}_P}{a} = \dot{V}_2 + a \cdot \dot{i}_P(R_S + j \cdot X_S)$$

$$\Rightarrow \dot{E}_P = a \cdot \dot{V}_2 + a^2 \cdot \dot{i}_P(R_S + j \cdot X_S) \text{ (V)}$$



## Circuito equivalente, reflexão ao secundário



$$\dot{I}_M = \frac{\dot{E}_P}{R_C // j \cdot X_M} = \frac{a\dot{E}_S}{R_C // j \cdot X_M} \quad (\text{III})$$

$$a \cdot \dot{E}_S = \dot{V}_1 - \dot{I}_1 (R_P + j \cdot X_P) = \dot{V}_1 - \left( \dot{I}_M + \frac{\dot{I}_S}{a} \right) (R_P + j \cdot X_P) \quad (\text{IV})$$

$$\Rightarrow \dot{E}_S = \frac{\dot{V}_1}{a} - \frac{1}{a} \left( \dot{I}_M + \frac{\dot{I}_S}{a} \right) (R_P + j \cdot X_P) \times \frac{a^2}{a^2}$$

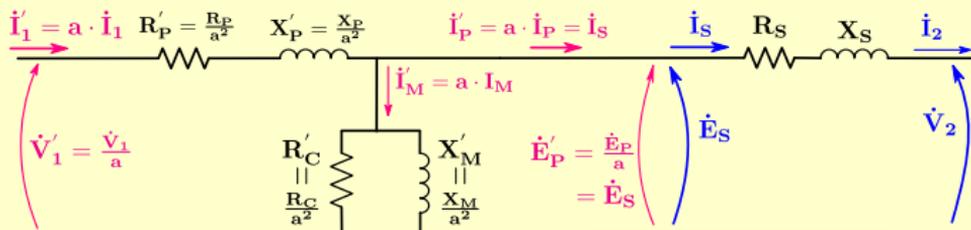
$$= \frac{\dot{V}_1}{a} - \left( a\dot{I}_M + \dot{I}_S \right) \left( \frac{R_P}{a^2} + j \frac{X_P}{a^2} \right) = \frac{\dot{V}_1}{a} - \left[ \left( \frac{a \cdot \dot{E}_S}{R_C // j \cdot X_M} + \dot{I}_S \right) \right] \left( \frac{R_P}{a^2} + j \frac{X_P}{a^2} \right)$$

$$= \frac{\dot{V}_1}{a} - \left[ \frac{\dot{E}_S}{\frac{1}{a^2} \frac{1}{R_C + j \cdot X_M}} + \dot{I}_S \right] \left( \frac{R_P}{a^2} + j \frac{X_P}{a^2} \right)$$

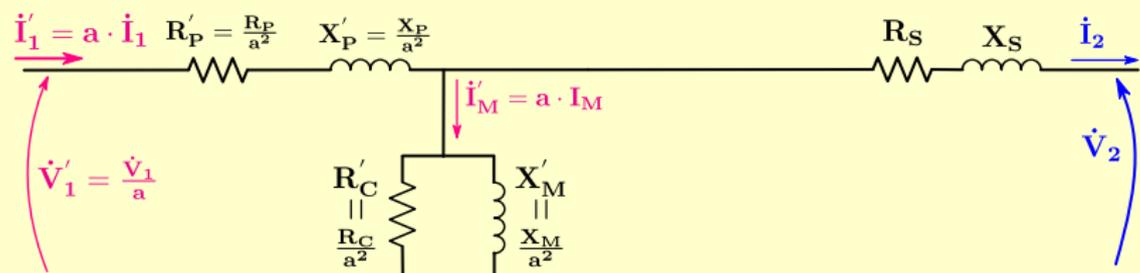
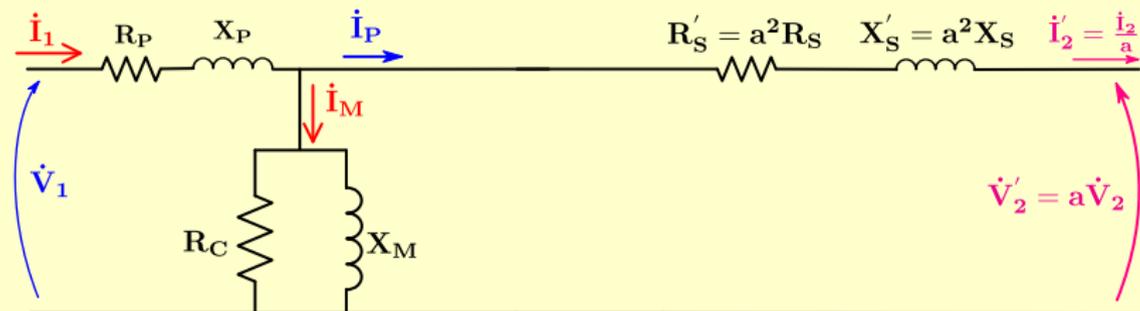
$$= \frac{\dot{V}_1}{a} - \left[ \frac{\dot{E}_S}{\frac{a^2}{R_C + j \cdot X_M}} + \dot{I}_S \right] \left( \frac{R_P}{a^2} + j \frac{X_P}{a^2} \right)$$

$$a \cdot \dot{I}_M = \dot{I}'_M$$

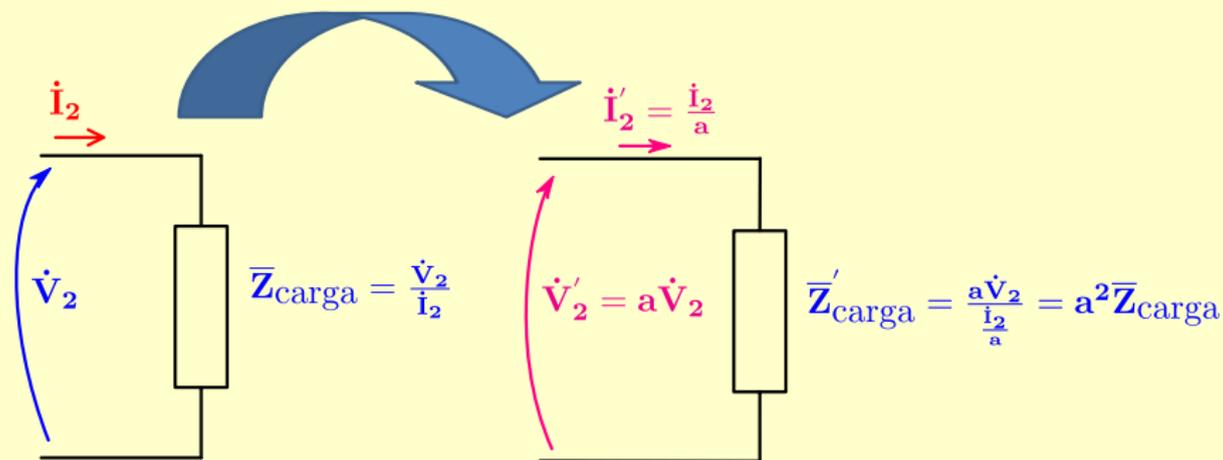
$$\dot{E}_S = \frac{\dot{V}_1}{a} - \left[ \frac{\dot{E}_S}{\frac{R_C}{a^2} + j \frac{X_M}{a^2}} + \dot{I}_S \right] \left( \frac{R_P}{a^2} + j \frac{X_P}{a^2} \right)$$



## Circuitos equivalentes com reflexão ao primário ou ao secundário



## Impedância de carga no secundário refletida ao primário



# OBRIGADO!

Este material é resultado da modernização dos materiais elaborados pelos professores do Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para as diversas disciplinas da área de Eletrotécnica Geral e foi desenvolvido pela professora Milana Lima dos Santos com a colaboração do professor Silvio Giuseppe Di Santo e a coordenação do professor Hernán Prieto Schmidt.