

1 Perguntas

Pergunta 1. Diga se as aplicações abaixo são galileanas de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$ ou não e justifique. Em caso positivo, classifique elas entre movimento uniforme, translação, rotação ou uma combinação delas.

(a)

$$\phi(t, x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(b)

$$\phi(t, x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 3 & -2/3 & -1/3 & 2/3 \\ 6 & 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(c)

$$\phi(t, x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(d)

$$\phi(t, x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pergunta 2. Descreva o que acontece num sistema unidimensional com potencial $U(x) = -x^4$. Acontece alguma anomalia?

Pergunta 3. Tome o potencial no plano $U(x_1, y_1) = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2)$. Mostre que soluções da equação do movimento originadas desse potencial são equivalente às soluções do campo vetorial em \mathbb{R}^4 dado por:

$$V(x_1, x_2, y_1, y_2) = (y_1, -x_1, y_2, -x_2).$$

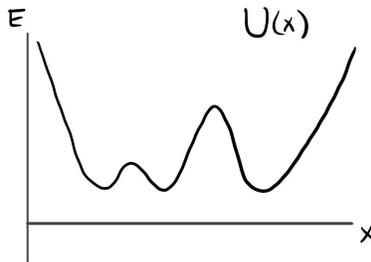
Isso mostra que o campo de forças dado por $F(x_1, x_2, y_1, y_2) = (y_1, -x_1, y_2, -x_2)$ é conservativo? Ou não se relacionam?

Pergunta 4. Porque o campo de forças no plano sem a origem dado por

$$F(x_1, y_1) = \left(\frac{y_1}{x_1^2 + y_1^2}, \frac{-x_1}{x_1^2 + y_1^2} \right)$$

não é conservativo? Existe alguma modificação no domínio que faça F ser conservativa? Como seria o potencial nesse caso?

Pergunta 5. Faça um esboço do espaço de fase para o potencial unidimensional abaixo:



Pergunta 6. Exercício retirado do Física Básica Vol. 1 de Moysés Nussenzveig.

11. Uma partícula de massa m move-se em uma dimensão com energia potencial $U(x)$ representada pela curva da Fig. (as beiradas abruptas são idealizações de um potencial rapidamente variável). Inicialmente, a partícula está dentro do "poço de potencial" (região entre x_1 e x_2) com energia E tal que $V_0 < E < V_1$. Mostre que o movimento subsequente será periódico e calcule o período.

