

SEL 0339 – Introdução à Visão
Computacional

SEL 5886 – Visão Computacional

Aula 6

Processamento Morfológico

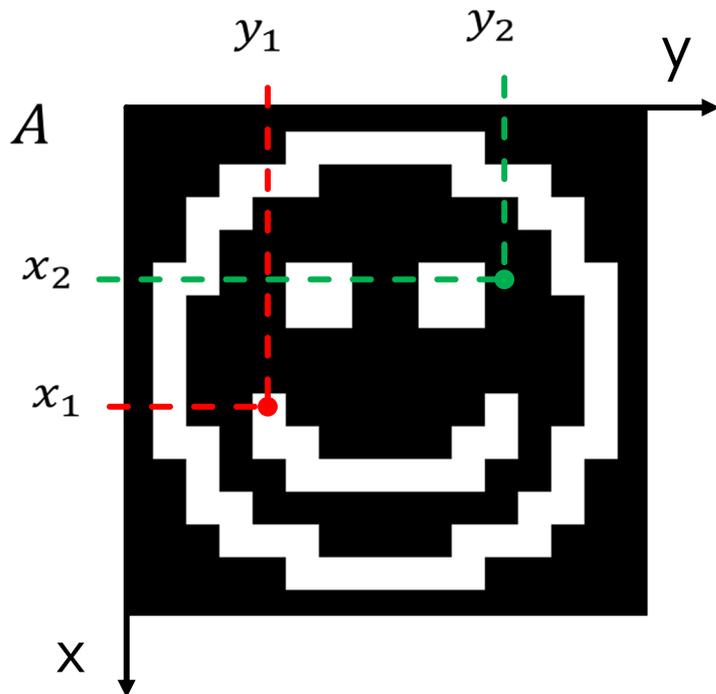
Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira
Arthur Chaves Costa

Processamento Morfológico de Imagens

- Ferramenta para extração de componentes de imagens que sejam úteis na representação e descrição da forma de uma região.
- As técnicas morfológicas também são utilizadas para filtragem (pré e pós processamento)
- A linguagem do processamento morfológico é a Teoria dos Conjuntos.

Conceitos básicos

- Uma imagem binária pode ser completamente descrita pelo conjunto de todos seus pixels “brancos”

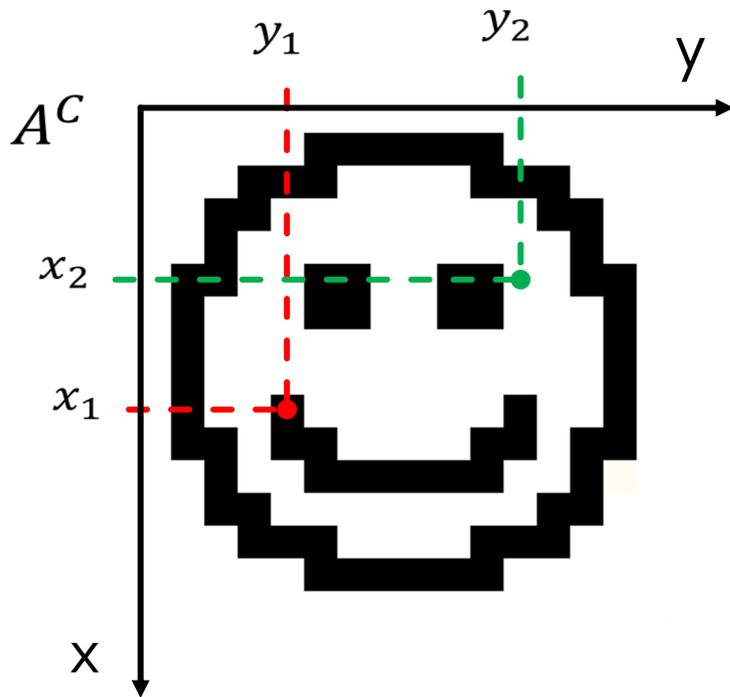


$$\begin{cases} w_1 = (x_1, y_1) \\ w_1 \in A \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_2 = (x_2, y_2) \\ w_2 \notin A \end{cases}$$

Complemento

- *Conjunto de elementos que não pertence a A*



Complemento

$$A^C = \{w \mid w \notin A\}$$

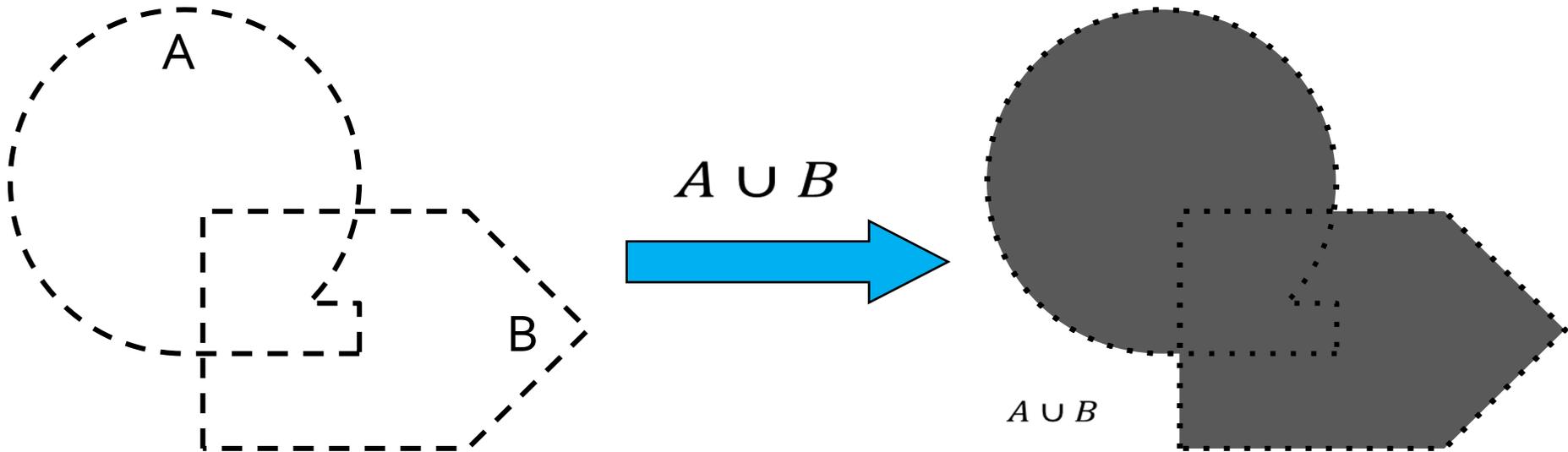
$$\begin{cases} w_1 = (x_1, y_1) \\ w \notin A^C \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_2 = (x_2, y_2) \\ w \in A^C \end{cases}$$

$$A^C = \sim A$$

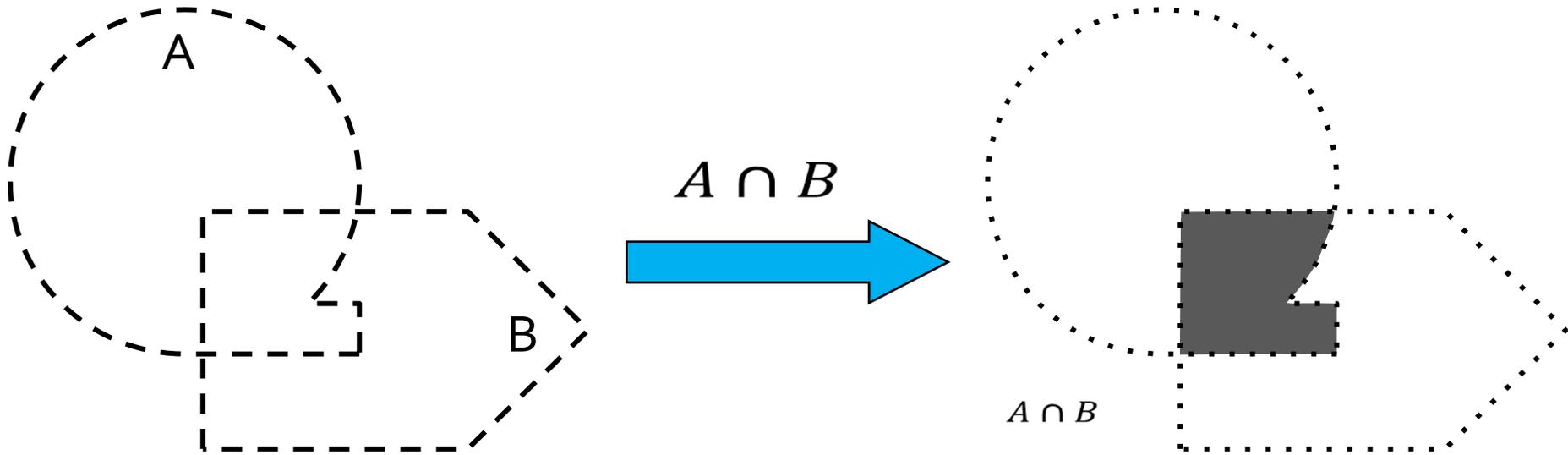
União

- Conjunto de elementos que pertence ou a A , ou a B , ou a ambos



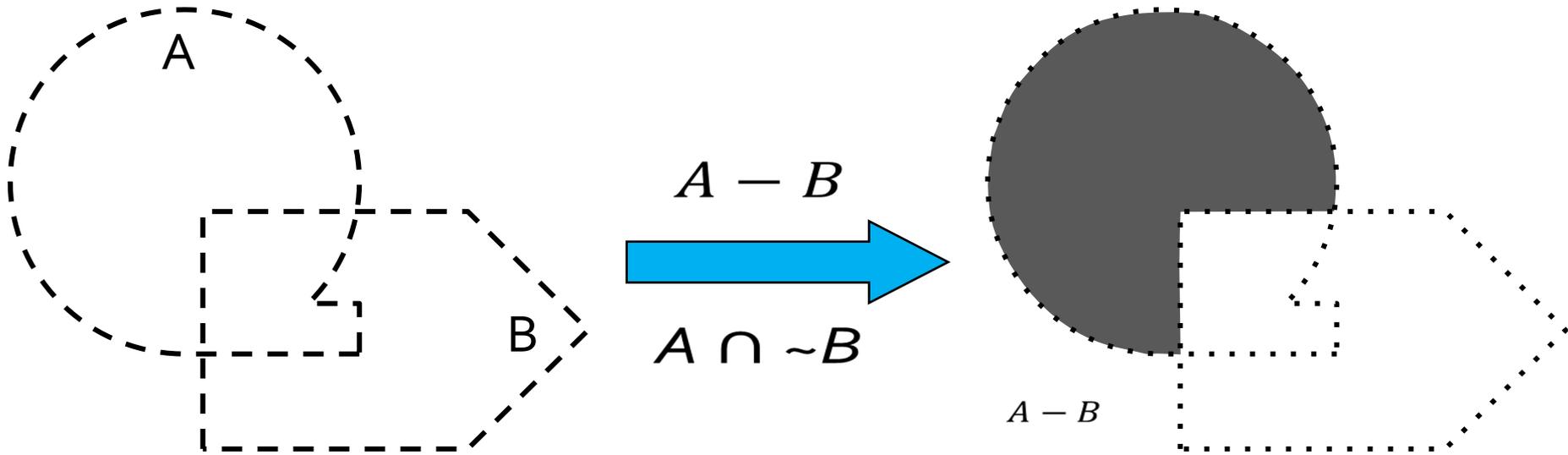
Interseção

- Conjunto de elementos que pertence a ambos os conjuntos



Diferença

- Conjunto de elementos que pertence a A mas não pertence a B



Exemplos: Operações com conjuntos



A



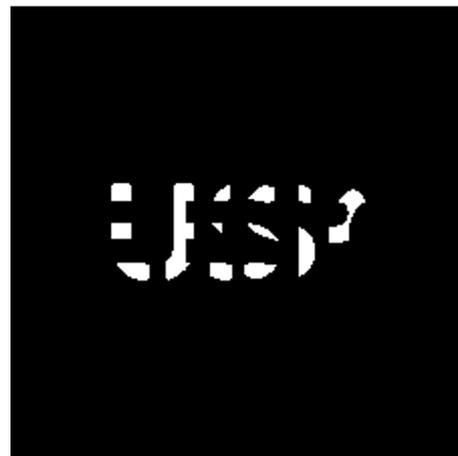
B

EESC

A^c



$A \cup B$



$A \cap B$



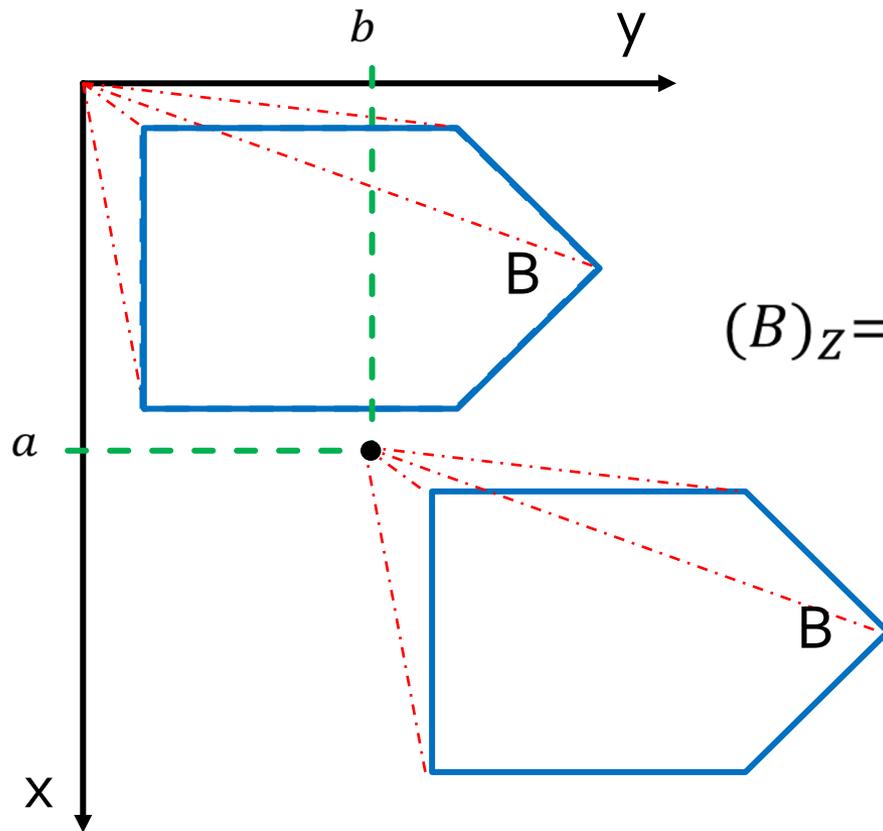
$A - B$

Operações básicas: Resumo

Operação de conjuntos	Python (e Numpy)	Expressões para imagens binárias em MATLAB®	Nome
Complemento	<code>np.bitwise_not(A)</code> ou <code>~A</code>	<code>~A</code>	NOT
Interseção	<code>np.bitwise_and(A,B)</code>	<code>A & B</code>	AND
União	<code>np.bitwise_or(A,B)</code>	<code>A B</code>	OR
Diferença	<code>np.bitwise_and(A,~B)</code>	<code>A & ~B</code>	DIFFERENCE

Outras Operações com Conjuntos

- Translação

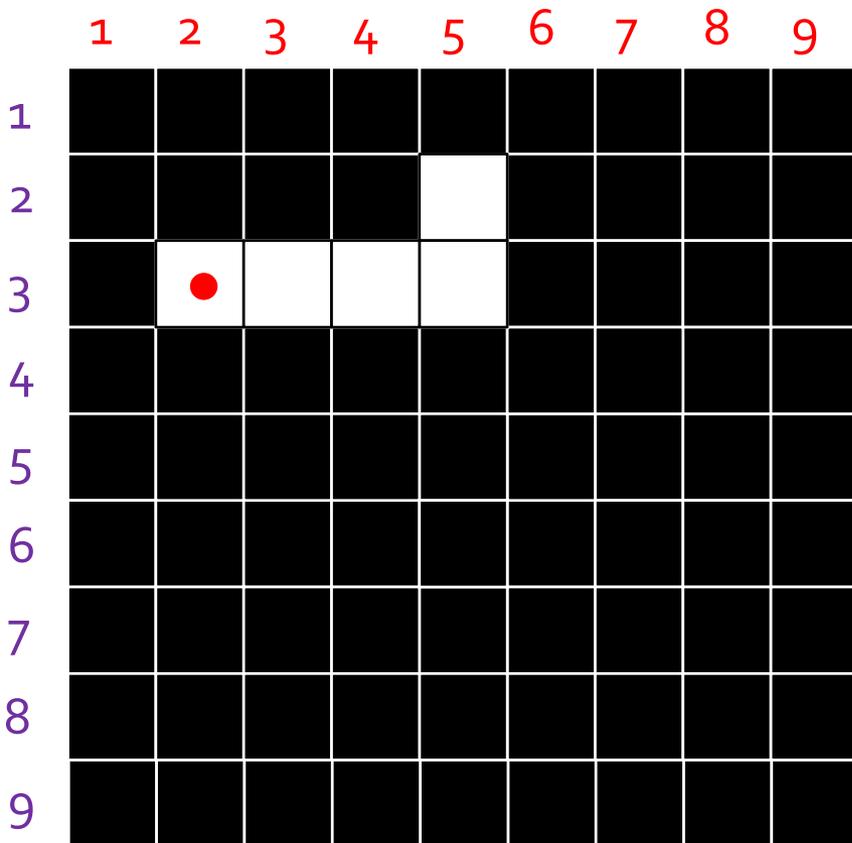


$$Z = (a, b)$$

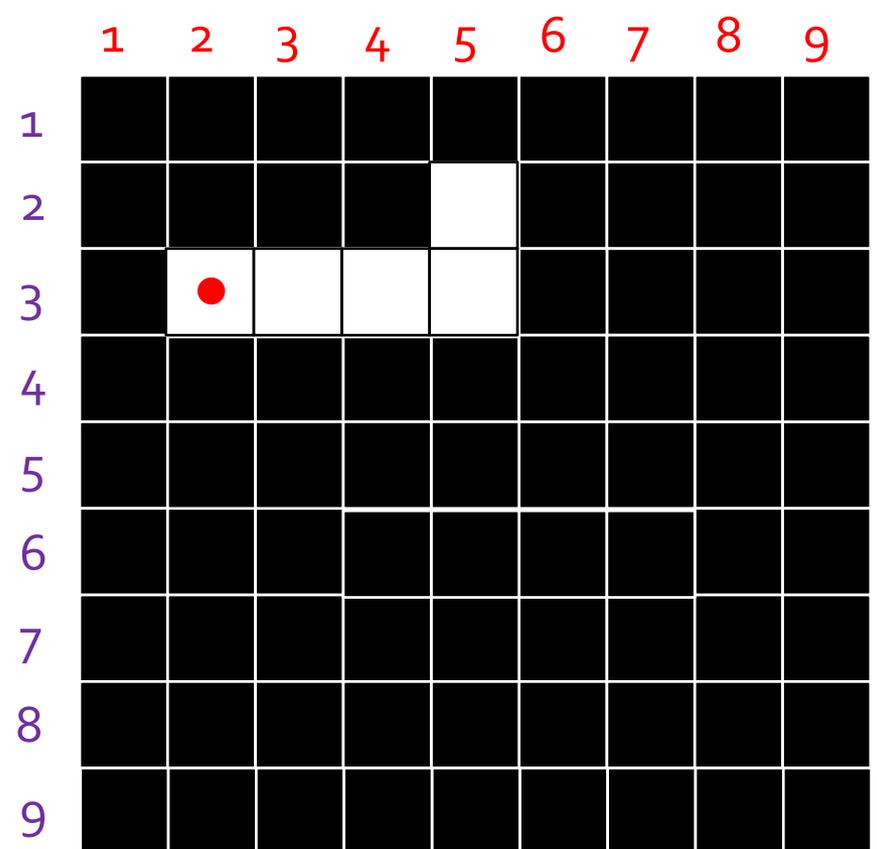
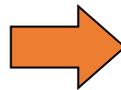
$$(B)_Z = \{c \mid c = w + Z \text{ para } w \in B\}$$

Translação

● $Z(2,1)$



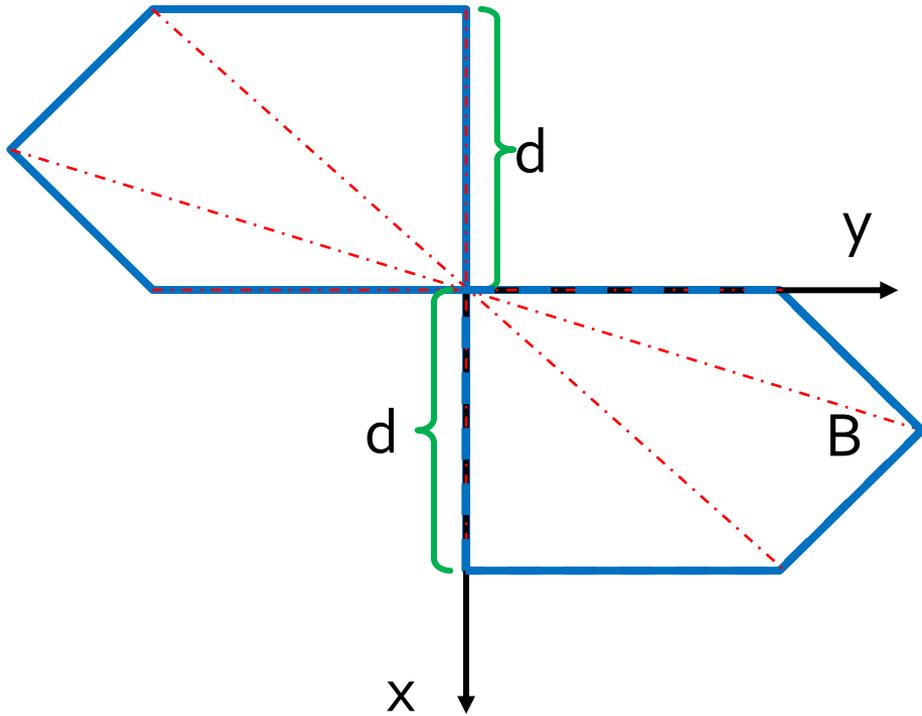
B



$(B)_Z$

Reflexão

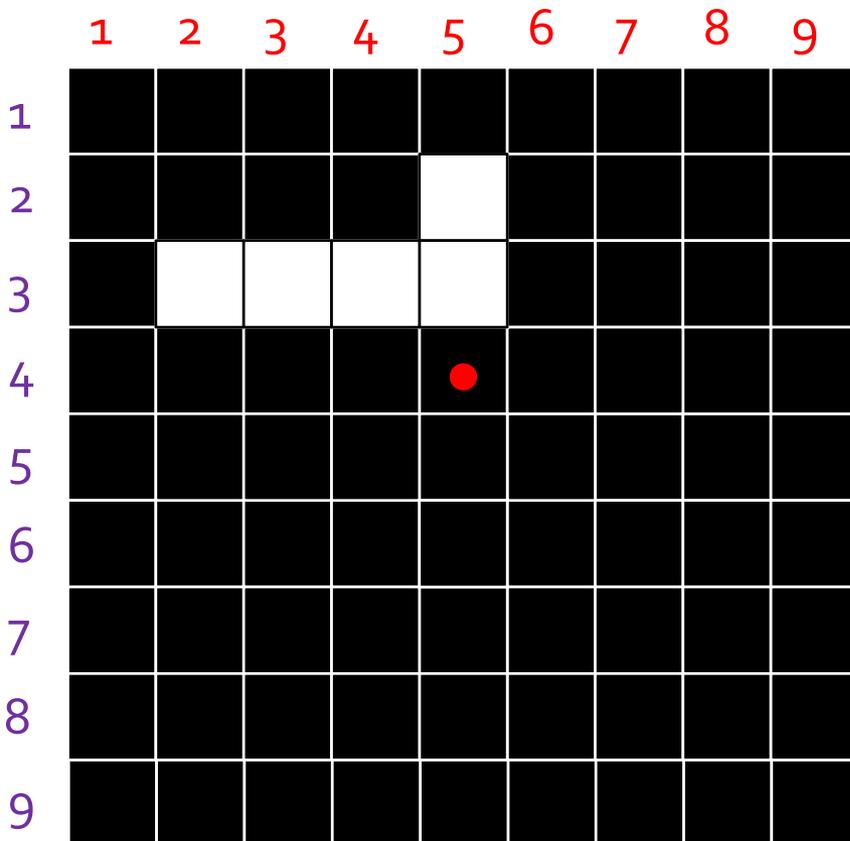
- Operações: Reflexão em torno da origem



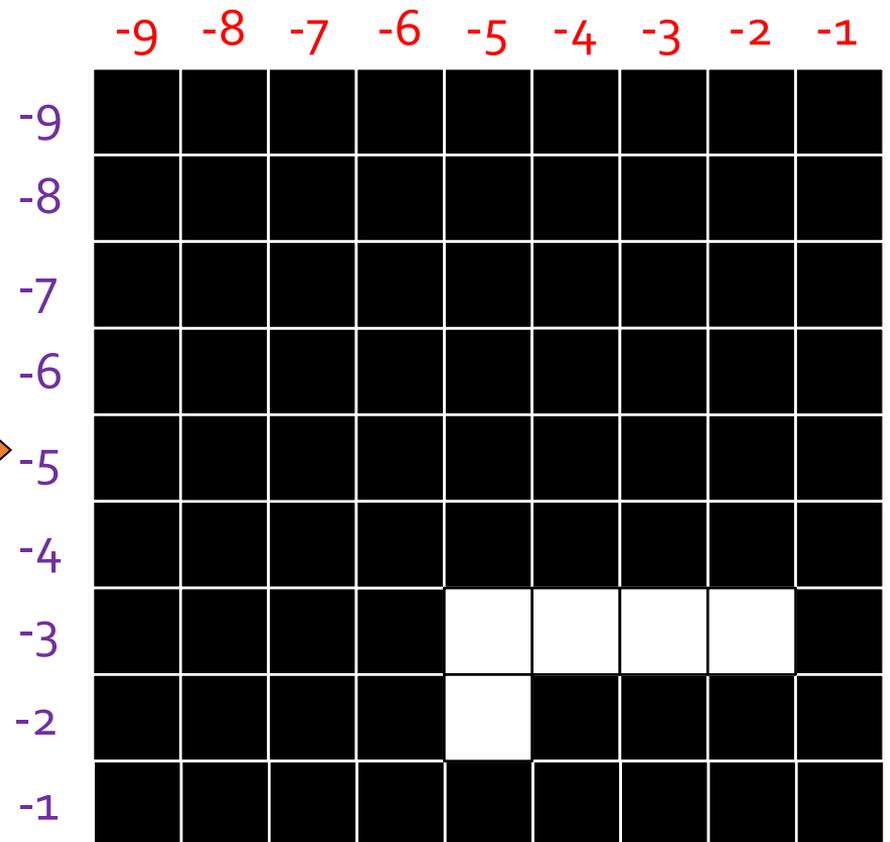
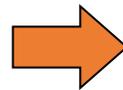
$$\hat{B} = \{c \mid c = -w \text{ para } w \in B\}$$

Reflexão por um ponto qualquer

- Ex. (4,5)



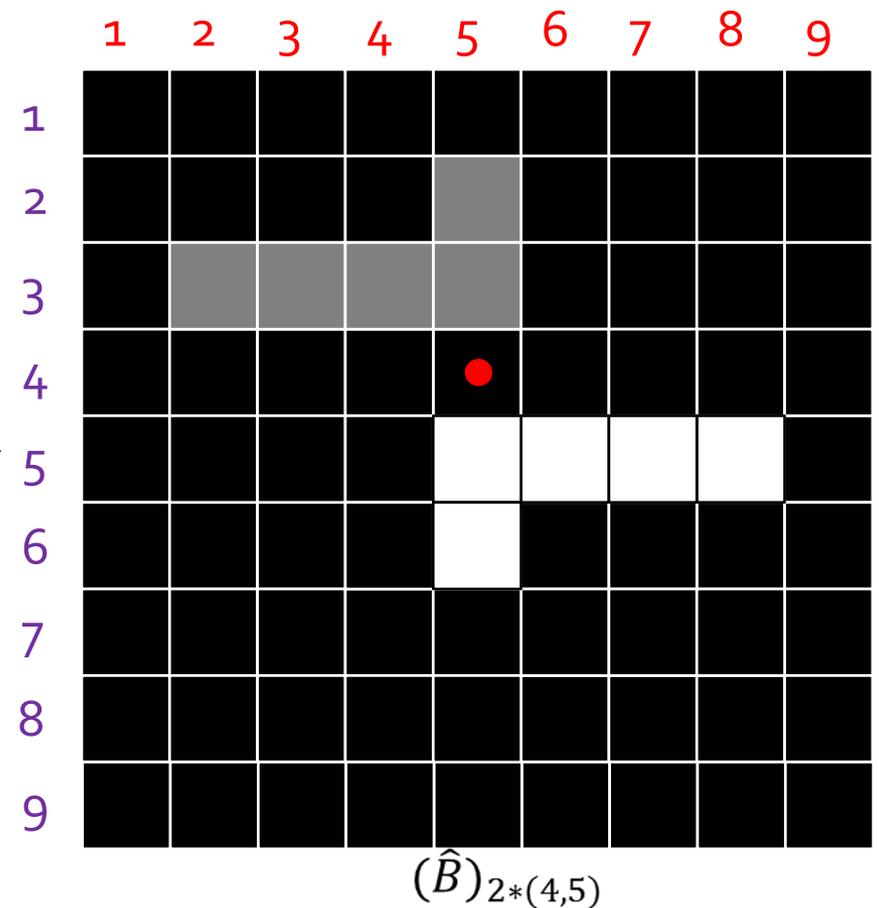
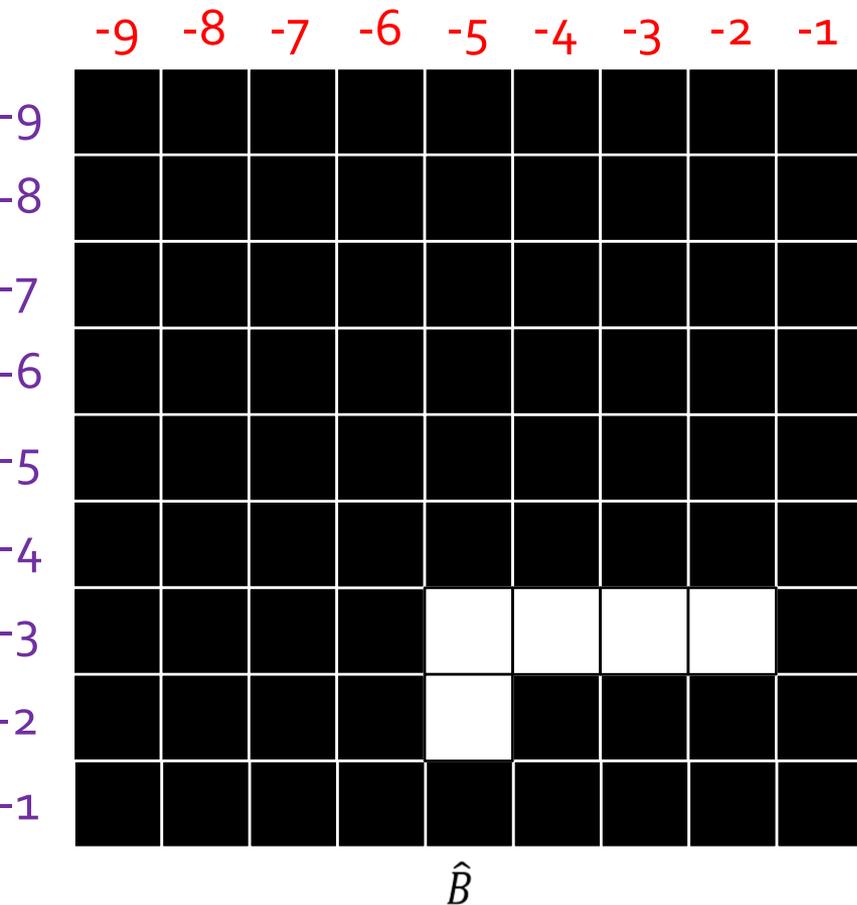
B



\hat{B}

Reflexão por um ponto qualquer

- Ex. (4,5)

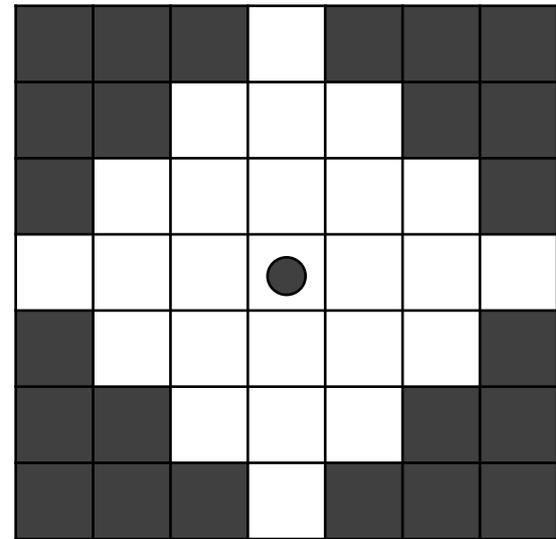
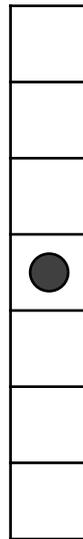
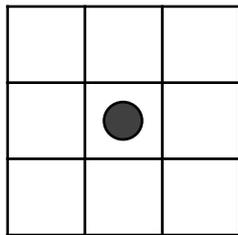
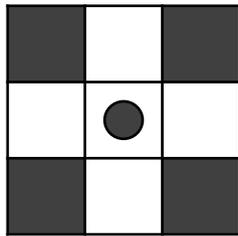


Conceitos básicos

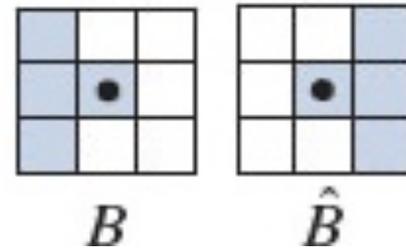
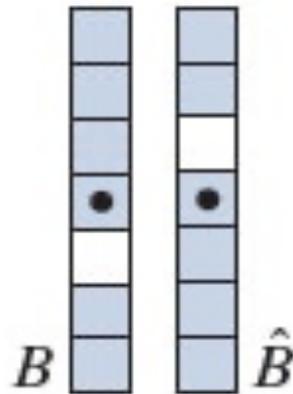
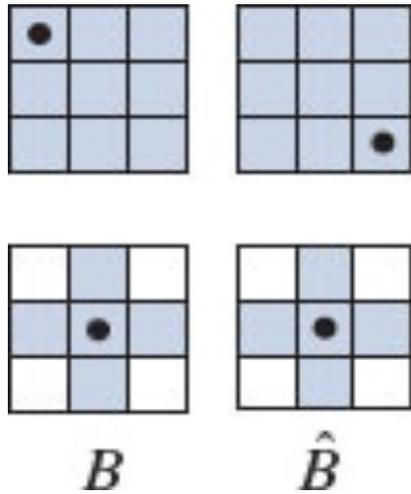
- As funções da morfologia matemática utilizam uma matriz chamada de Elemento Estruturante (*Structuring Element* - SE)
- O elemento estruturante deve ser “desenhado” em pontos brancos em uma matriz binária de fundo preto.
- Deve ser definida uma “origem” para ele.
- A translação e reflexão de um SE são sempre definidas em relação a sua origem.

Elementos estruturantes

- Podem ser simétricos em relação à origem



Elementos estruturantes e suas reflexões



Erosão e Dilatação

- Operações de **Erosão** e **Dilatação** são fundamentais para manipulação morfológica de imagens.
- São consideradas operações primitivas dos algoritmos morfológicos

Erosão

- Erosão de A por B é o conjunto de todos os pontos z de forma que B , transladado por z , está contido em A .

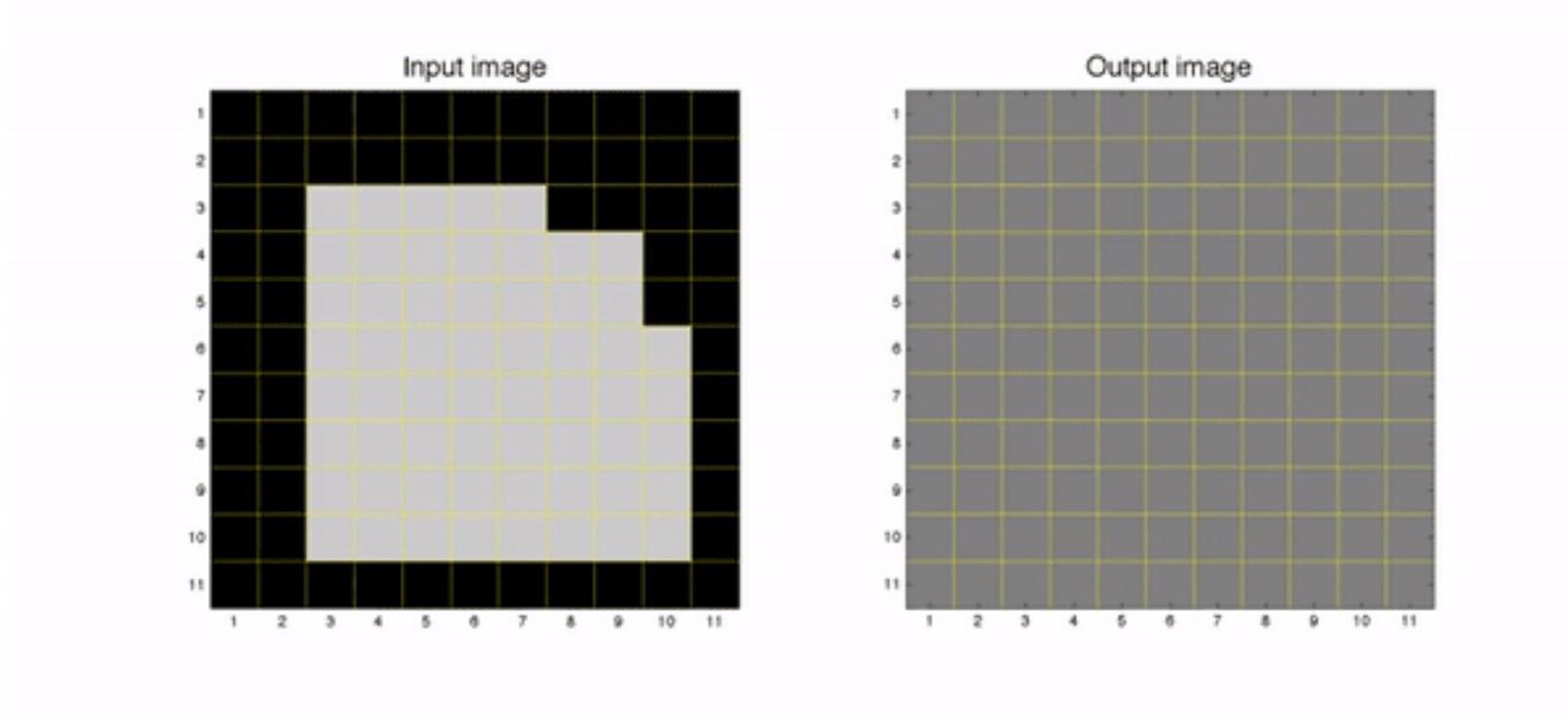
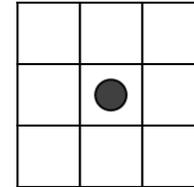
$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

- Forma equivalente

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \cap A^c = \emptyset\}$$

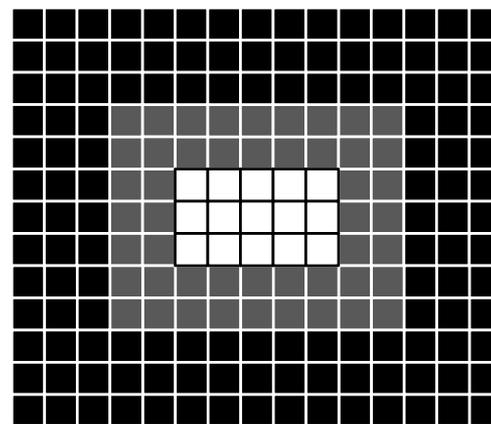
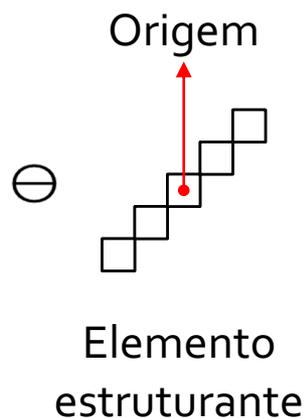
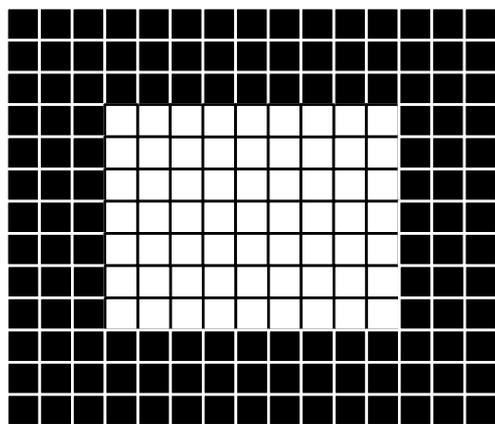
Erosão

- Com um elemento estruturante 3x3:



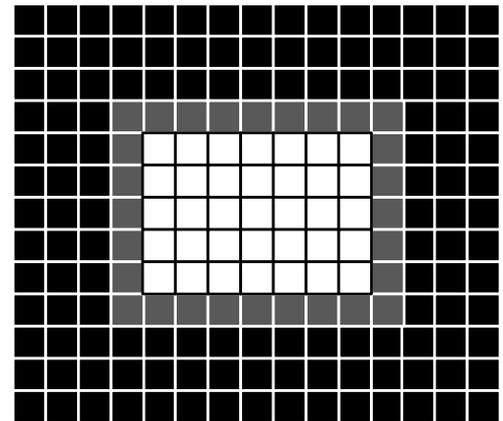
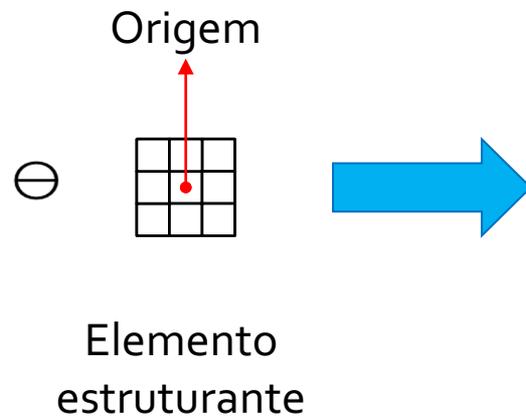
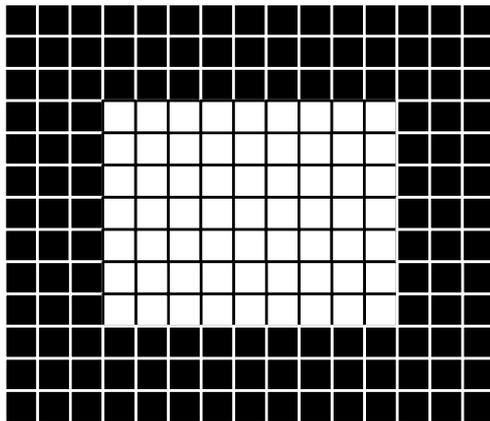
Erosão

- Erosão “encolhe” ou “afina” os objetos em uma imagem.
- Exemplo 1:



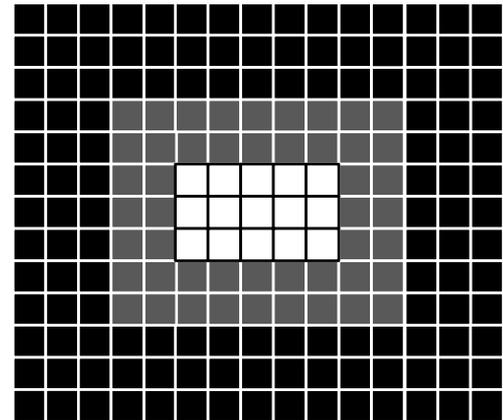
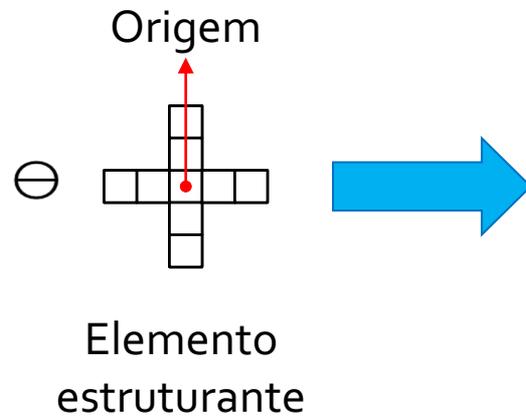
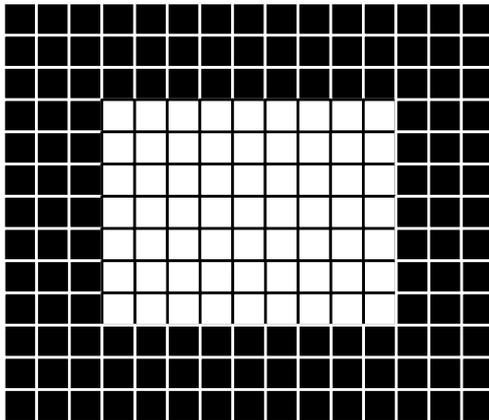
Erosão

- Exemplo 2:



Erosão

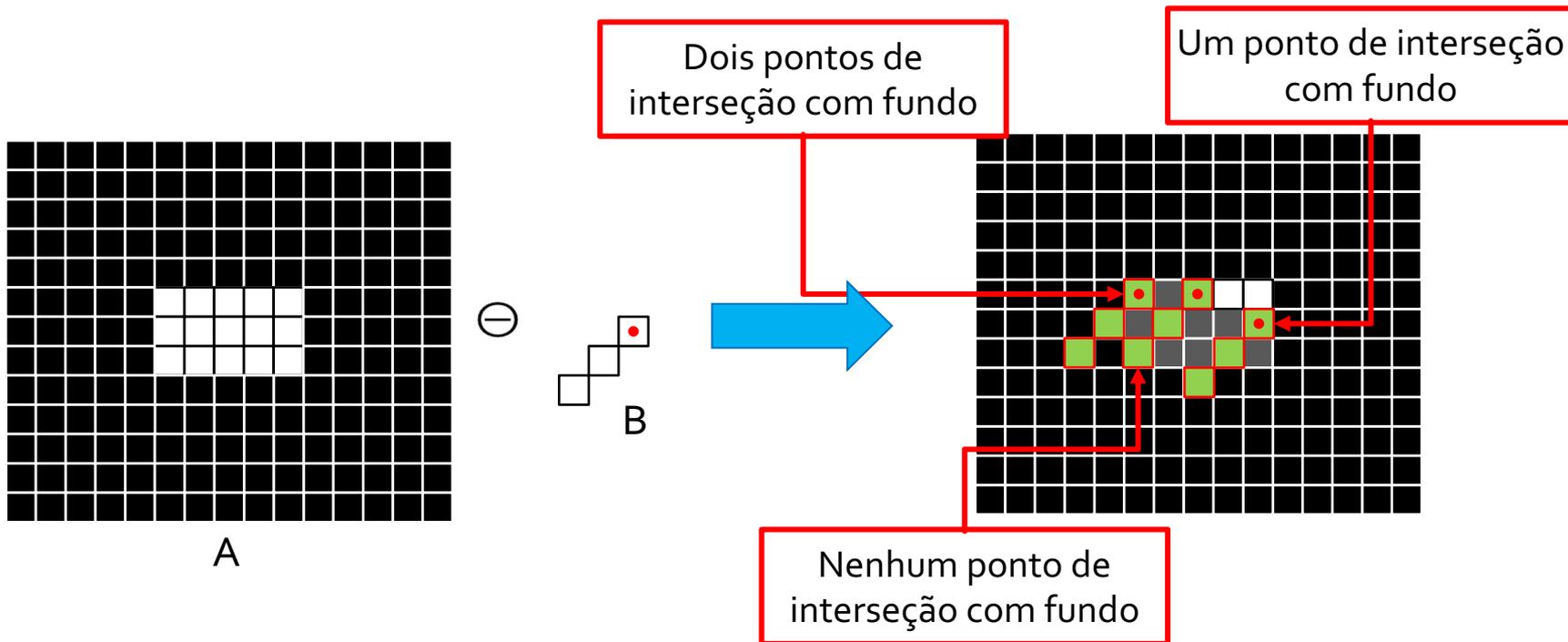
- Exemplo 3



Erosão – Mudança da origem

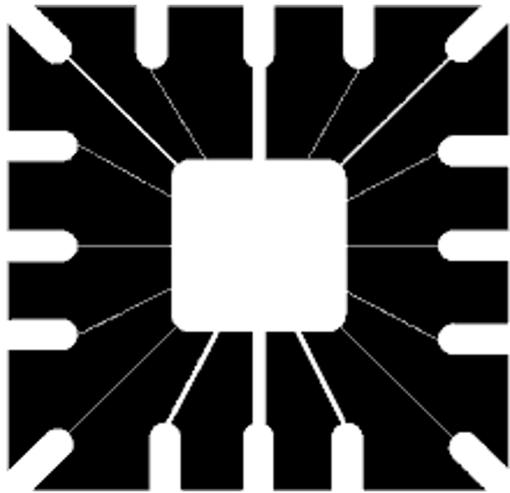
- Matematicamente:

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \cap A^c = \emptyset\}$$

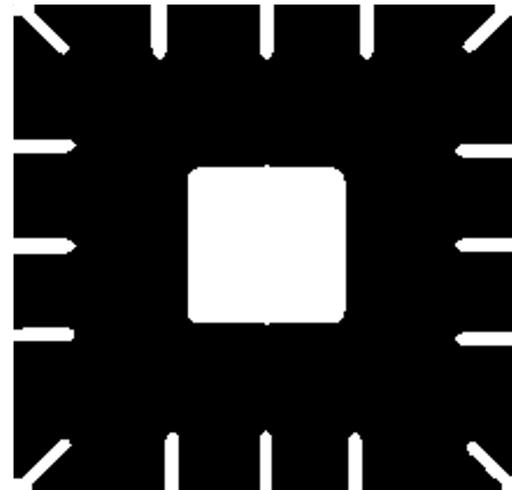


Exemplo de aplicação - Erosão

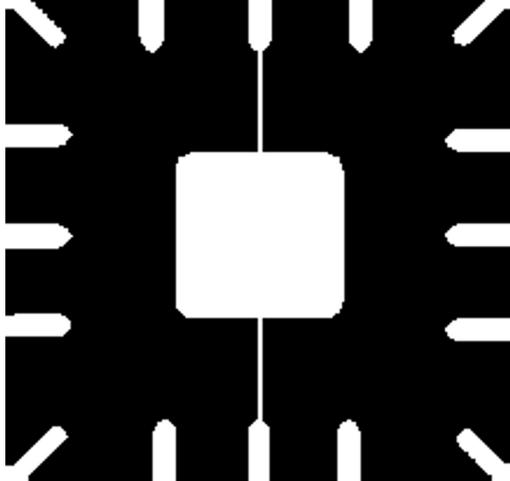
Original
213 x 217
pixels



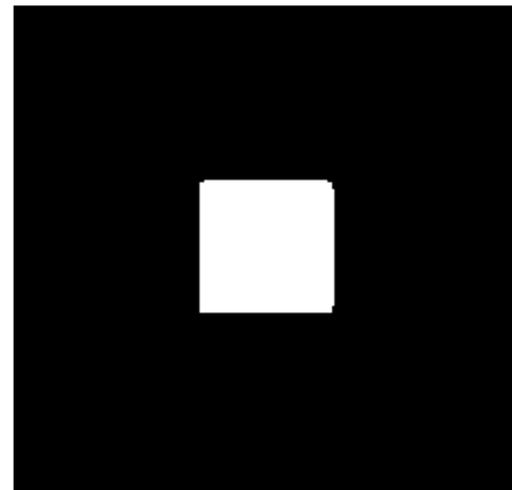
Erosão
Disco de
5 pixels



Erosão
Disco de 3
pixels

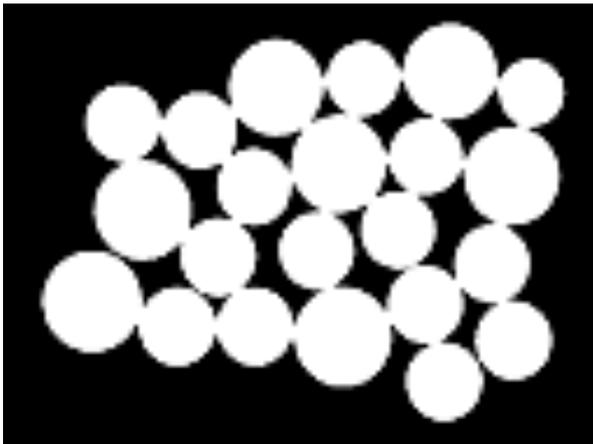


Erosão
Disco de
10 pixels



Exemplo de aplicação - Erosão

- Erosão também permite separar objetos em uma imagem.
- Exemplo:



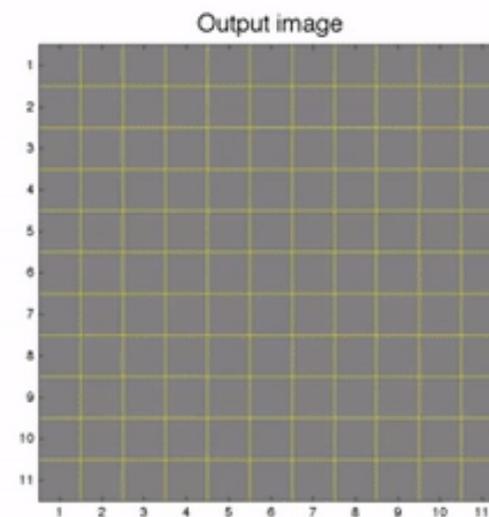
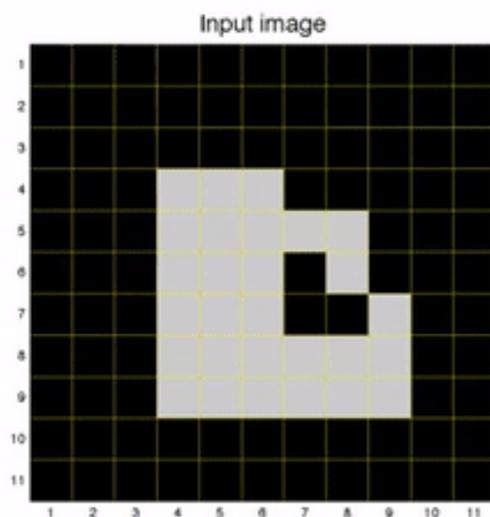
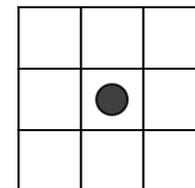
Dilatação

- Na dilatação, primeiro é feita a reflexão do elemento estruturante B em torno da sua origem.
- A dilatação de A por B é o conjunto de todos os pontos z de forma que B refletido, transladado por z , tenha pelo menos um ponto em comum.

$$A \oplus B = \left\{ z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset \right\}$$

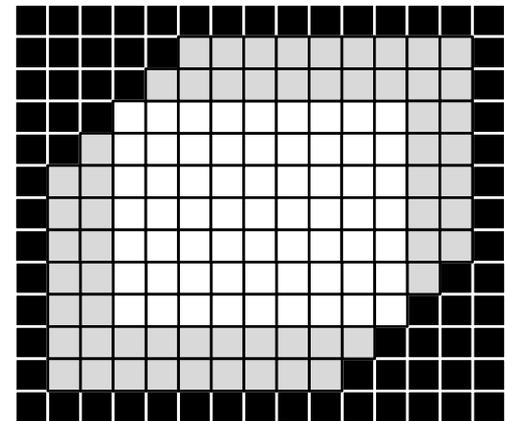
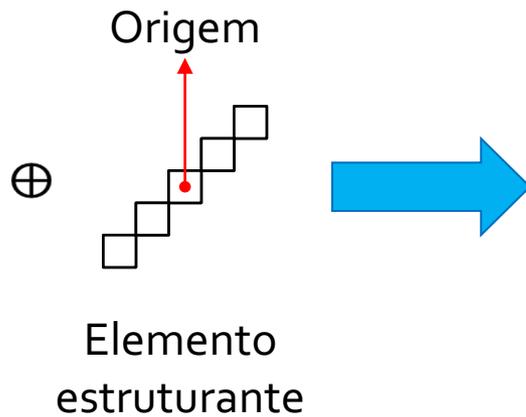
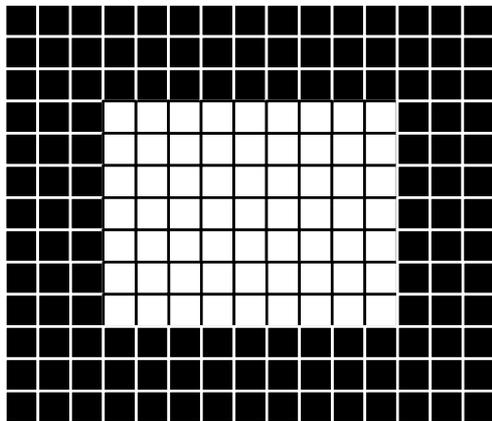
Dilatação

- Dilatação “aumenta” ou “engrossa” os objetos em uma imagem.
- Também conecta objetos com proximidade menor que o elemento estruturante.
- Exemplo 1: com um elemento estruturante 3x3:



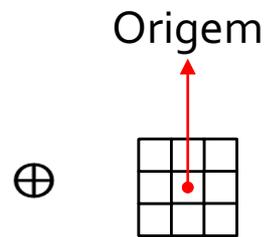
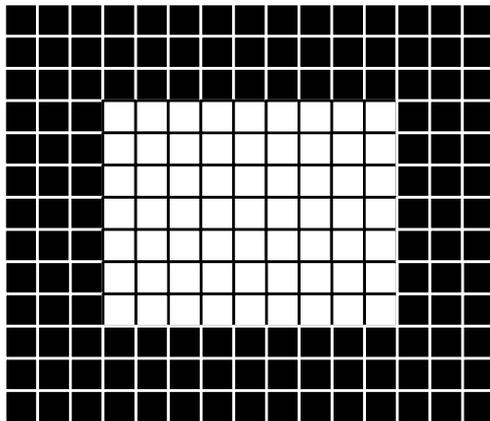
Dilatação

- Exemplo 2:

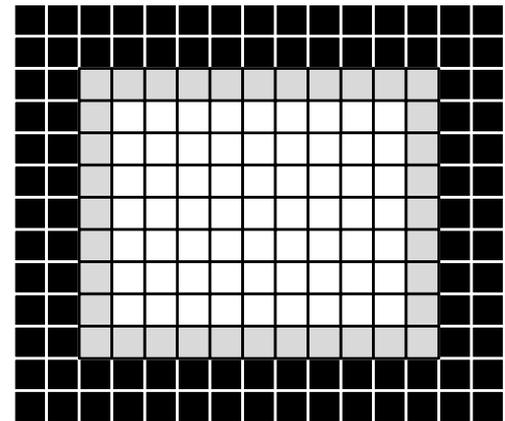


Dilatação

- Exemplo 3:

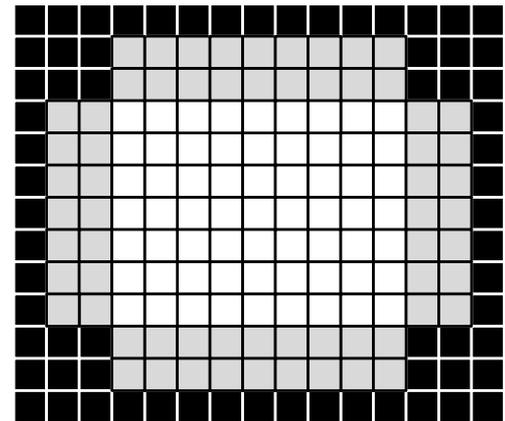
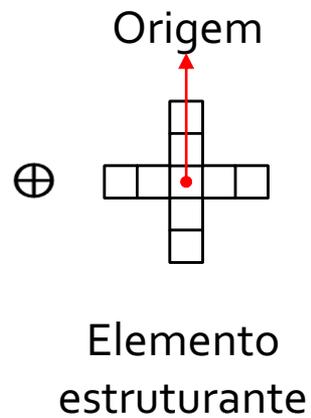
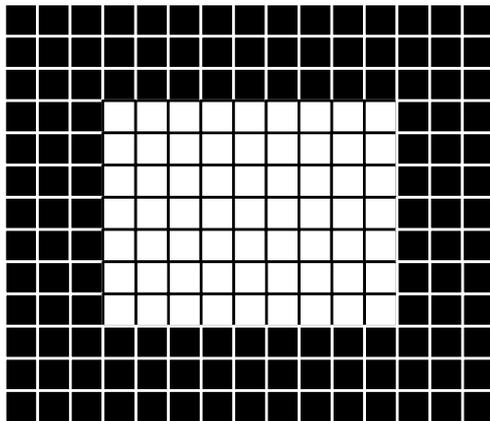


Elemento
estruturante



Dilatação

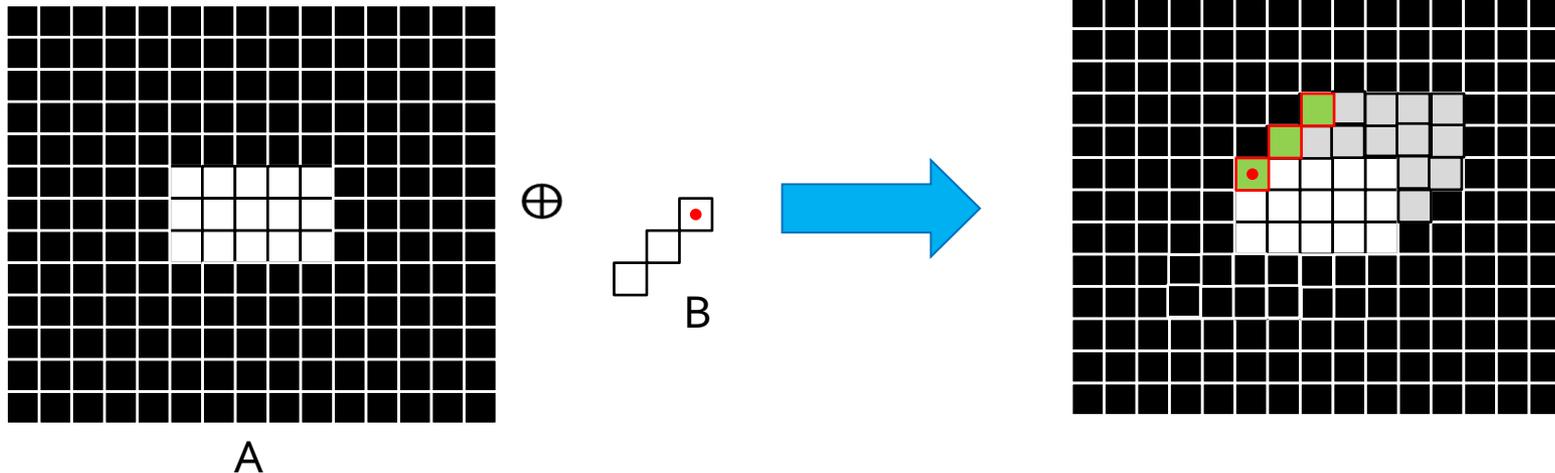
- Exemplo 3



Dilatação – Mudança da origem

- Matematicamente:

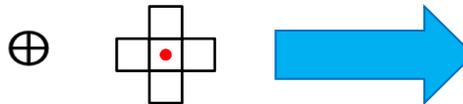
$$A \oplus B = \left\{ z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset \right\}$$



Dilatação – Uso prático

- Conectar segmentos

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

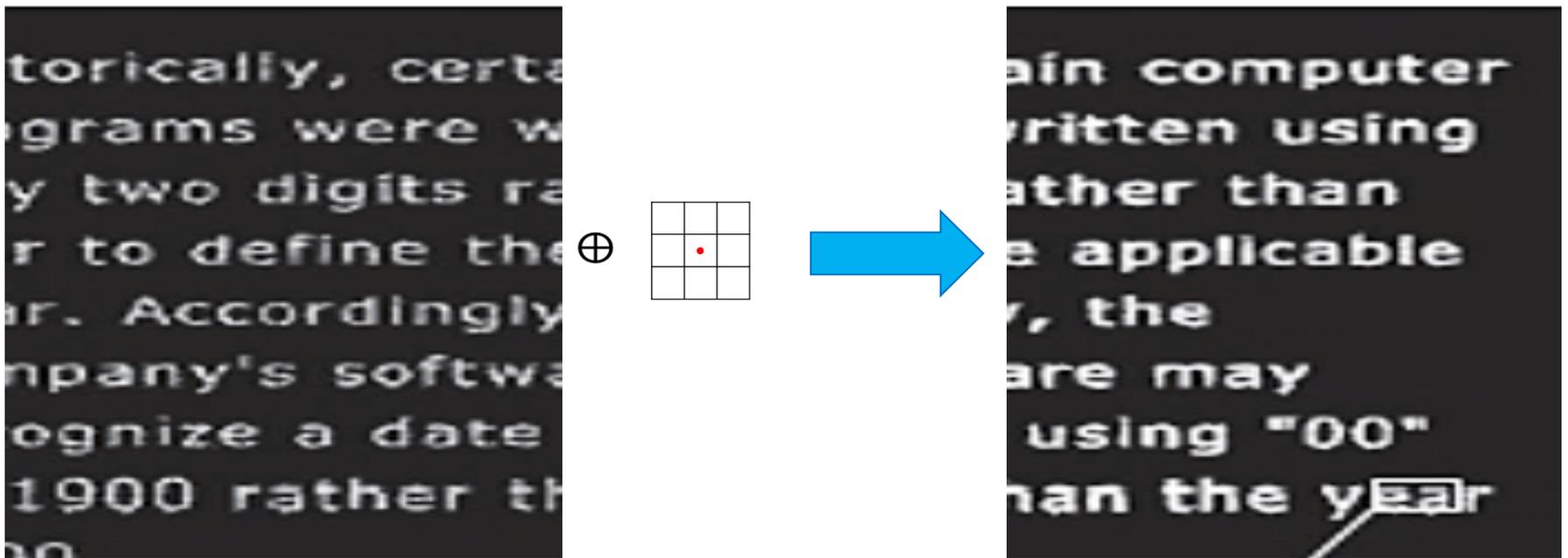


Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

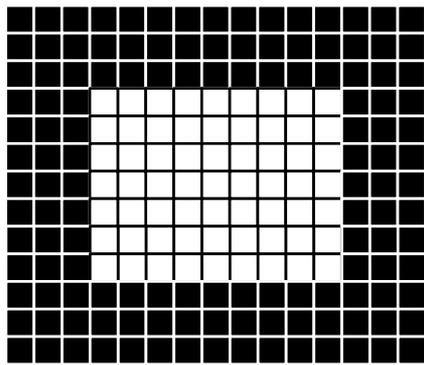


Dilatação – Uso prático

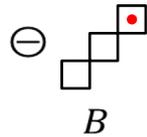
- Diferentes elementos estruturantes provocam resultados diferentes.



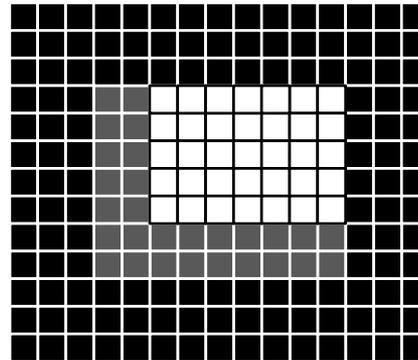
Dualidade: Erosão e Dilatação



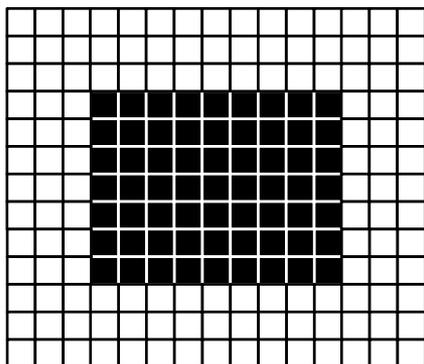
A



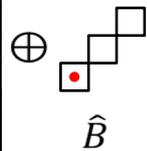
B



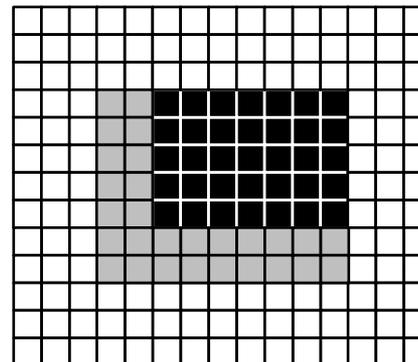
$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$



A^c



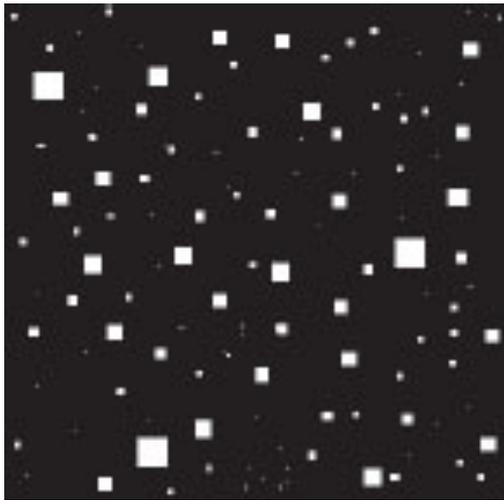
\hat{B}



$$(A \oplus \hat{B})^c = A^c \ominus B$$

Combinação de Dilatação e Erosão

- Remover componentes



Quadrados de tamanho
1,3,5,7,9 e 15



Erosão com SE
quadrado de lado 13
pixels



Dilatação com o mesmo
SE

Combinação de Dilatação e Erosão

- A dilatação expande, enquanto a erosão diminui os objetos na imagem.
- Operações de Dilatação e Erosão são, em geral, usadas em conjunto. Essas combinações são conhecidas como:
 - **Abertura**
 - **Fechamento**

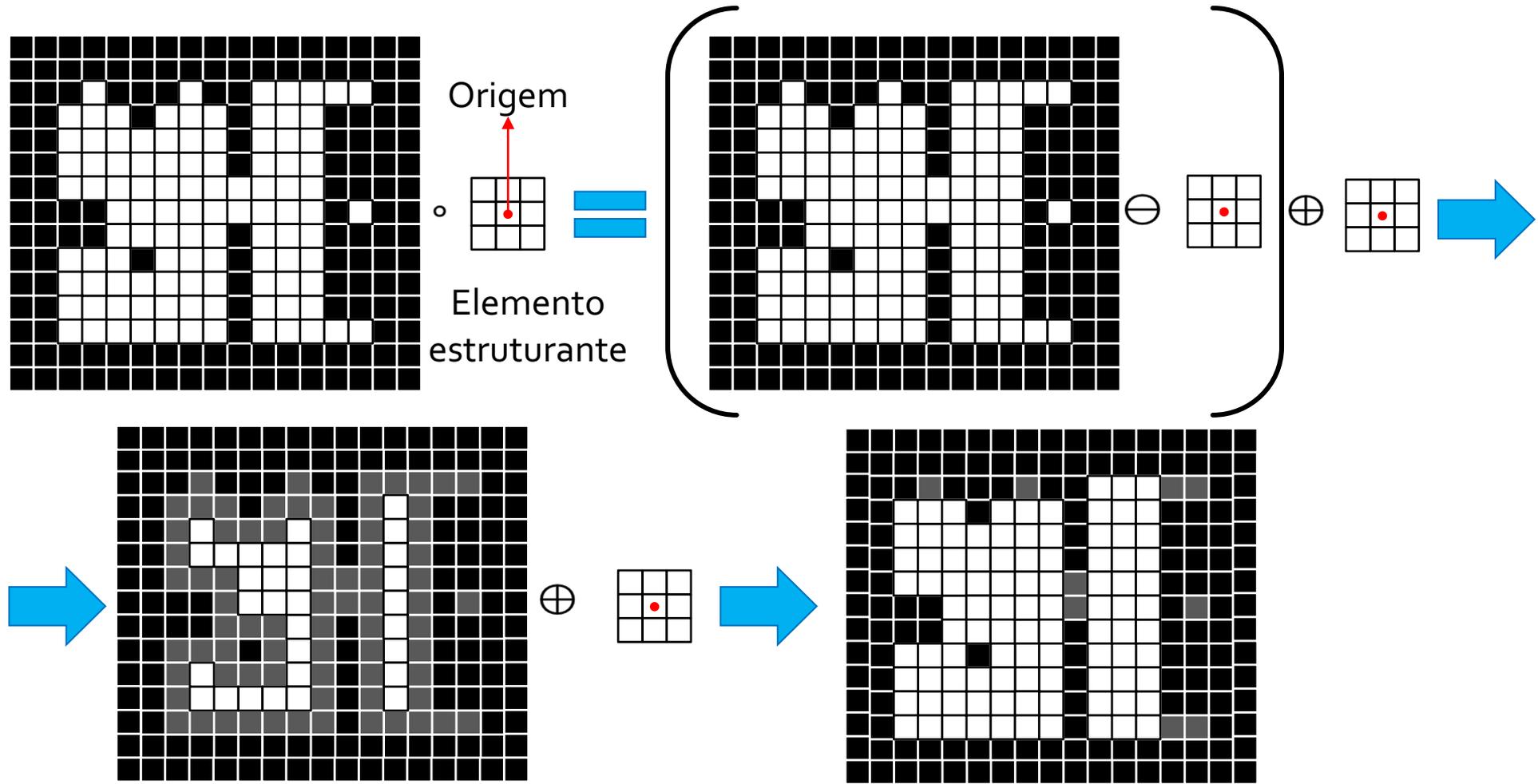
Abertura

- Abertura é a erosão do objeto seguido de dilatação pelo mesmo elemento estruturante.
- Abertura de A por B:

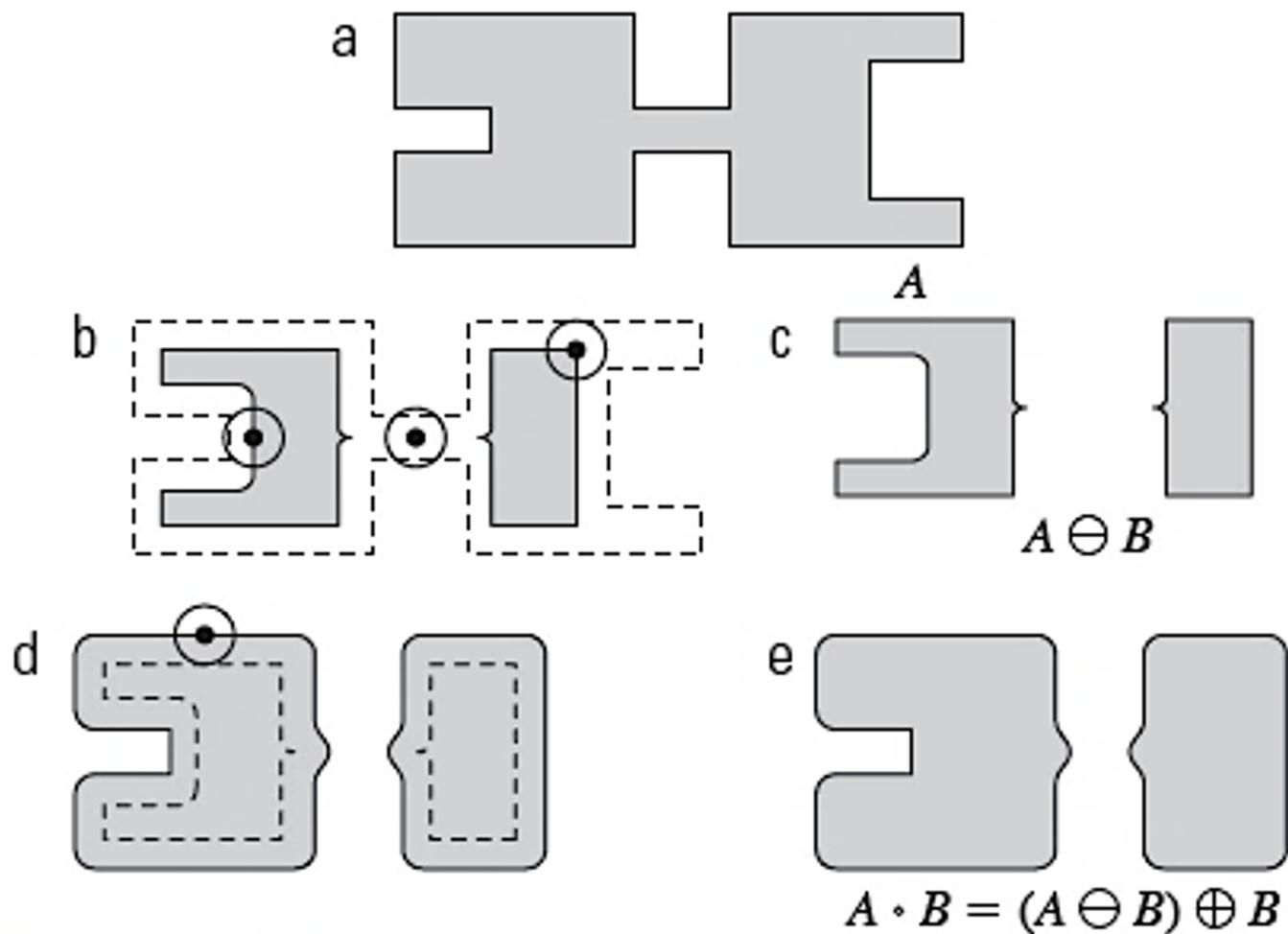
$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

Abertura

- Exemplo:

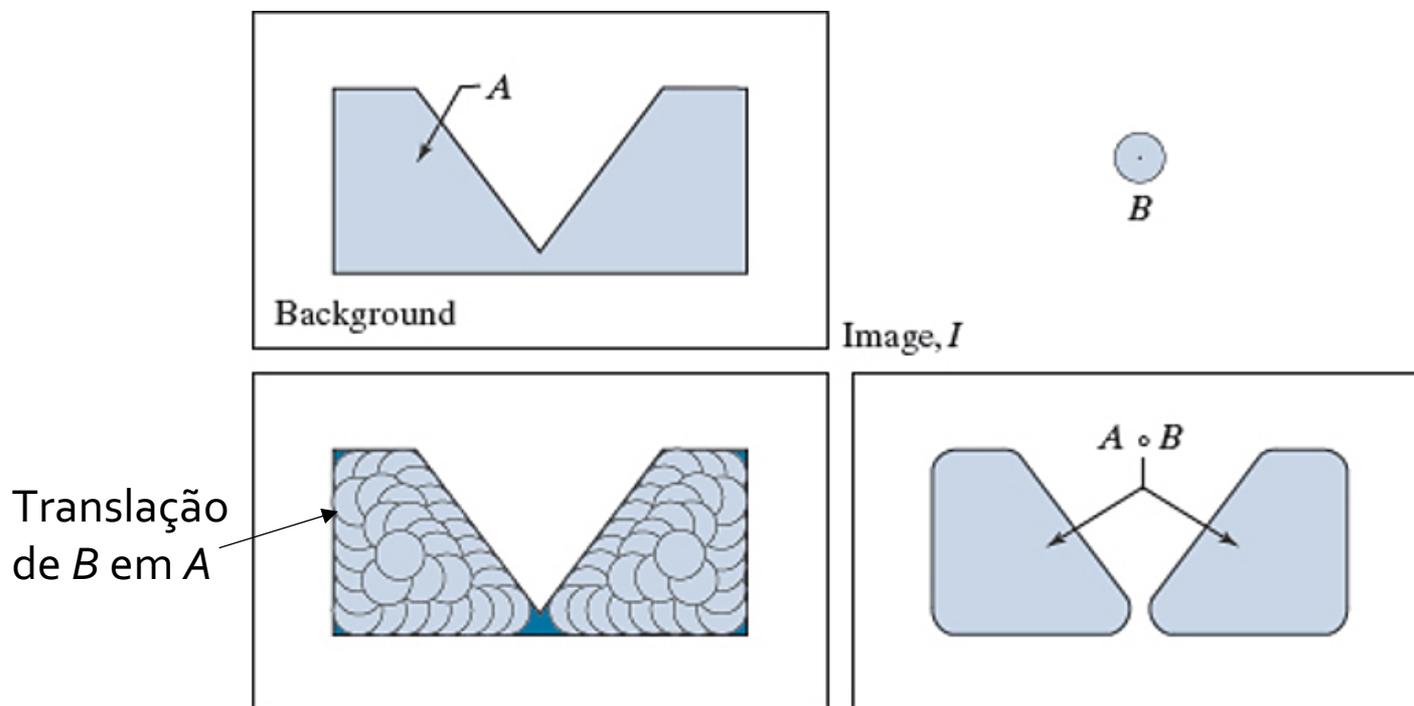


Abertura



Abertura

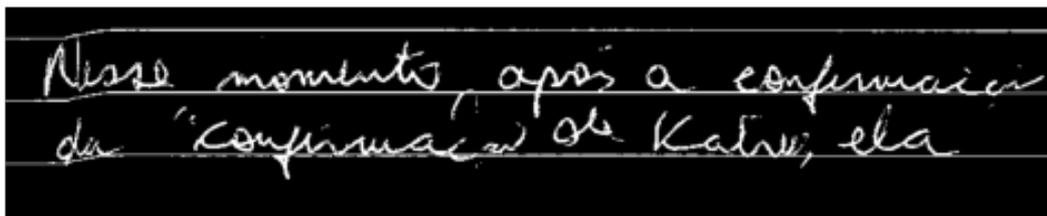
- Regiões dentro do objeto em que o elemento estruturante inteiro pode ser desenhado



Abertura

- Exemplo: Extrair pautas de um manuscrito.

Imagem
binarizada

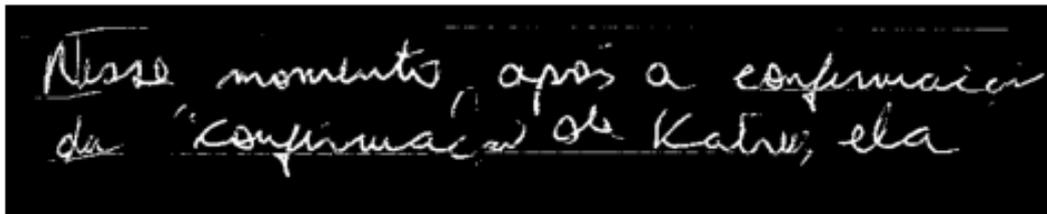


A

Abertura
com SE
horizontal



$A \circ B$

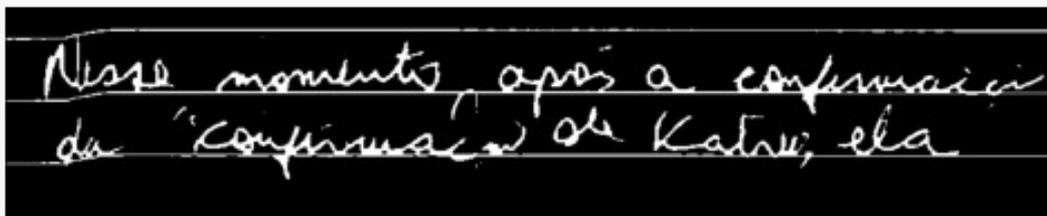


$A - (A \circ B)$

Abertura

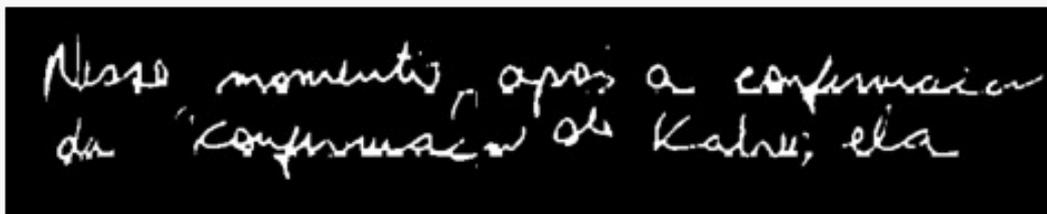
- Exemplo: Extrair pautas de um manuscrito.

Imagem
binarizada



A

Abertura
com SE
vertical



$A \circ B$



$A - (A \circ B)$

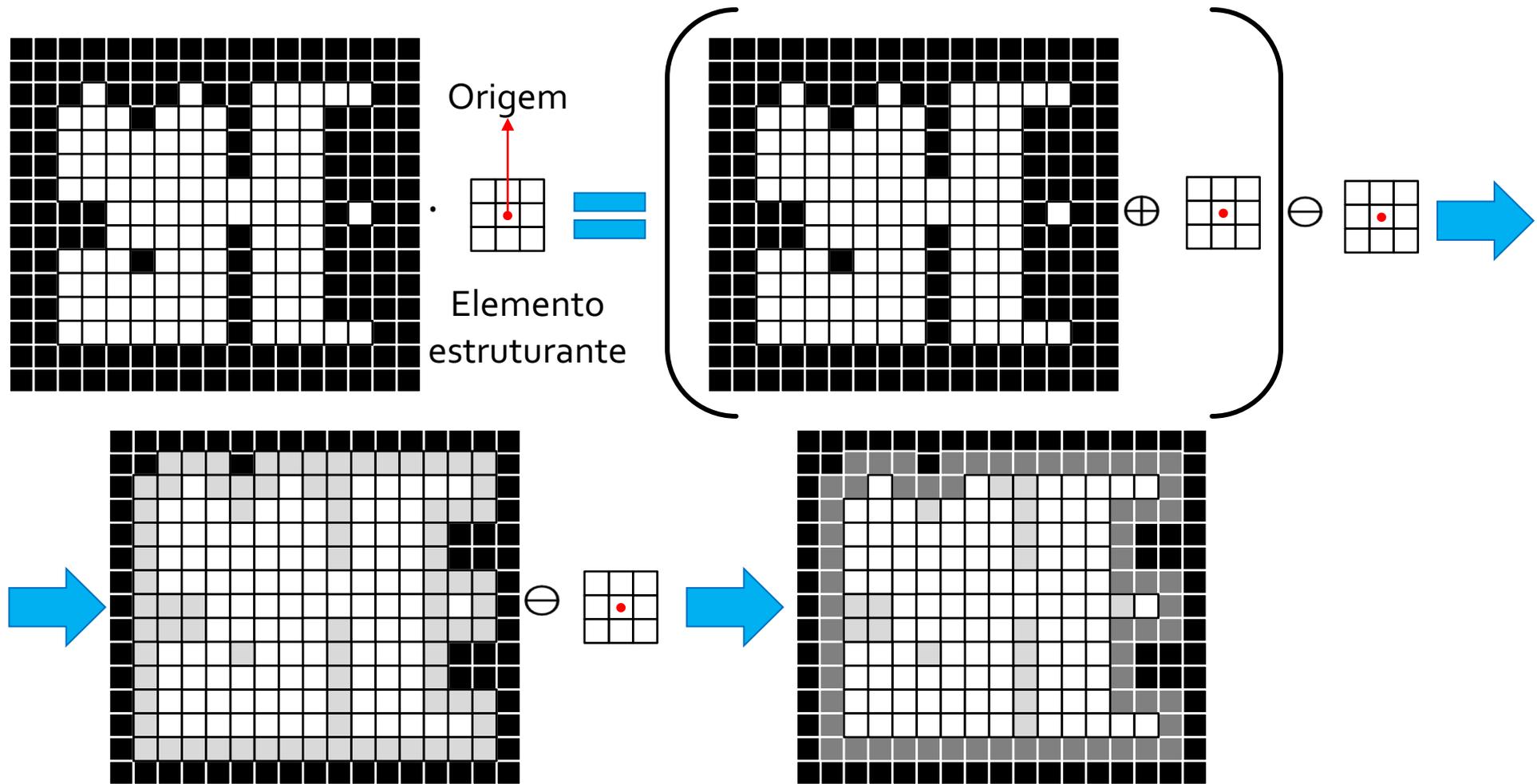
Fechamento

- Fechamento é a dilatação do objeto seguido de erosão pelo mesmo elemento estruturante.
- Fechamento de A por B:

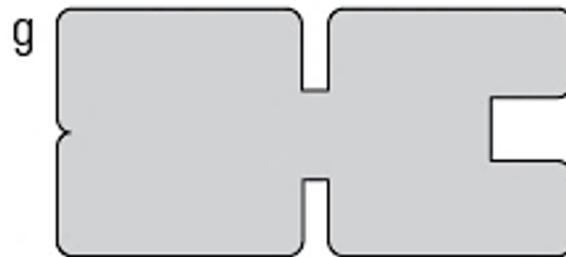
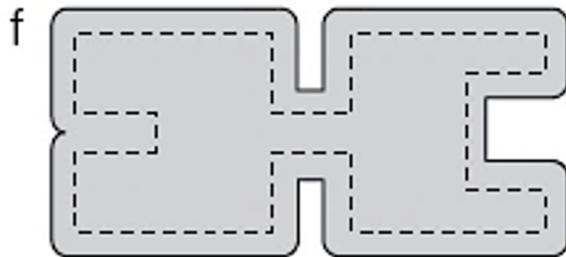
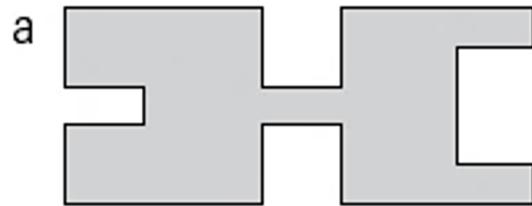
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

Fechamento

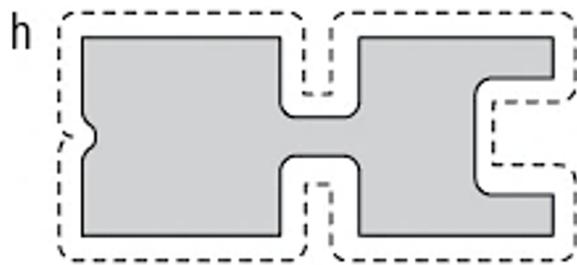
- Exemplo:



Fechamento



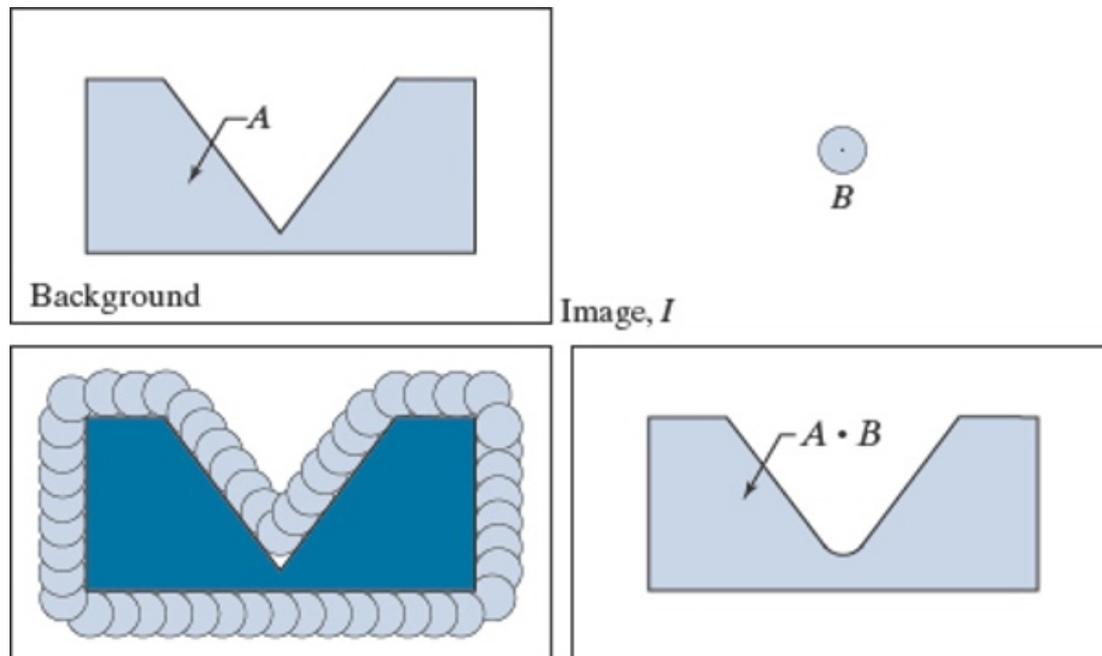
$$A \oplus B$$



$$A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$$

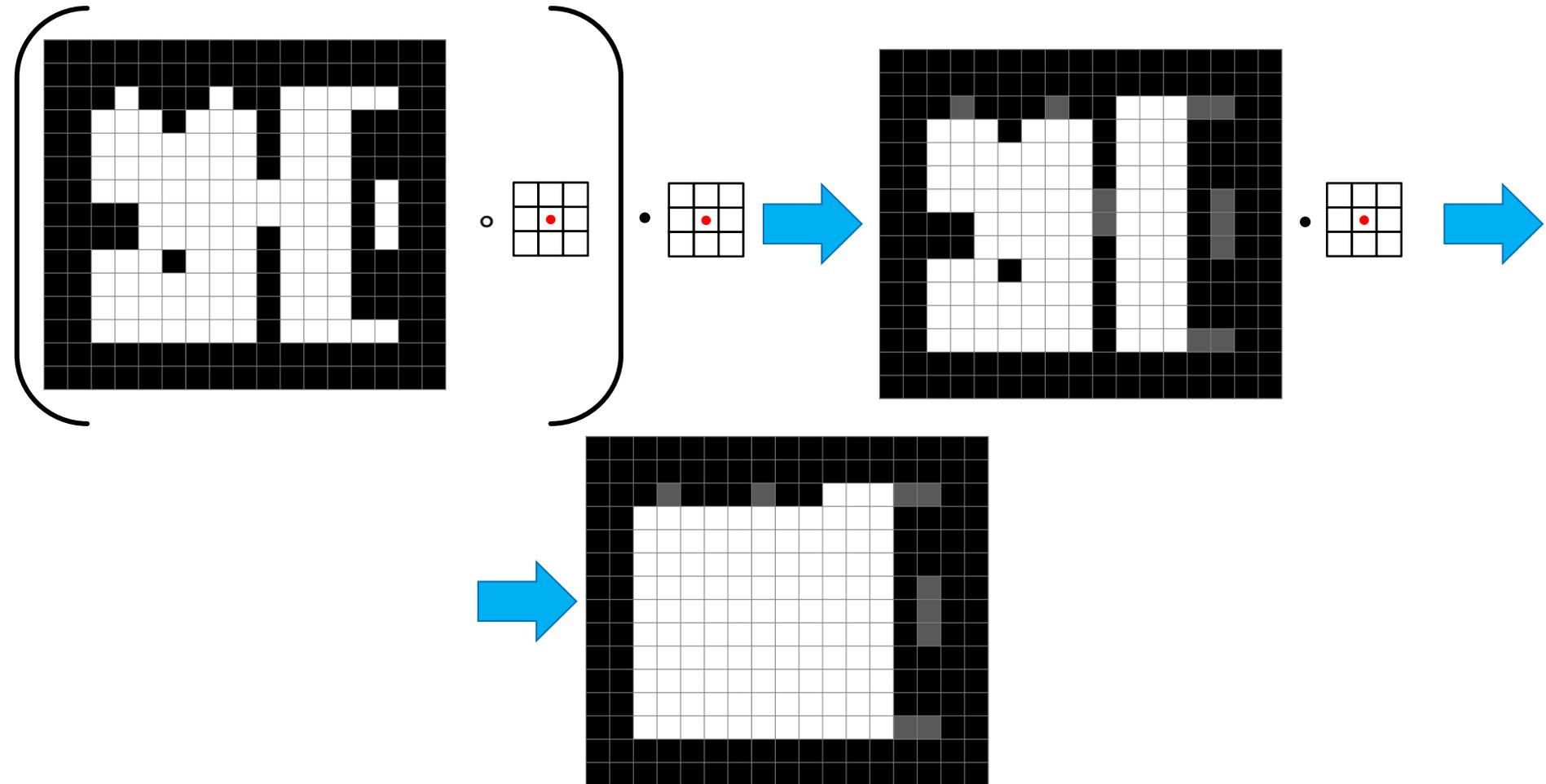
Fechamento

- Regiões da borda do objeto em que o elemento estruturante pode ser completamente desenhado



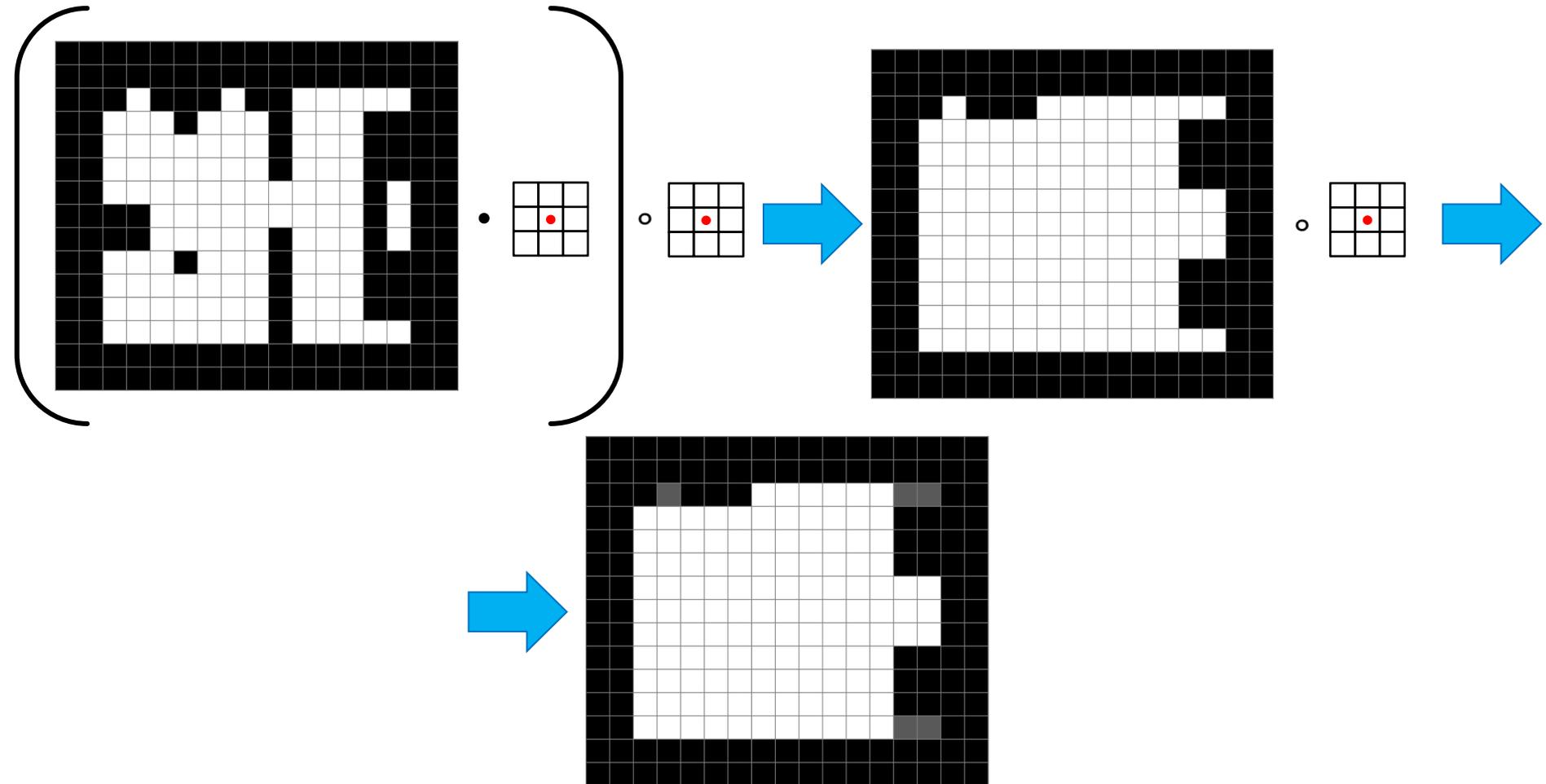
Combinação de Abertura e Fechamento

- Exemplo: $(A \circ B) \bullet B$
- B :



Combinação de Abertura e Fechamento

- Exemplo: $(A \bullet B) \circ B$:

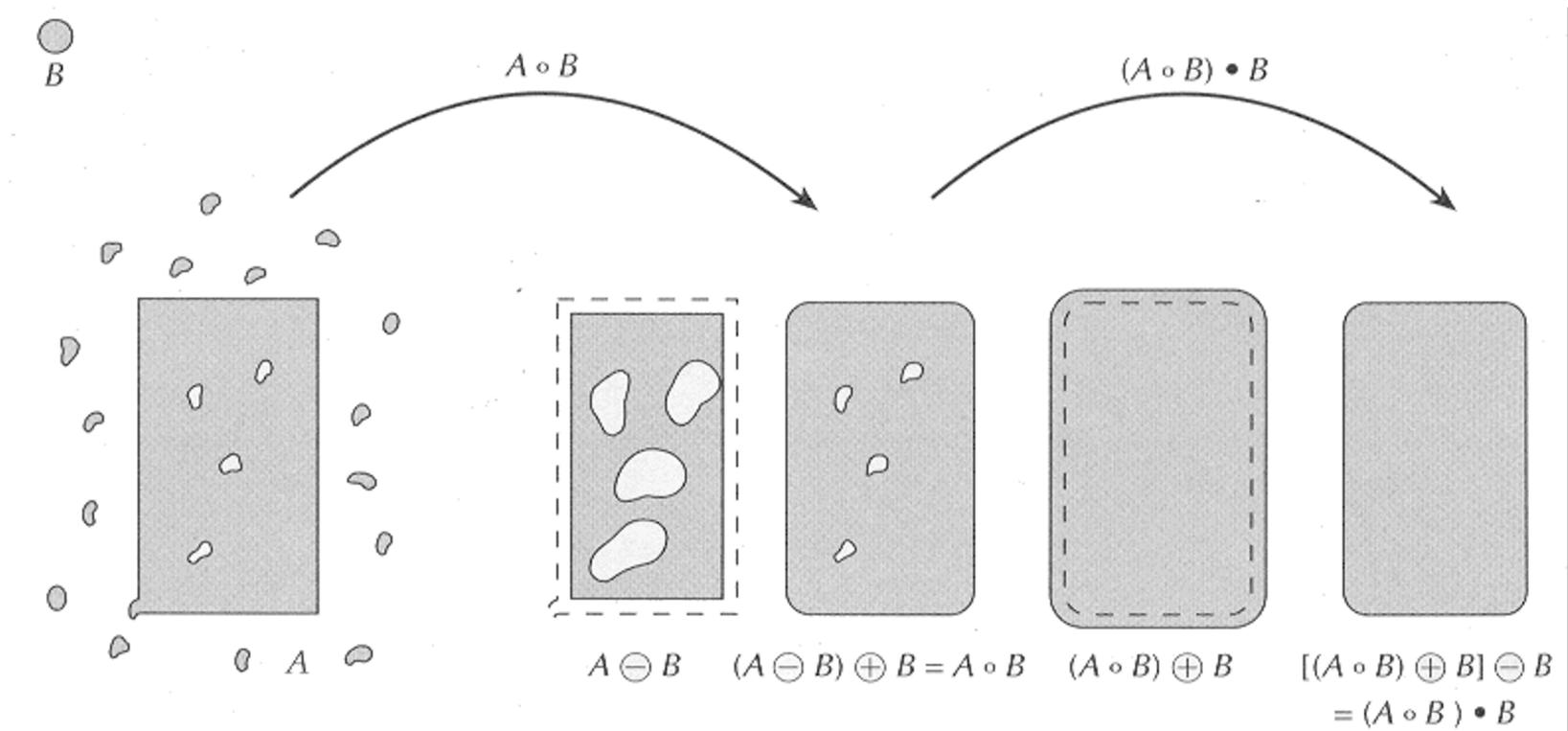


Propriedades

- Abertura:
 - $A \circ B$ é um subconjunto de A
 - $(A \circ B) \circ B = A \circ B$
- Fechamento:
 - A é um subconjunto de $A \bullet B$
 - $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$
- $(A \bullet B)^C = (A^C \circ \hat{B})$

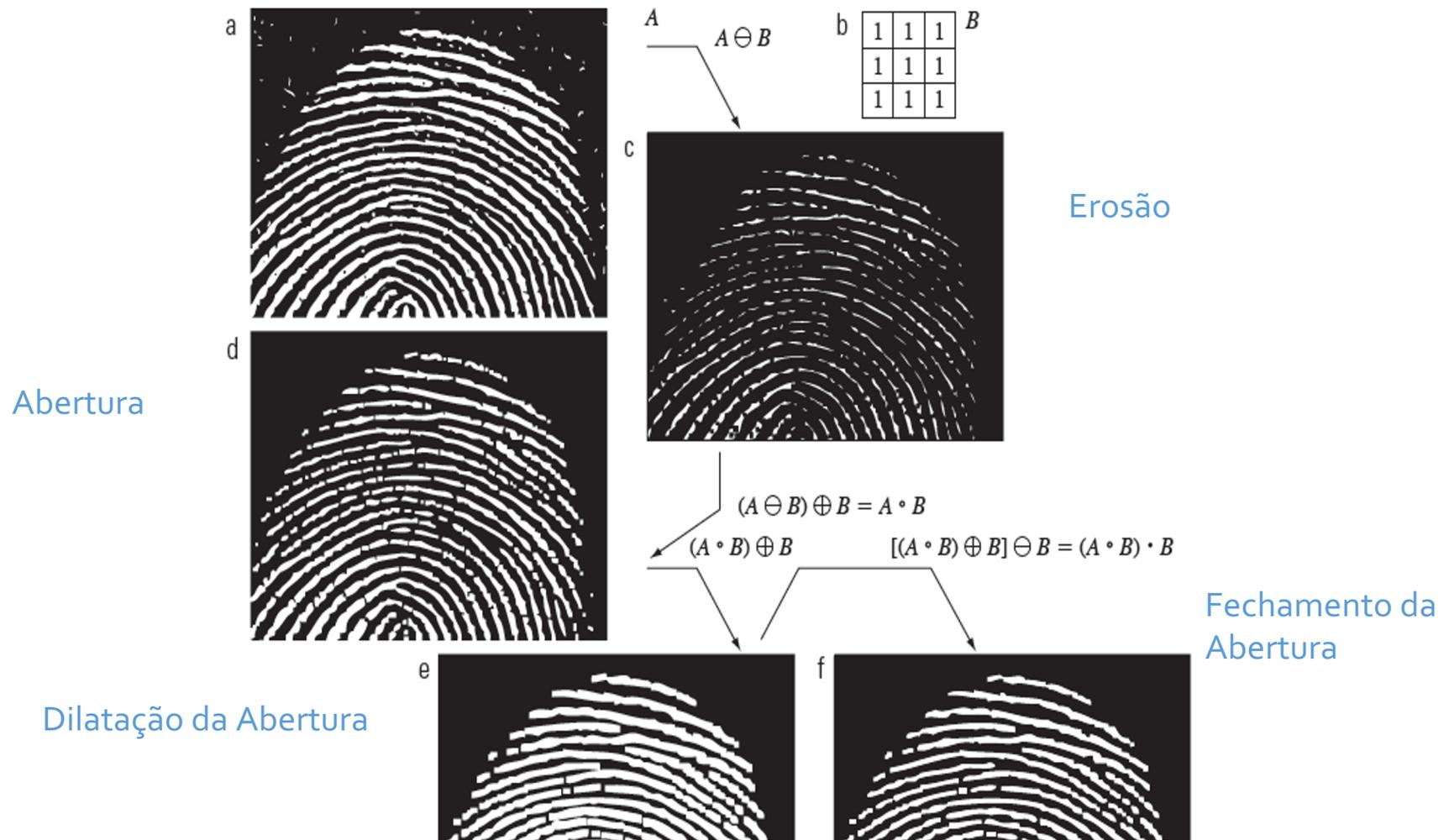
Uso prático: Filtro Morfológico.

Elemento Estruturante, maior que qualquer ruído em A.



Um filtro para ruídos isolados, pode ser realizado através de uma **Abertura** seguida de um **Fechamento**.

Uso prático: Filtro Morfológico.



Transformada *Hit-or-Miss*

- É uma ferramenta para a detecção de formas.
- Ela faz uso de dois elementos estruturantes:
 - B_1 : Para encontrar formas no plano de frente
 - B_2 : Para encontrar formas no plano de fundo

$$I \circledast B_{1,2} = \left\{ z \mid (B_1)_z \subseteq A \text{ and } (B_2)_z \subseteq A^c \right\}$$

- Em termos gerais, a operação indica a presença do padrão quando, simultaneamente, B_1 encontra uma correspondência na imagem de frente, enquanto que não o encontra com B_2 .

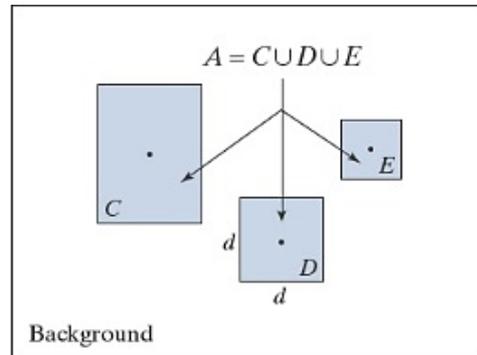
Transformada *Hit-or-Miss* - THM

- Para uma imagem I , a equação que representa a transformada é definida como:

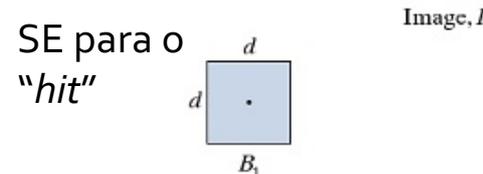
$$\begin{aligned} I \circledast B_{1,2} &= \{z | (B_1)_z \subseteq A \text{ e } (B_2)_z \subseteq A^c\} \\ &= (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2) \end{aligned}$$

Transformada *Hit-or-Miss* - THM

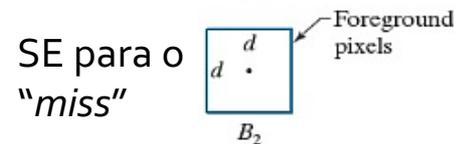
Imagem A com os objetos: C, D e E



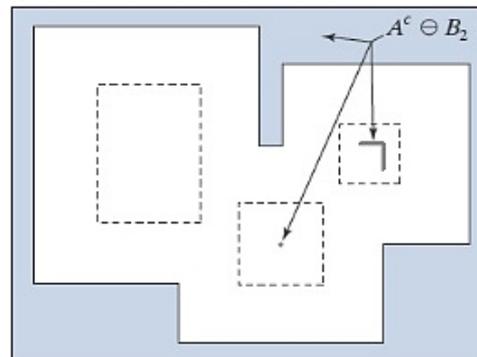
B₁ : Elemento estruturante correspondente a D



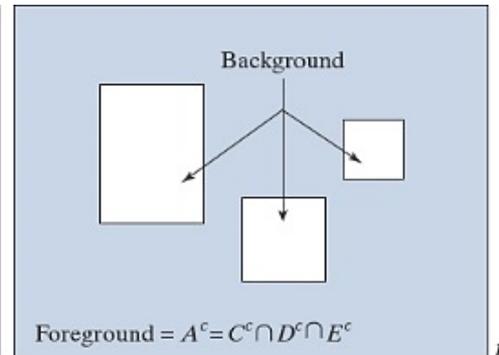
B₂ : Elemento estruturante correspondente ao plano de fundo de D



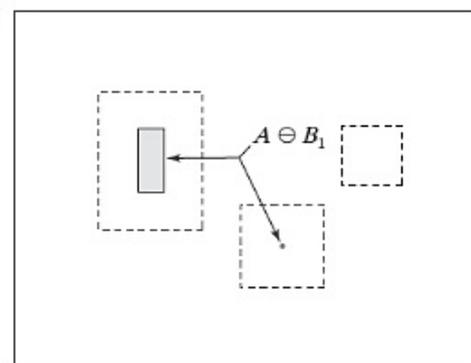
Erosão de A^c com B_2



Complemento de A:
Plano de fundo



Erosão de A com B_1



Resultado da HMT:
O ponto indica onde se encontra a forma equivalente a B_1

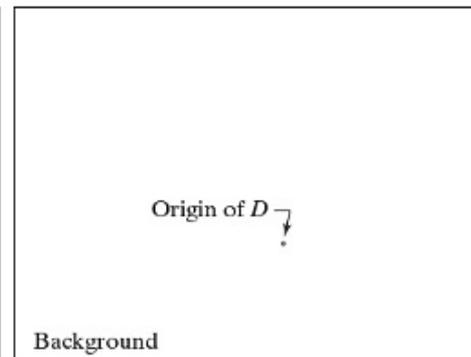
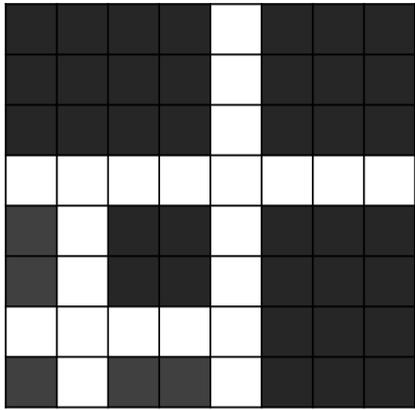


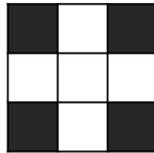
Image: $I \otimes B_{1,2} = A \ominus B_1 \cap A^c \ominus B_2$

Transformada *Hit-or-Miss* - THM

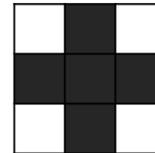
- Exemplo 1: Encontrar os cruzamentos na imagem binarizada



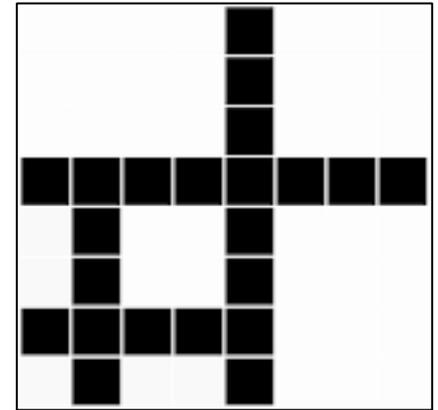
I



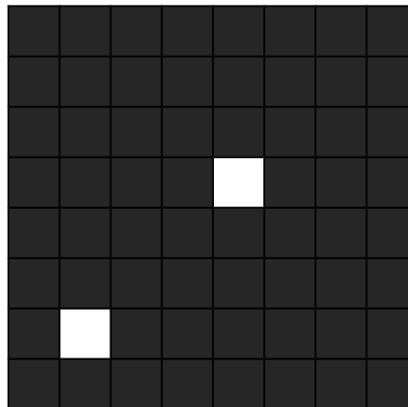
B_1



B_2



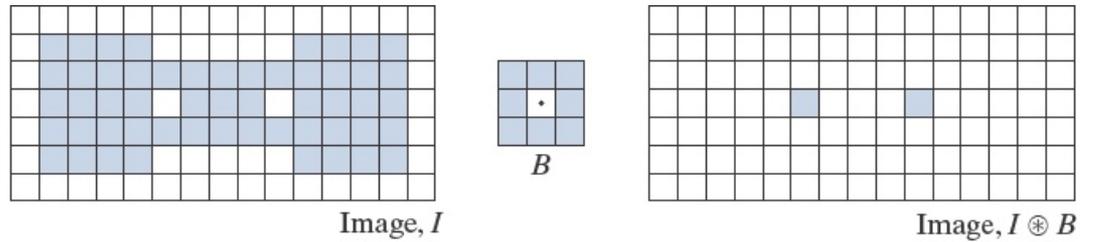
I^c



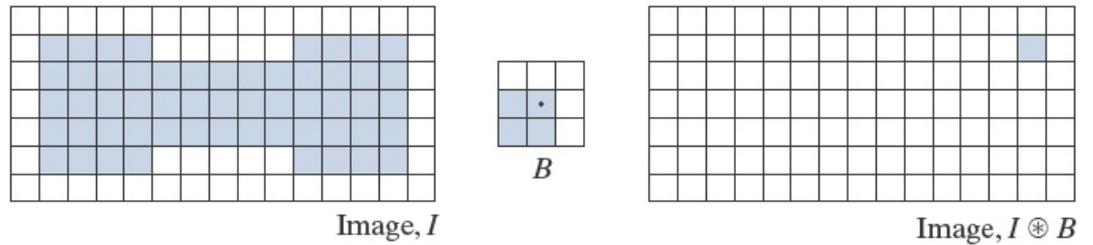
$I \circledast B_{1,2}$

Transformada *Hit-or-Miss* - THM

Ex.2: Encontrar "furos" de 1 pixel



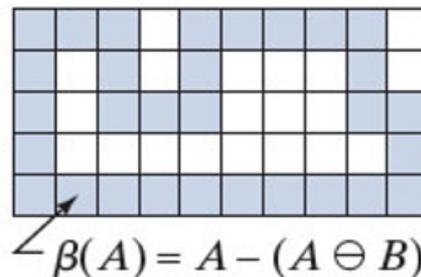
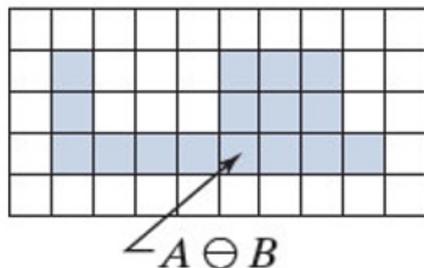
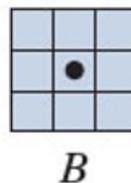
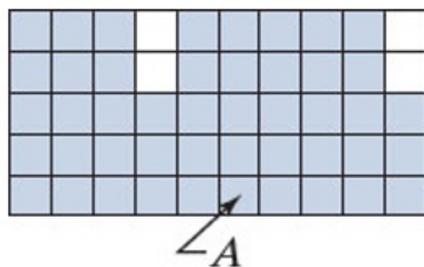
Ex.3: Encontrar canto superior direito



Extração de fronteiras

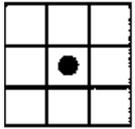
- A fronteira de um conjunto A , denotada por $\beta(A)$, é obtida erodindo A com um elemento estruturante B adequado, e realizando a diferença do resultado com A .

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$



Extração de fronteiras

- Exemplo 1:



B



A



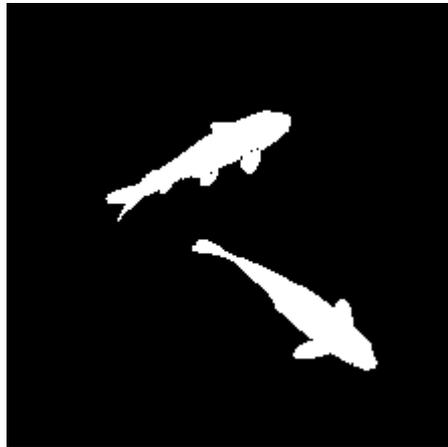
$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

Extração de fronteiras

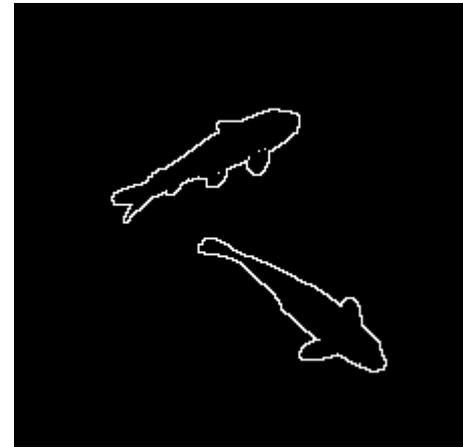
- Exemplo 2:



A



Binária de A



$\beta(A)$

Morfologia em níveis de cinza

As operações morfológicas também podem ser realizadas em imagens de tons de cinza.

- Os elementos estruturantes não-planos (com variação e intensidade) não são muito utilizados, portanto trataremos apenas dos SE planos.

- SE também devem ter origem definida.



Perfis de intensidade

Morfologia em níveis de cinza

- Para essas operações, as funções digitais são da forma:
 - $f(x, y)$: imagem em tons de cinza.
 - $b(x, y)$: elemento estruturante.
- As funções atribuem um valor de intensidade para cada coordenada x, y .

Morfologia em níveis de cinza

- **Erosão:**
- A erosão em (x, y) de uma imagem f por um elemento estruturante b é dada como:

$$[f \ominus b](x, y) = \min_{(s,t) \in b} \{f(x + s, y + t)\}$$

- Ou seja, para cada (x, y) em que a origem de b é posicionado, a erosão corresponde ao mínimo valor de f presente na vizinhança de b .

Morfologia em níveis de cinza

Algoritmo de **Erosão**: (*replicate padding*)

40	0	40	40	0	40
10	60	190	190	60	10
90	120	255	255	120	90
90	120	255	255	120	90
10	60	180	180	60	10
40	0	40	40	0	40

$f(x, y)$

255	255	255
255	255	255
255	255	255

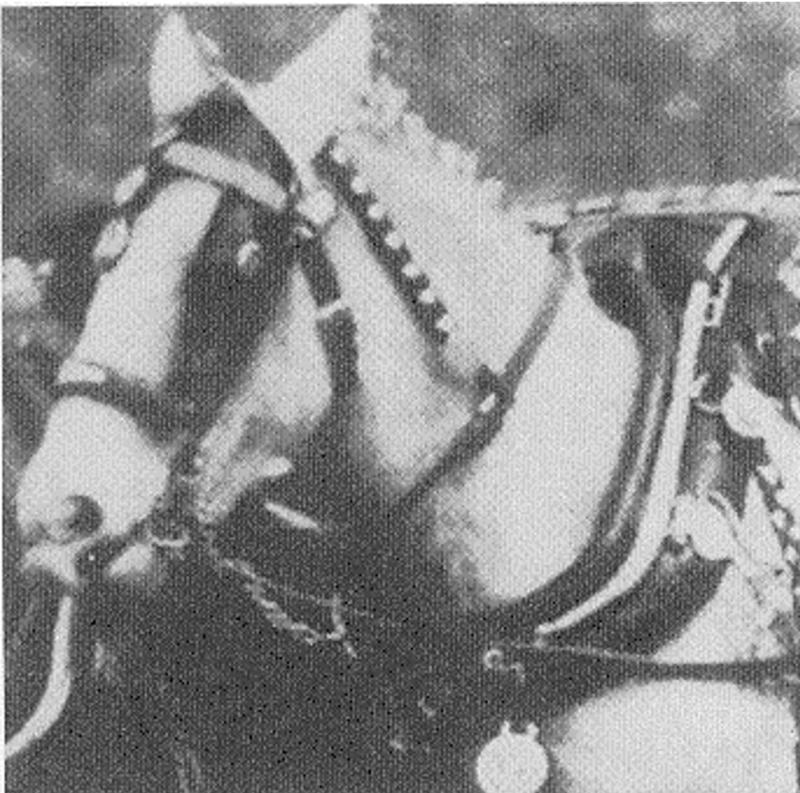
$b(x, y)$

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
10	10	60	60	10	10
10	10	60	60	10	10
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

$[f \ominus b](x, y)$

Morfologia em níveis de cinza

- Erosão



Morfologia em níveis de cinza

- **Dilatação:**
- A dilatação em (x,y) de uma imagem f por um elemento estruturante b é dada como:

$$[f \oplus b](x, y) = \max_{(s,t) \in \hat{b}} \{f(x + s, y + t)\}$$

- $\hat{b}(c, d) = b(-c, -d)$: SE refletido.
- Ou seja, para cada (x,y) em que a origem de \hat{b} é posicionado, a dilatação corresponde ao máximo valor de f presente na vizinhança de \hat{b} .

Morfologia em níveis de cinza

Algoritmo de **Dilatação**: (*replicate padding*)

40	0	40	40	0	40
10	60	190	190	60	10
90	120	255	255	120	90
90	120	255	255	120	90
10	60	180	180	60	10
40	0	40	40	0	40

$f(x, y)$

255	255	255
255	255	255
255	255	255

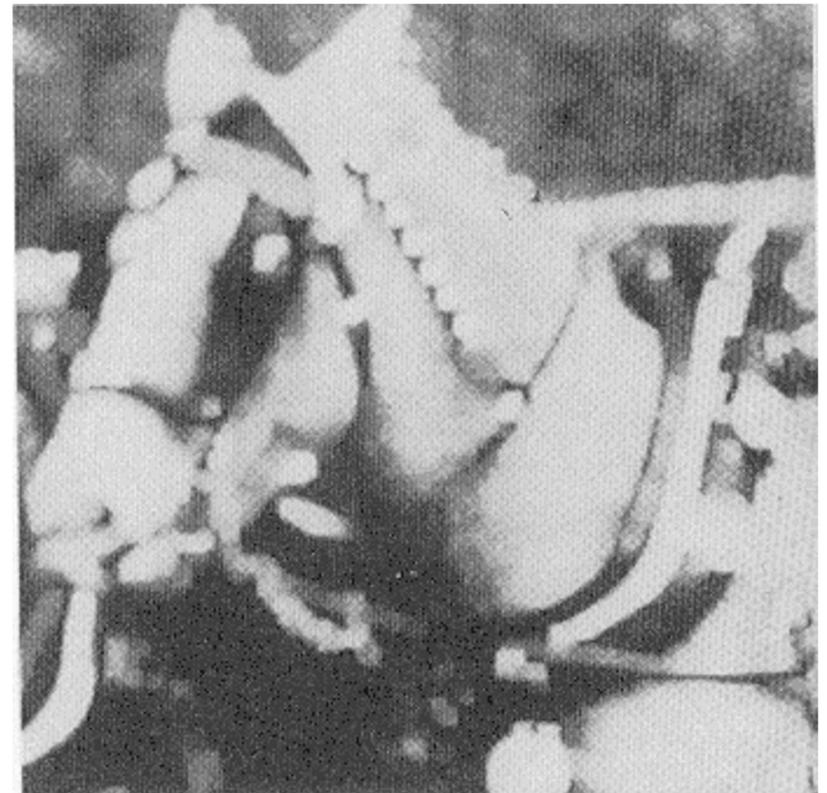
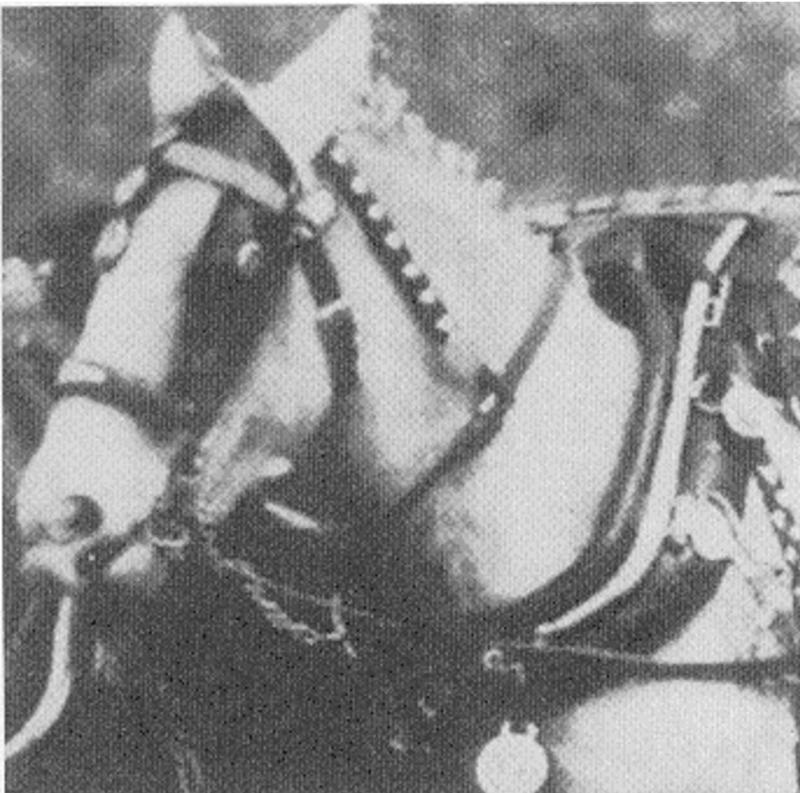
$b(x, y)$

60	190	190	190	190	60
120	255	255	255	255	120
120	255	255	255	255	120
120	255	255	255	255	120
120	255	255	255	255	120
60	180	180	180	180	60

$[f \oplus b](x, y)$

Morfologia em níveis de cinza

- Dilatação



Erosão e Dilatação

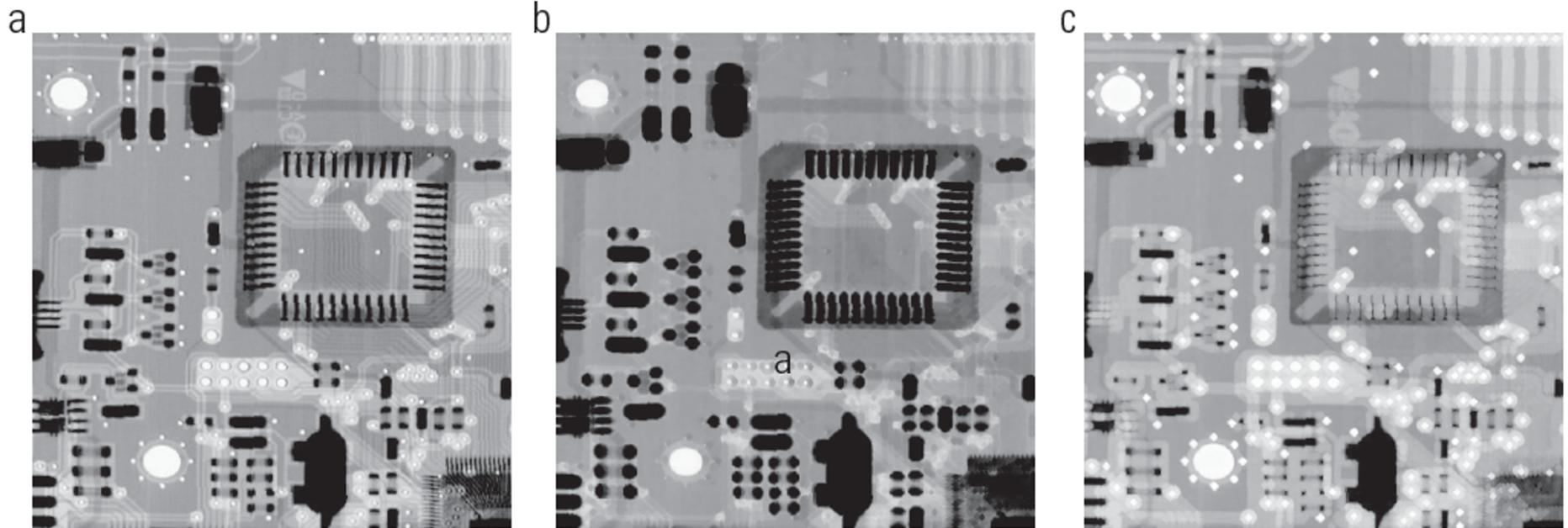


Figura 9.35 (a) Uma imagem radiográfica em níveis de cinza 448×425 pixels. (b) Erosão usando um disco plano com um raio de 2 pixels. (c) Dilatação usando o mesmo ES. (Imagem original cortesia da Lixi, Inc.)

Morfologia em níveis de cinza

- Assim como no caso binário, a erosão e a dilatação em níveis de cinza são operações duais quanto ao complemento e a reflexão:

$$[f \ominus b]^c(x, y) = [f^c \oplus \hat{b}](x, y)$$

$$[f \oplus b]^c(x, y) = [f^c \ominus \hat{b}](x, y)$$

Morfologia em níveis de cinza

- Abertura e Fechamento funcionam de maneira análoga as operações já apresentadas para as imagens binárias

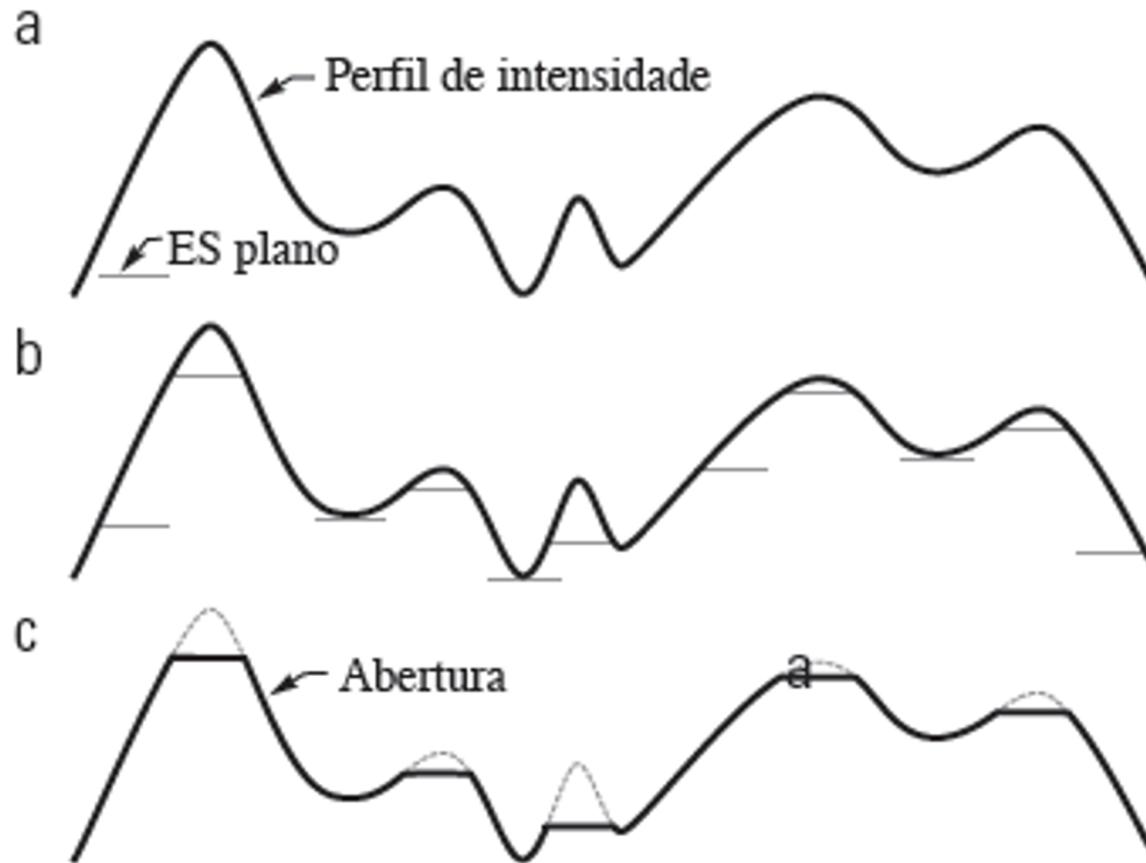
- Abertura:

$$f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$$

- Fechamento:

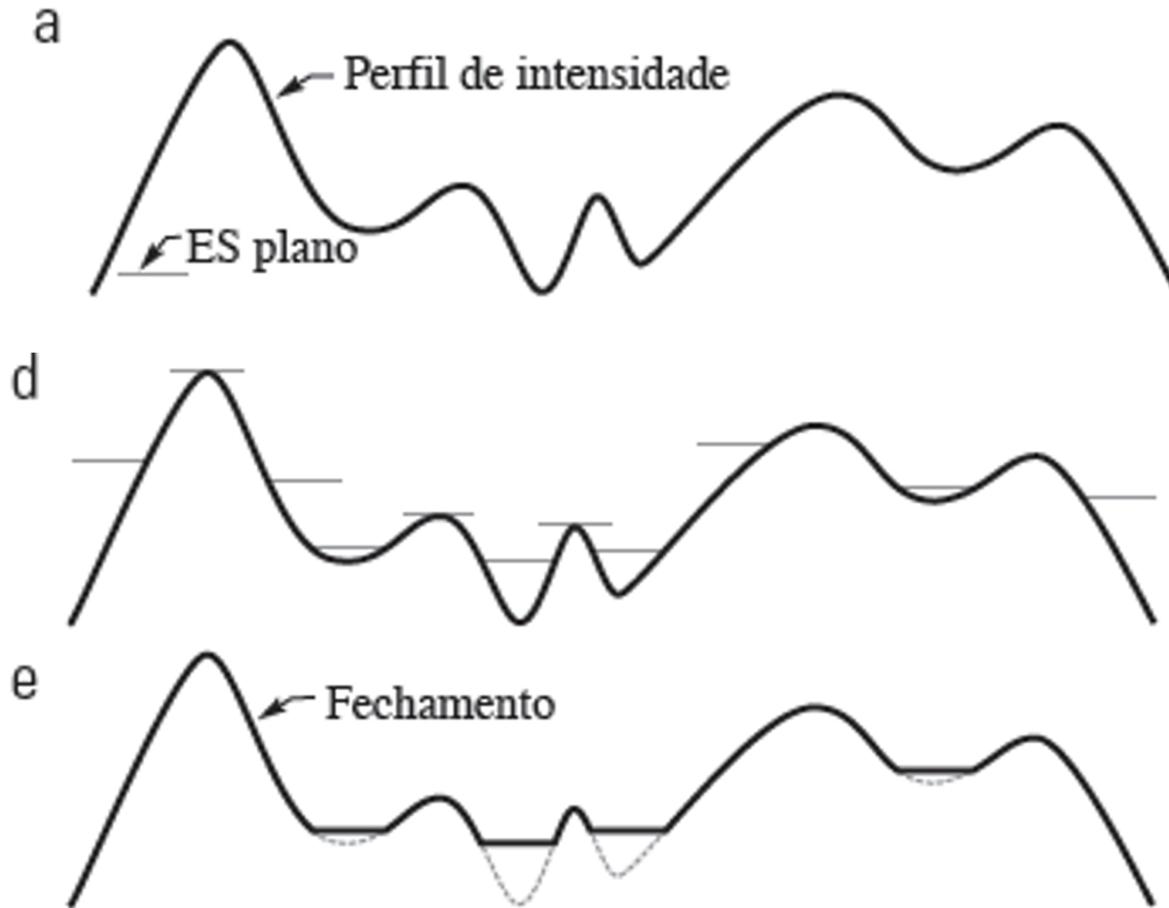
$$f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$$

Abertura



Abertura suprime os detalhes claros menores que o SE

Fechamento



Fechamento suprime os detalhes escuros menores que SE

Abertura e Fechamento

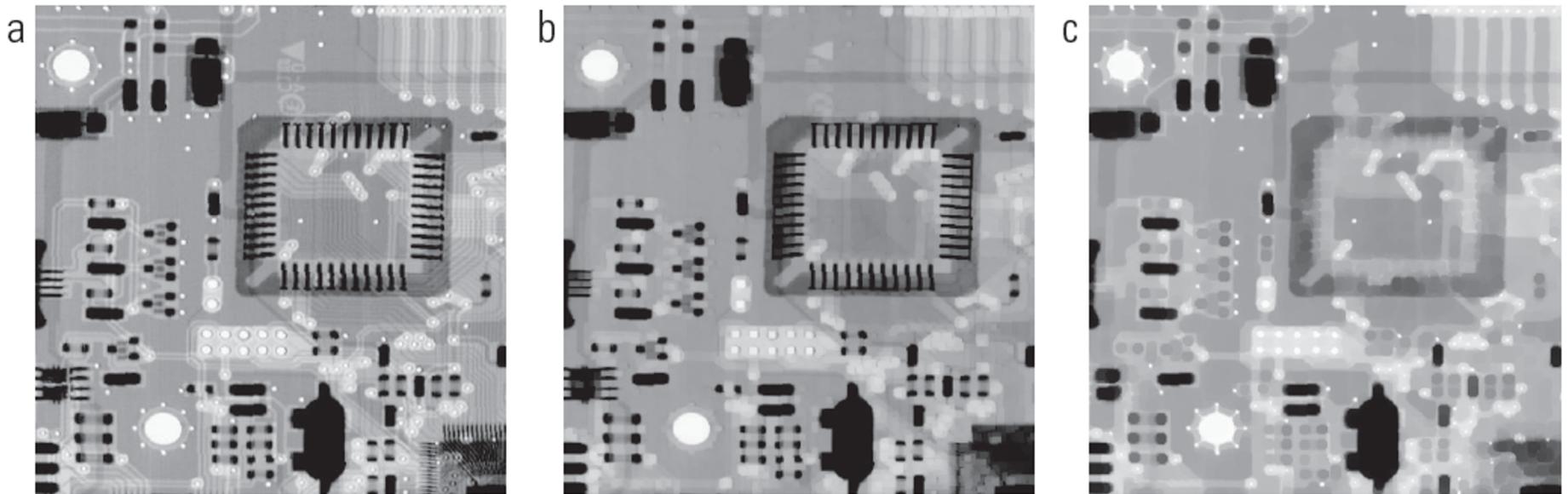


Figura 9.37 (a) Imagem radiográfica em níveis de cinza de tamanho 448×425 pixels. (b) Abertura usando um ES em forma de disco com um raio de 3 pixels. (c) Fechamento usando um ES de raio 5.

Abertura suprime os detalhes claros menores que o SE
Fechamento suprime os detalhes escuros menores que SE

Abertura e Fechamento

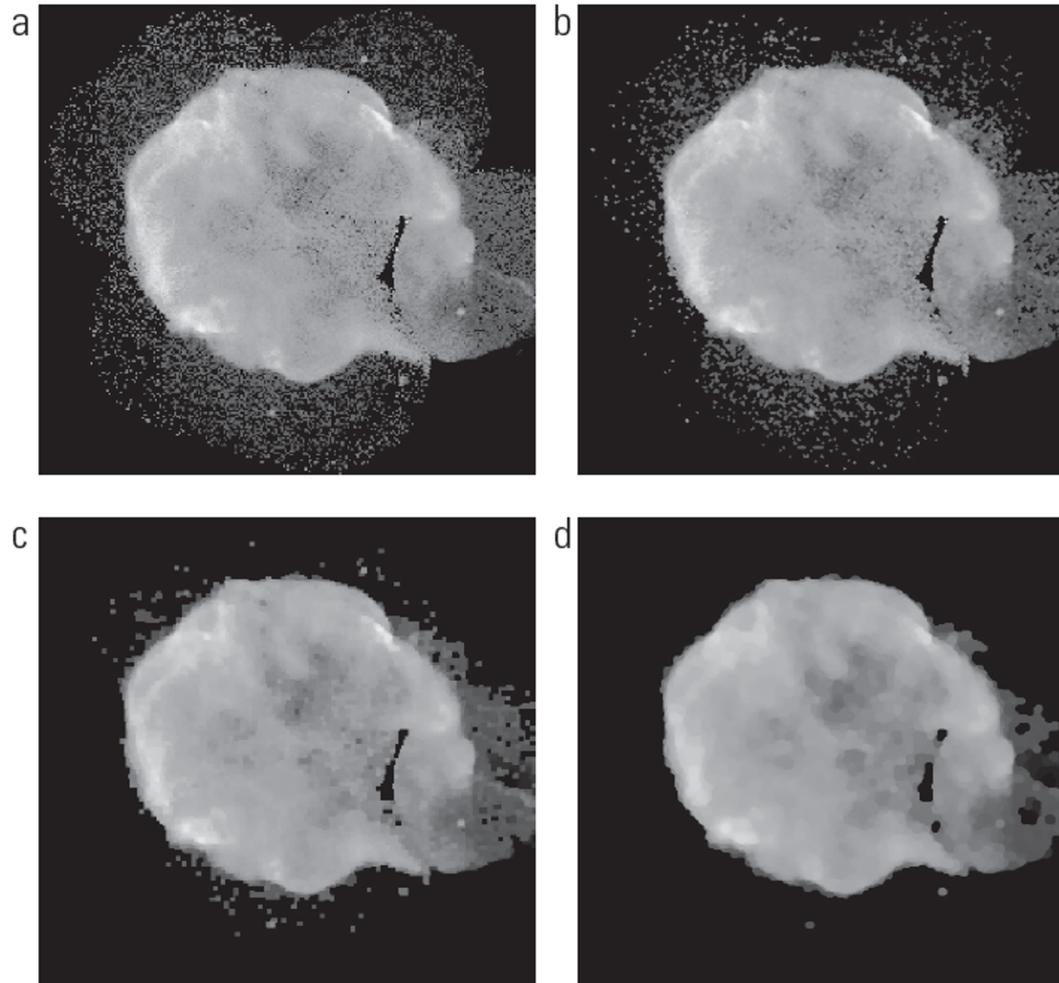


Figura 9.38 (a) Imagem de 566×566 da supernova *Cygnus Loop*, adquirida na banda de raios X pelo telescópio Hubble da Nasa. (b) a (d) Resultados da realização da sequência abertura–fechamento na imagem original, com elementos estruturantes no forma de disco de raios 1, 3 e 5, respectivamente. (Imagem original: cortesia da Nasa.)

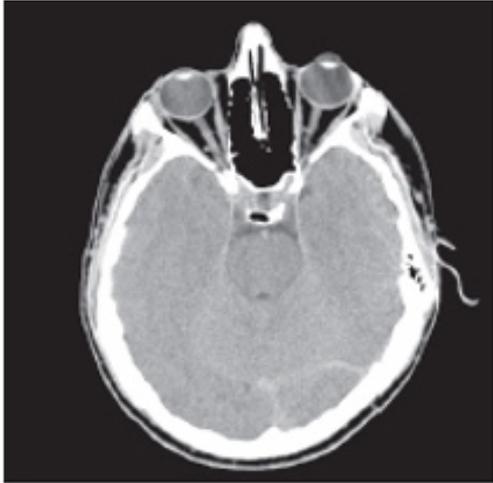
Gradiente Morfológico

- Dilatação e erosão podem ser combinadas com a subtração de imagens para se obter o gradiente morfológico g , de uma imagem de níveis de cinza f , da forma:

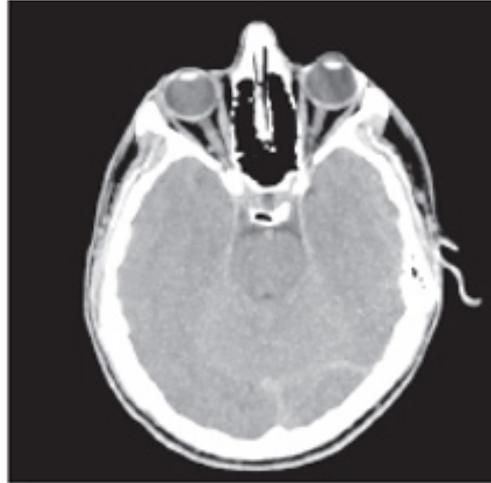
$$g = (f \oplus b) - (f \ominus b)$$

Gradiente Morfológico

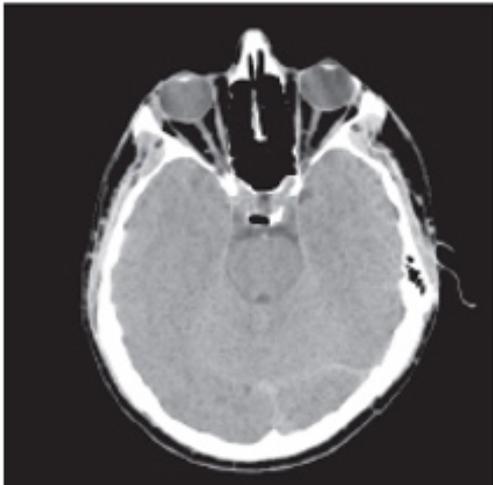
f



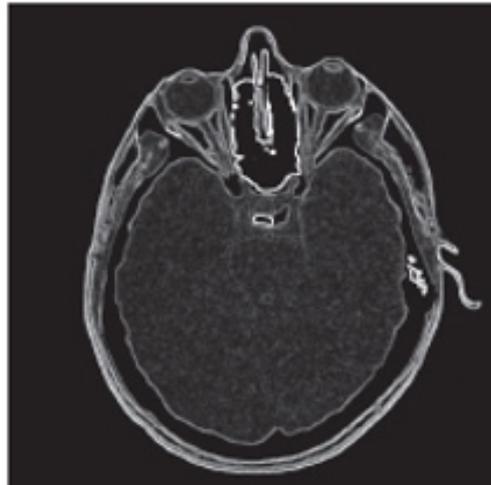
$(f \oplus b)$



$(f \ominus b)$



$g = (f \oplus b) - (f \ominus b)$



Transformadas *Top-Hat* e *Bottom-Hat*

- As transformadas *top-hat* e *bottom-hat*, são utilizadas para remover objetos da imagem que são menores do que o elemento estruturante utilizado.
- Também é utilizada para uniformizar a iluminação e equalizar o fundo da imagem.

Transformadas *Top-Hat* e *Bottom-Hat*

- A transformada *top-hat* (também referenciada de *white top-hat*) é utilizada para objetos claros em um fundo escuro. Ela é definida como:

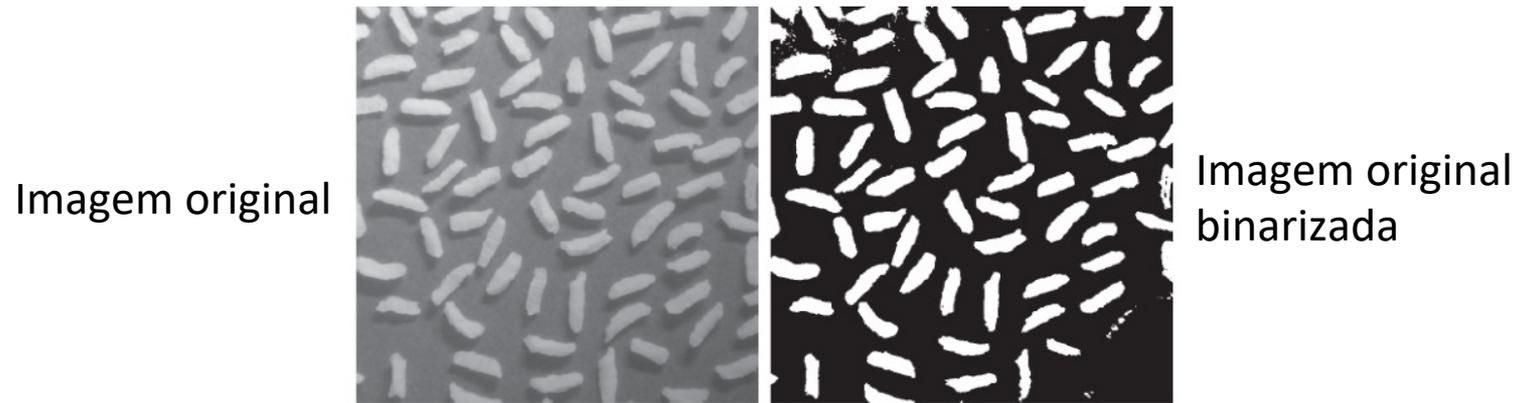
$$T_{hat}(f) = f - (f \circ b)$$

- A transformada *bottom-hat* (também referenciada de *black top-hat*) é utilizada para objetos escuros em um fundo claro. Ela é definida como:

$$B_{hat}(f) = (f \bullet b) - f$$

Top-Hat

- Uniformizar a iluminação em foto de grãos de arroz:



FIM