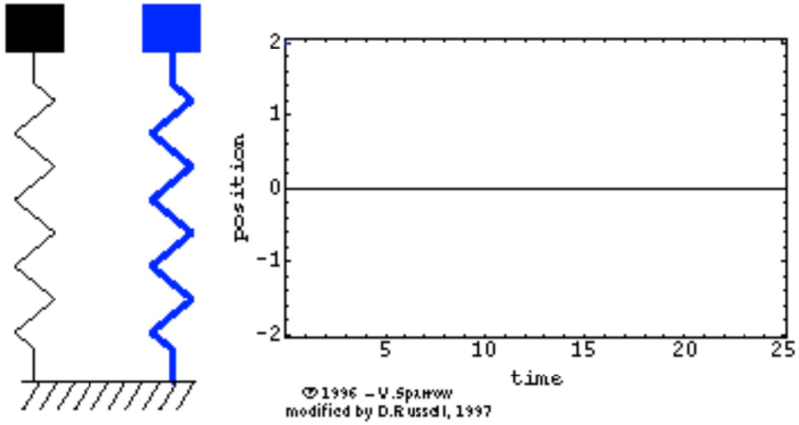
Molas

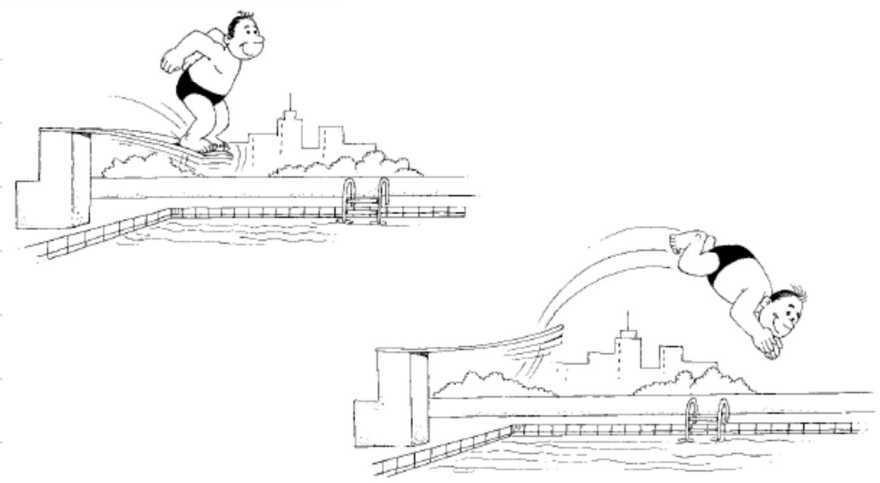
O que é uma mola???

- **Molas** são membros mecânicos projetados para responder à uma carga externa aplicada com relativamente grande quantidade de deflexão elástica, sem ocorrência de deformações plásticas. Isto é, o componente citado deverá voltar a sua forma inicial, sem que ocorra nenhuma deformação permanente.



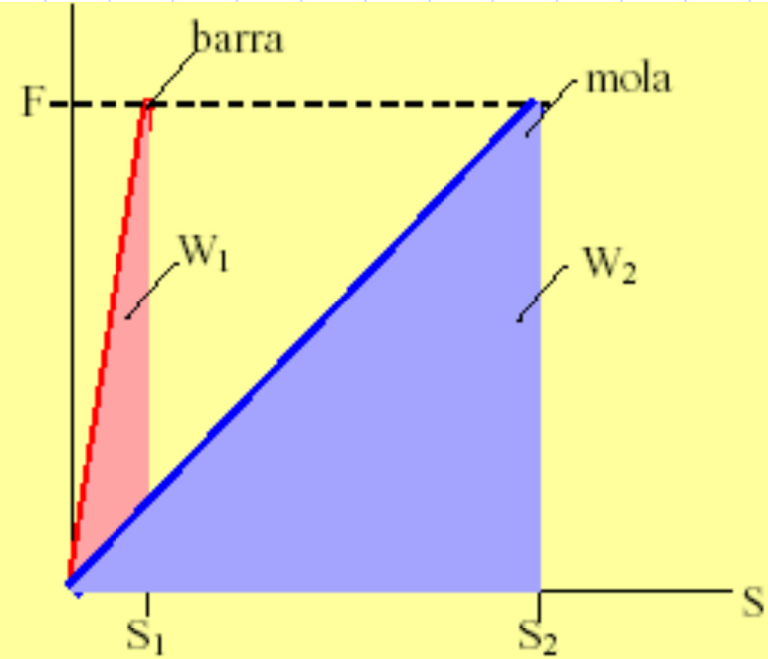
- **Todos os corpos** constituídos por materiais elásticos funcionam como molas, deformando-se sob a ação de uma carga (armazenando energia potencial).

Uma mola, possivelmente, terá deformação permanente, após longo tempo de uso ou se estiver mal dimensionada.



Elementos elásticos: principais características

- Quando se deseja máxima eficiência dos elementos elásticos, ou seja, por exemplo, máximo trabalho para mínima massa, deve-se, para uma dada força, proporcionar maior deflexão do elemento.



$$W_1 = \frac{1}{2} S_1 . F$$

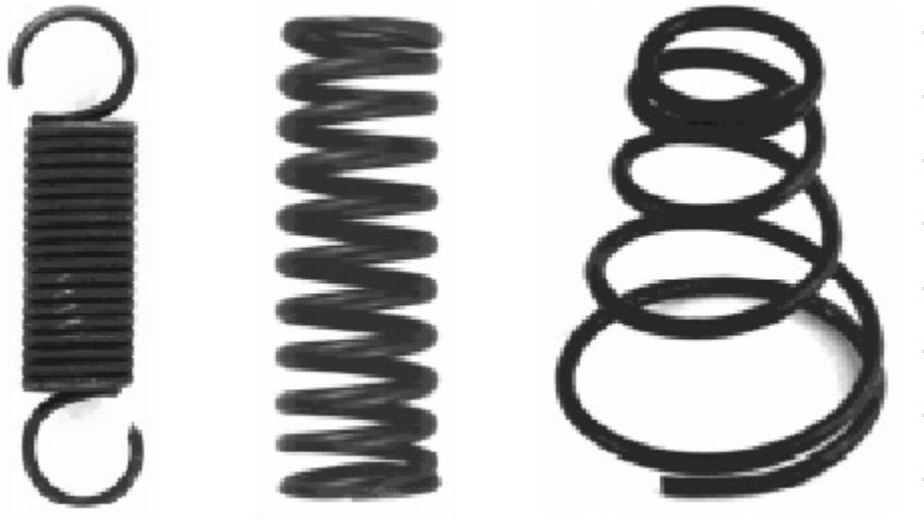
$$W_2 = \frac{1}{2} S_2 . F$$

$$S_2 > S_1 \quad \rightarrow \quad W_2 > W_1$$

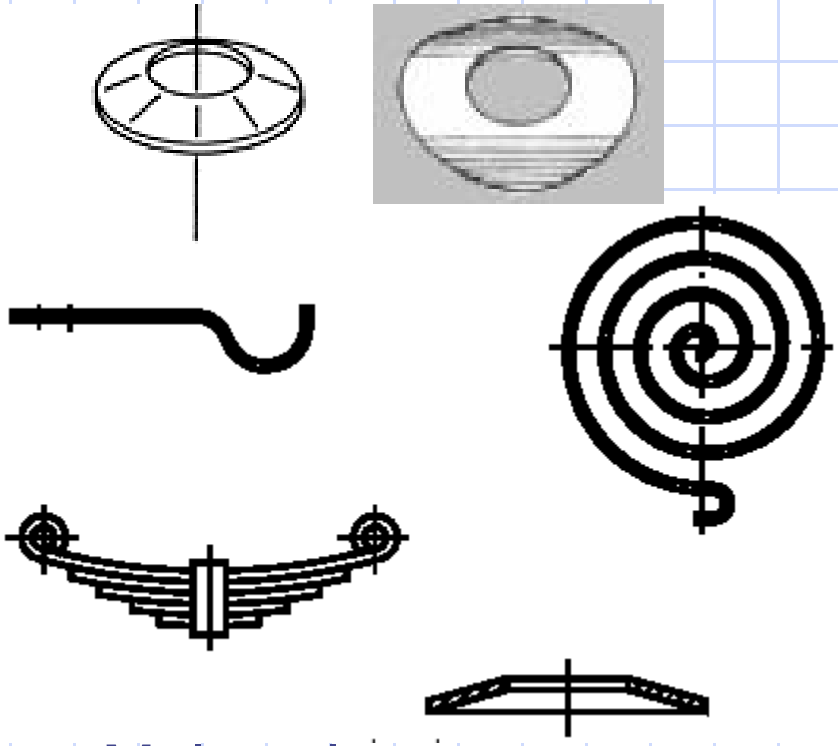
Quais os tipos de mola?

- Os diversos tipos de molas podem ser classificados quanto à sua forma geométrica ou segundo o modo como resistem aos esforços.
  - Quanto à forma geométrica, as molas podem ser helicoidais (forma de hélice) ou planas.
  - Quanto ao esforço que suportam, as molas podem ser de tração, de compressão,de flexão ou de torção.

Quanto à forma...

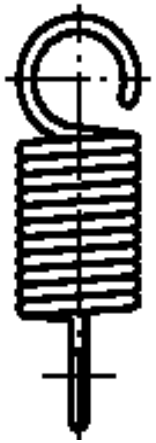


Molas helicoidais

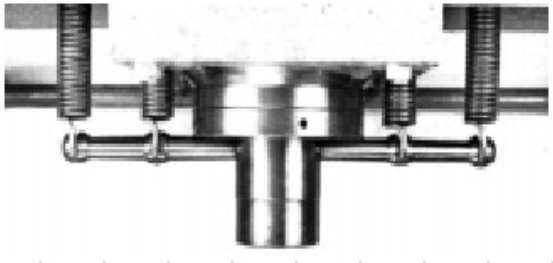


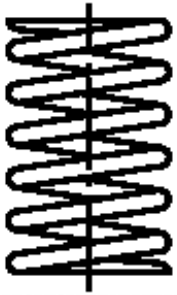
Molas planas

Quanto aos esforços que resistem...

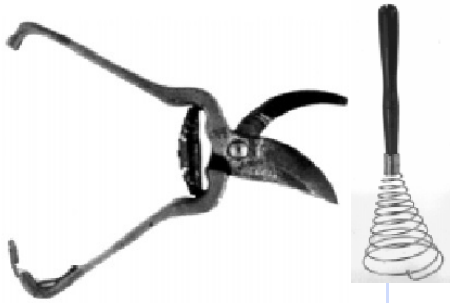


Molas de tração

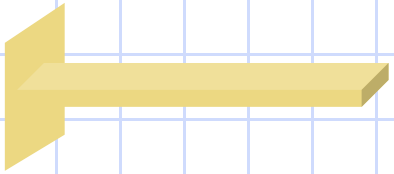




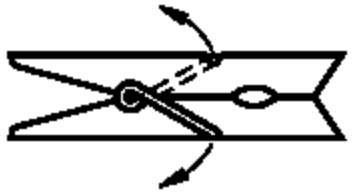
Molas de compressão

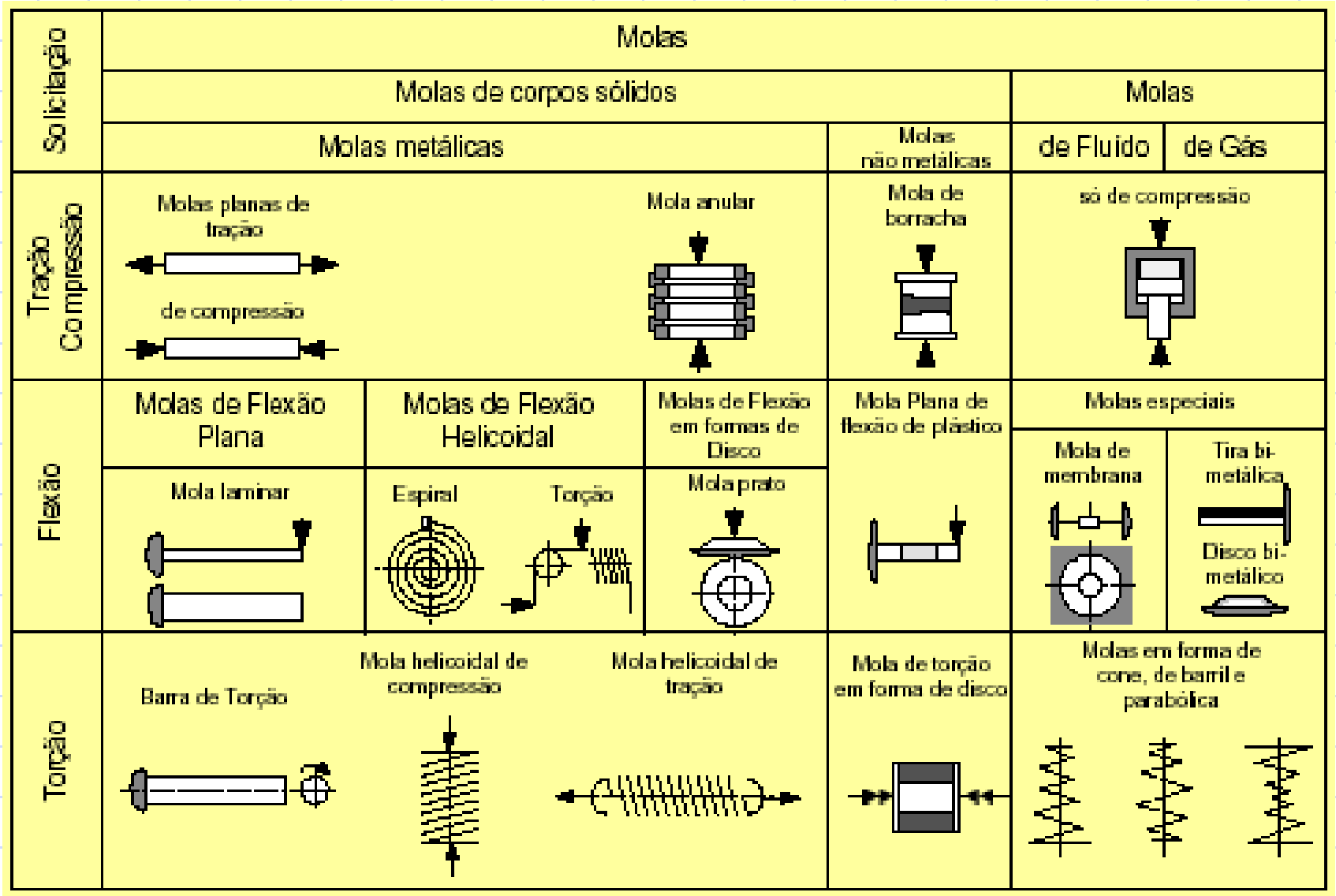


Molas de flexão



Molas de torção




Solicitação
Molas
Molas de corpos sólidos
Molas
Molas metálicas
Molas não metálicas
de Fluido
de Gás
Tração Compressão
Molas planas de tração
de compressão
Mola anular
Mola de borracha
só de compressão
Flexão
Molas de Flexão Plana
Molas de Flexão Helicoidal
Molas de Flexão em formas de Disco
Mola Plana de flexão de plástico
Molas especiais
Mola laminar
Espiral
Torção
Mola prato
Mola de membrana
Tira bi-metálica
Disco bi-metálico
Torção
Barra de Torção
Mola helicoidal de compressão
Mola helicoidal de tração
Mola de torção em forma de disco
Molas em forma de cone, de barril e parabólica

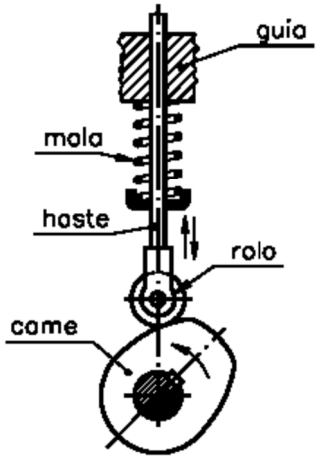
Onde são usadas as molas?

- As molas ou uniões elásticas são usadas para amortecer choques, reduzir ou absorver vibrações e para tornar possível o retorno de um componente mecânico à sua posição primitiva.

Alguns exemplos:

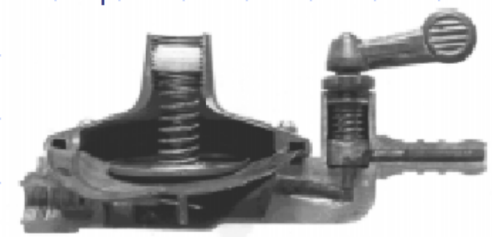
PRESERVAÇÃO DE JUNTAS OU CONTATOS

preservar peças articuladas, alavancas de contato, vedações, etc... que estejam em movimento.



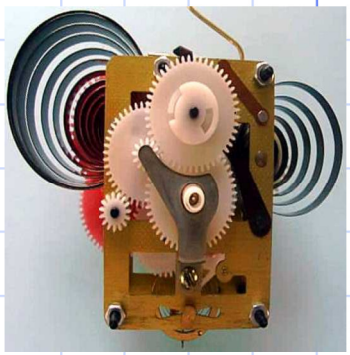
LIMITADOR DE VAZÃO

regulam a vazão de água em válvulas e registros e a vazão de gás em bujões ou outros recipientes.

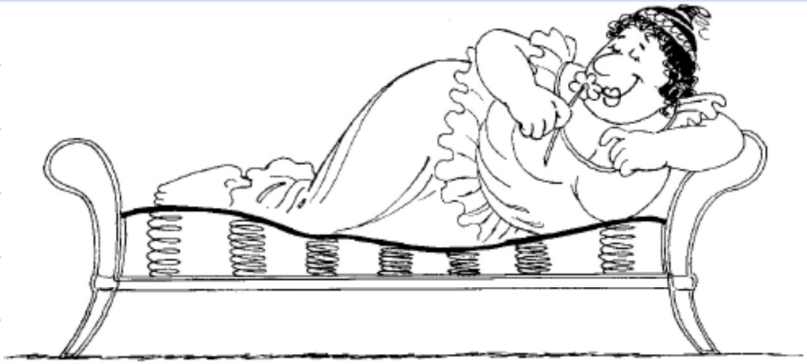


ARMAZENAMENTO DE ENERGIA

acionar mecanismos de relógios, de brinquedos, de retrocesso das válvulas de descarga e aparelhos de controle.



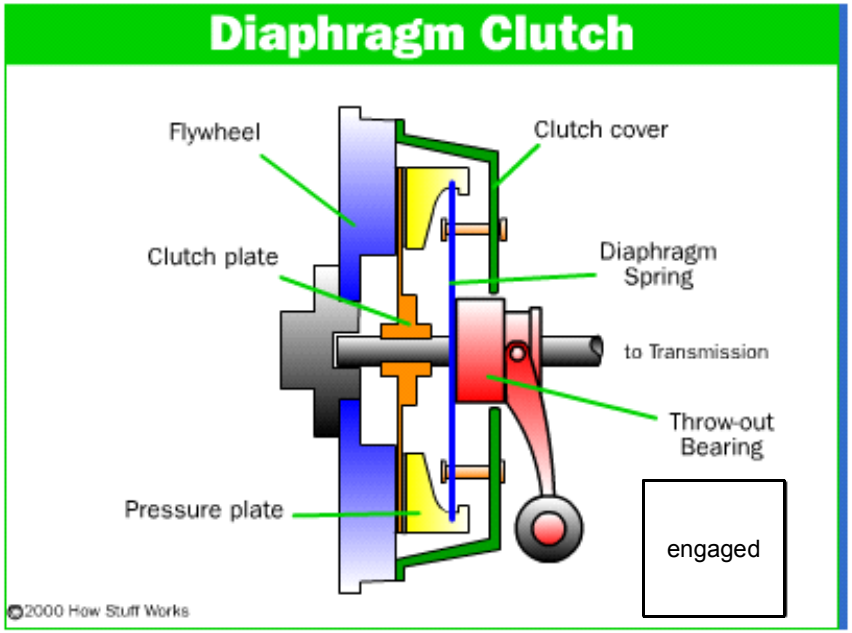
DISTRIBUIÇÃO DE CARGA

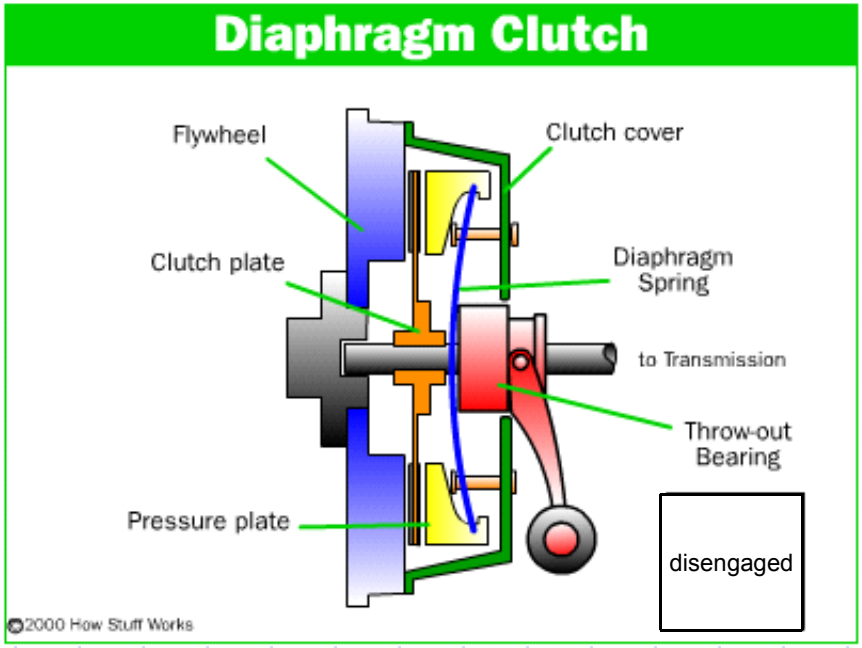


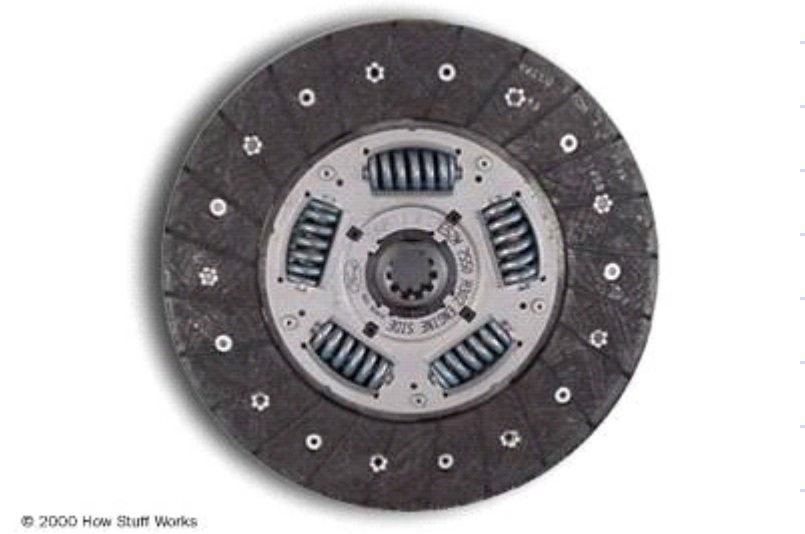
As molas distribuem cargas em estofamentos de poltronas, colchões e veículos em que, por meio de molas, a carga pode ser distribuída pelas rodas.

AMORTECIMENTO DE CHOQUES

As molas amortecem choques em suspensão e pára-choques de veículos, em acoplamento de eixos e na proteção de instrumentos delicados ou

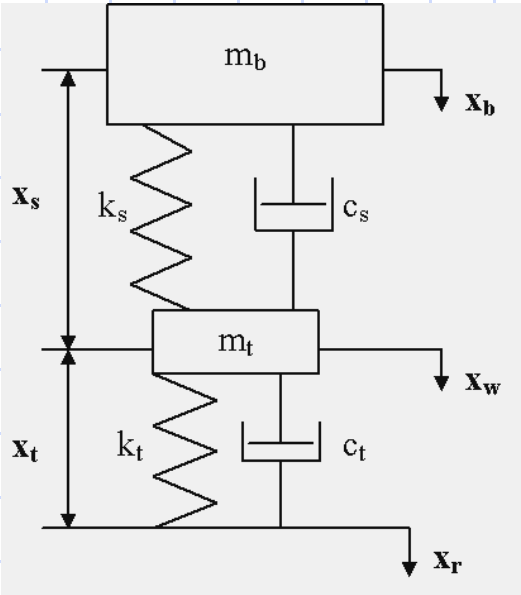




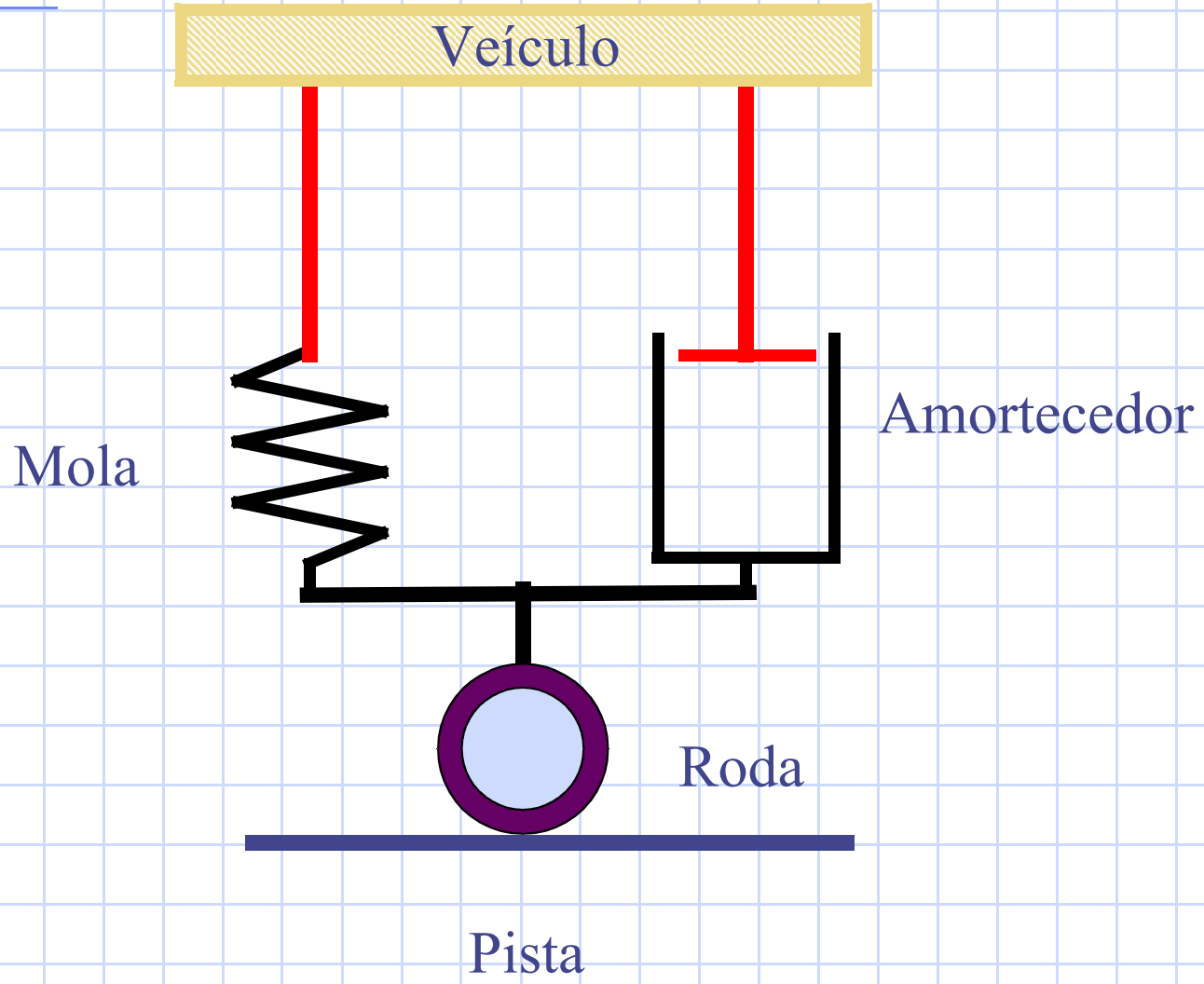


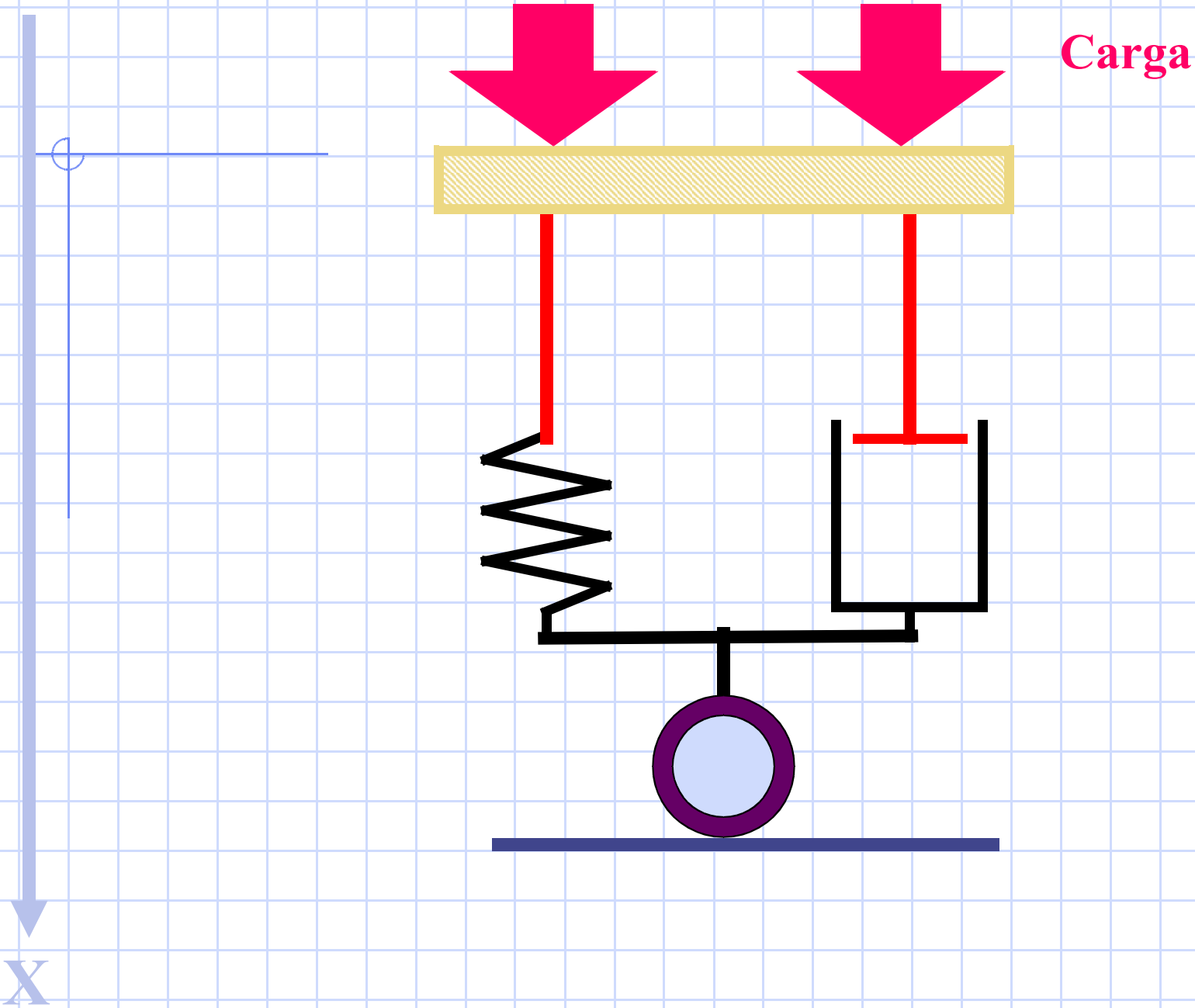
Fonte: www.howstuffworks.com

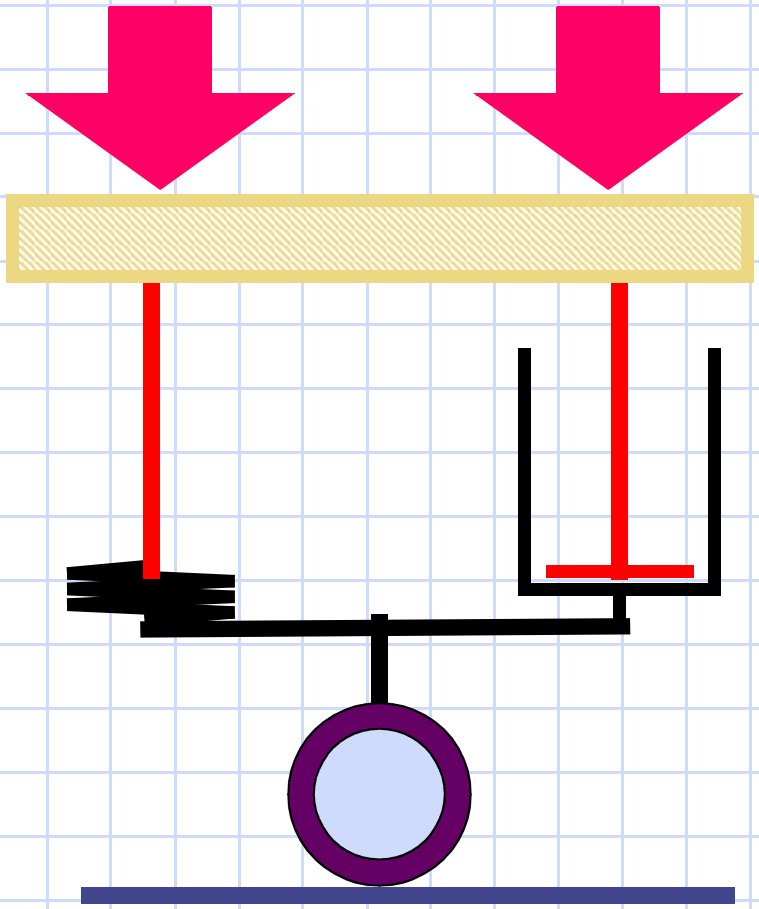
Suspensão Veicular



Modelo de uma Suspensão Veicular



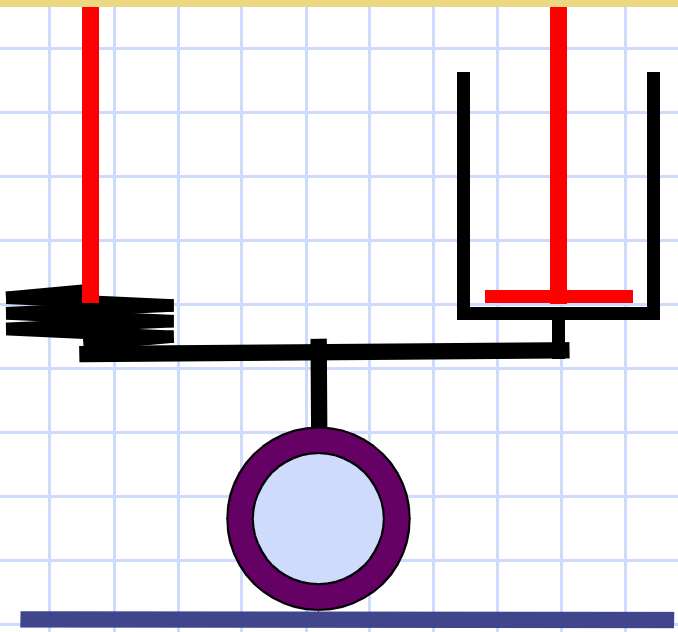

Carga
X



X

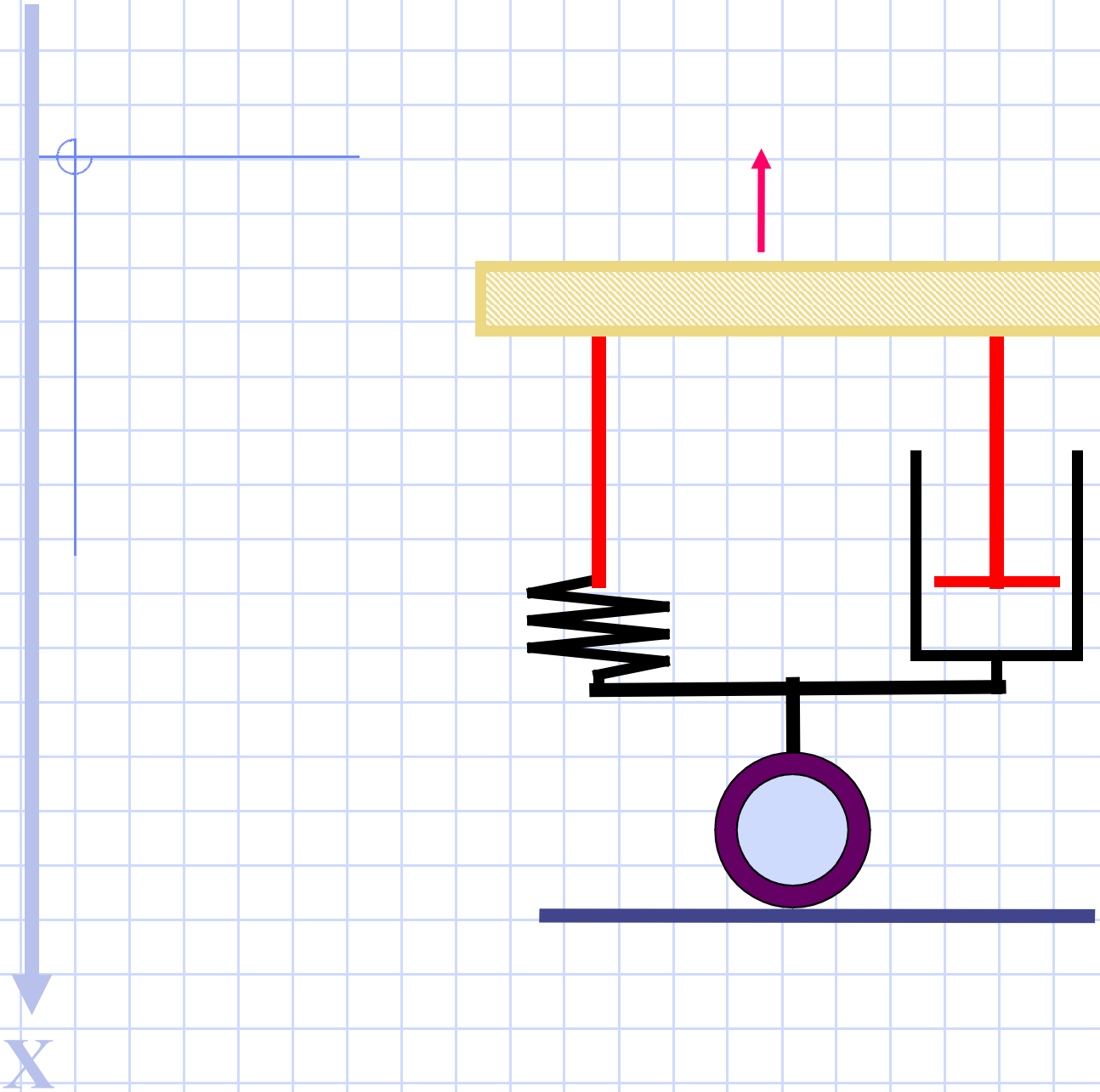
O veículo começa se elevar

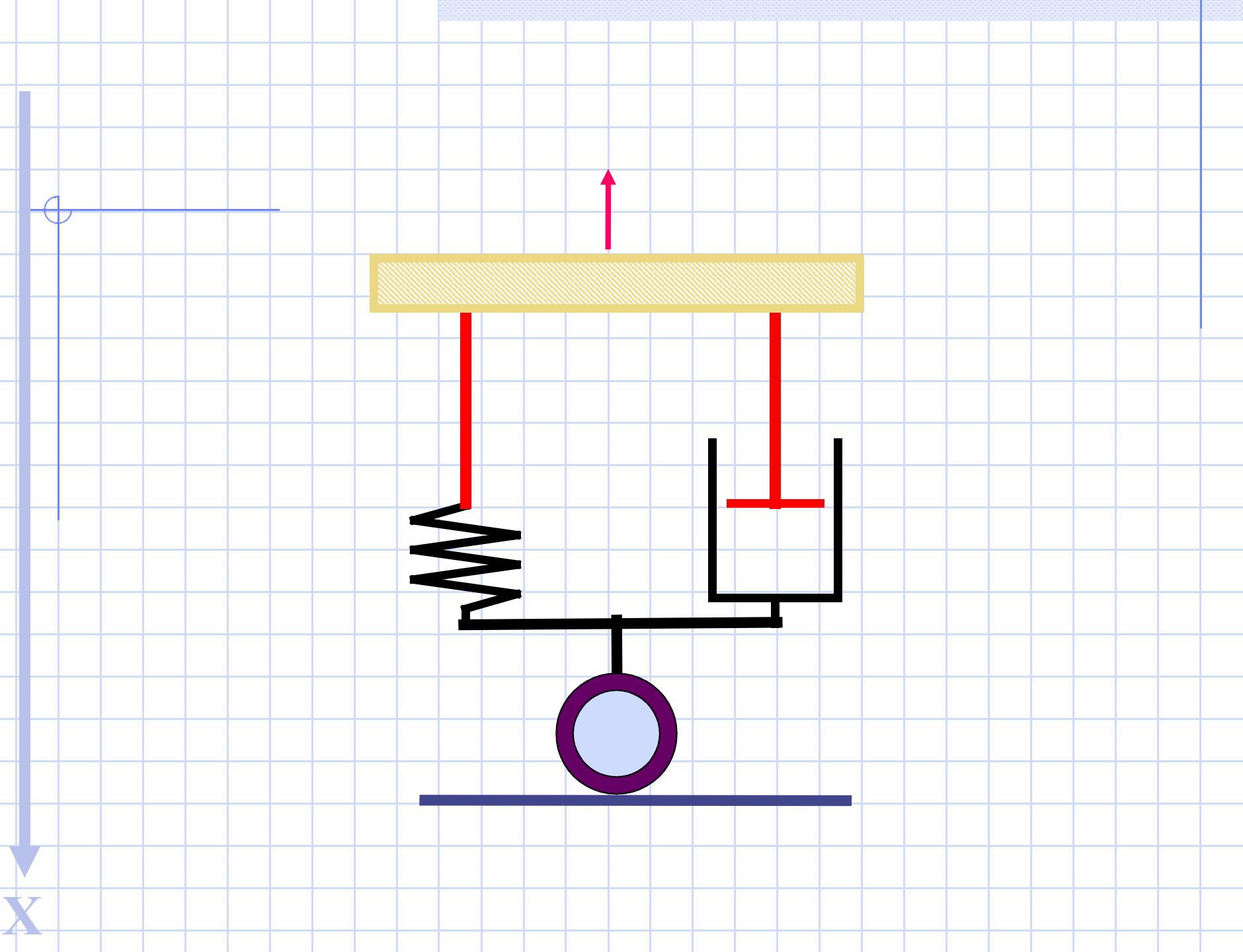
A Força na Mola, proporcional à deformação, provoca um movimento de “subida”

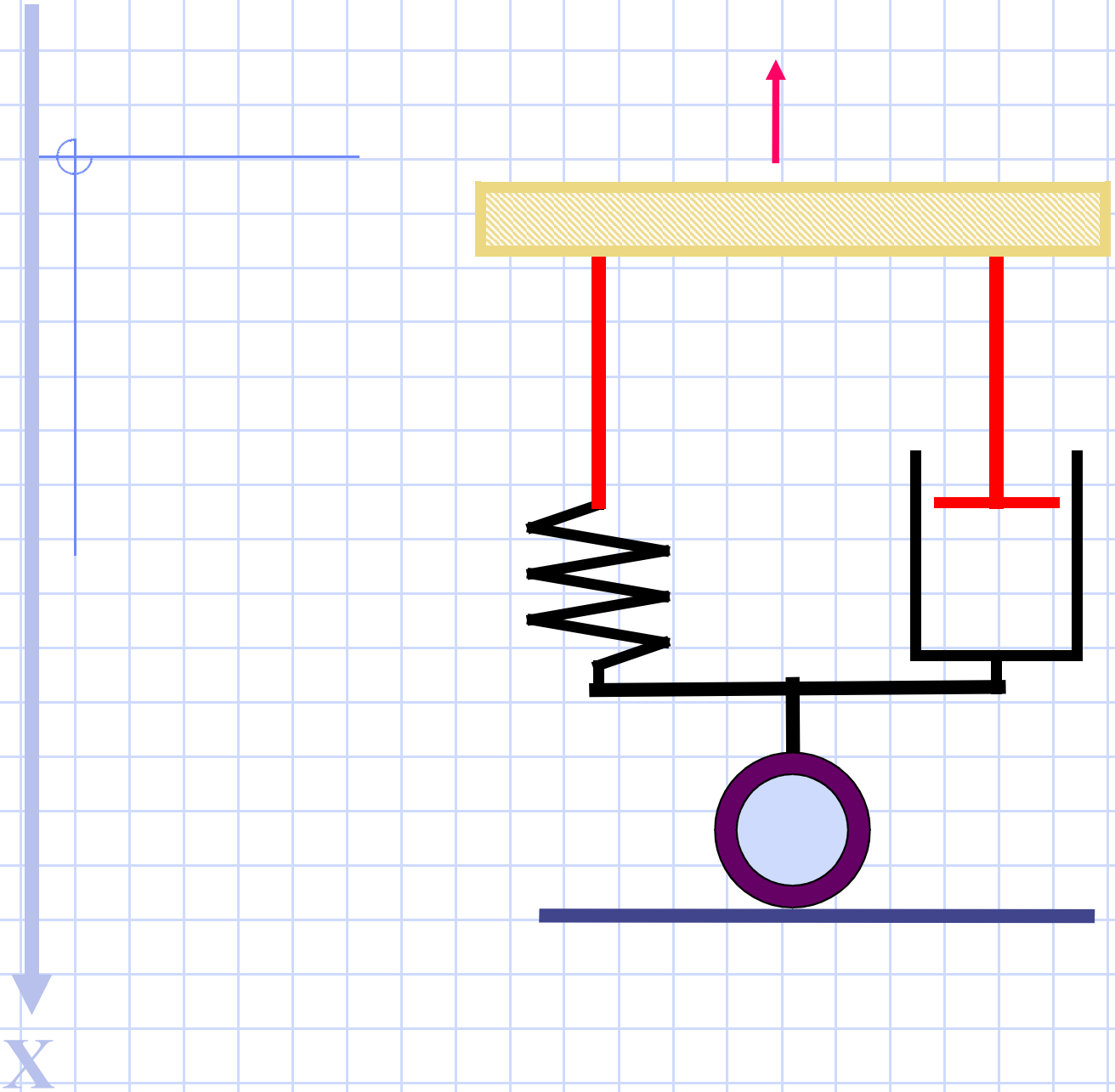


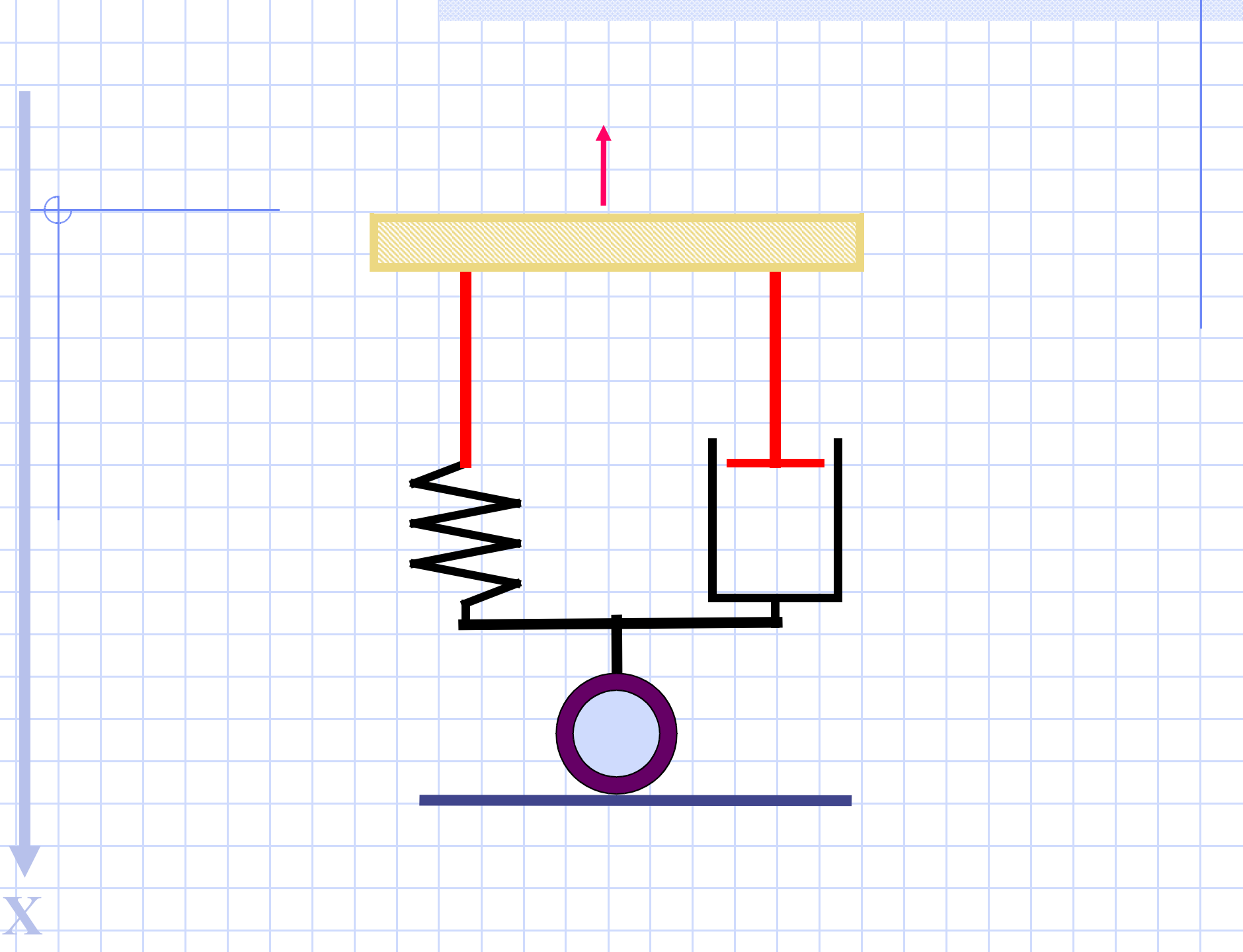
O amortecedor se opõe ao movimento, com uma força proporcional à velocidade

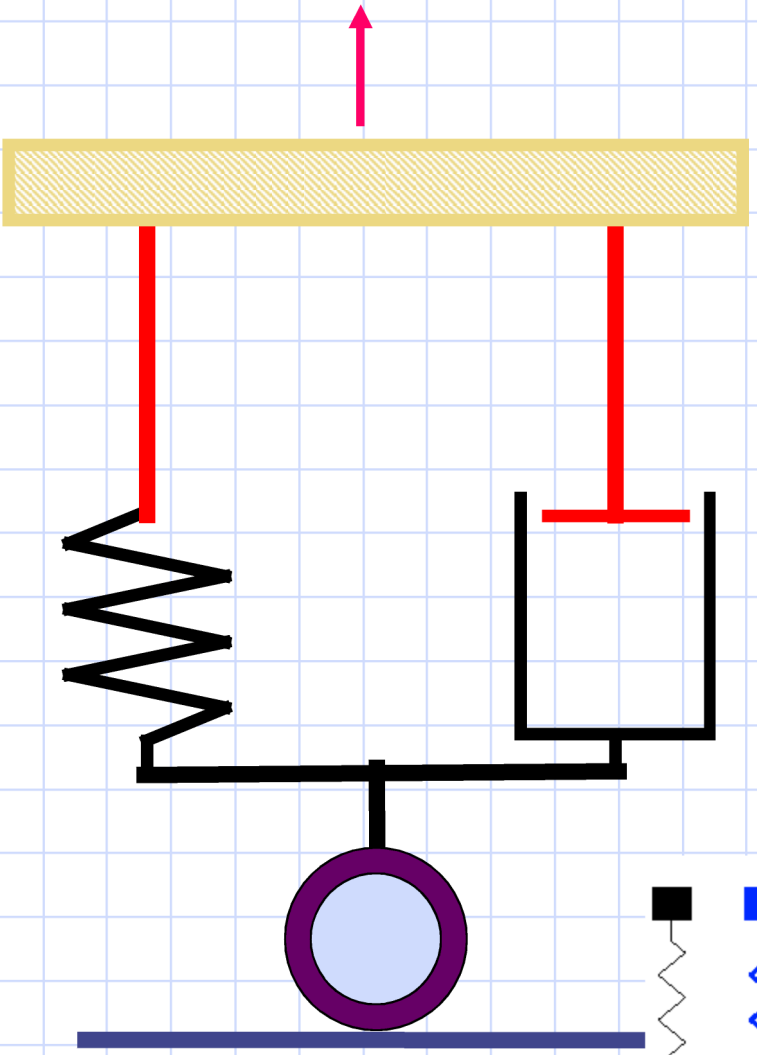
X

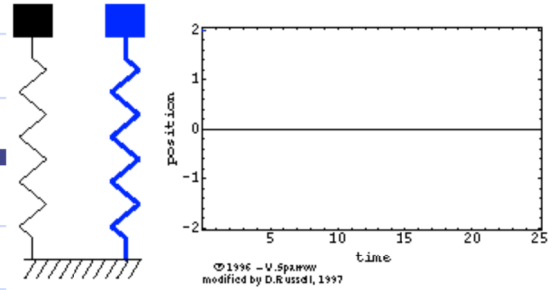

X


X


X

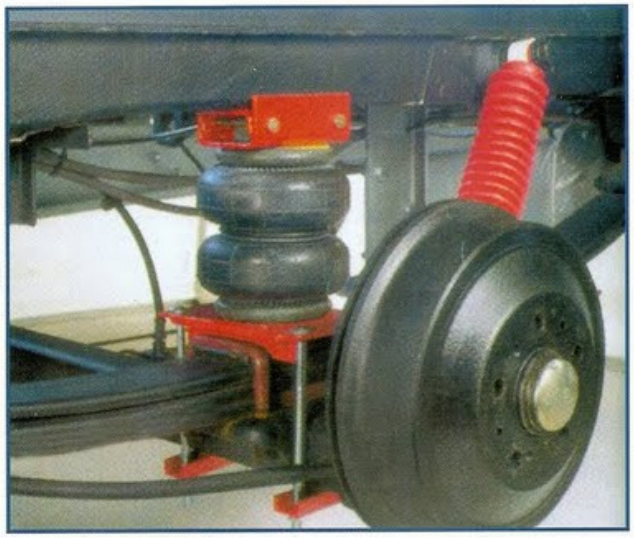

X

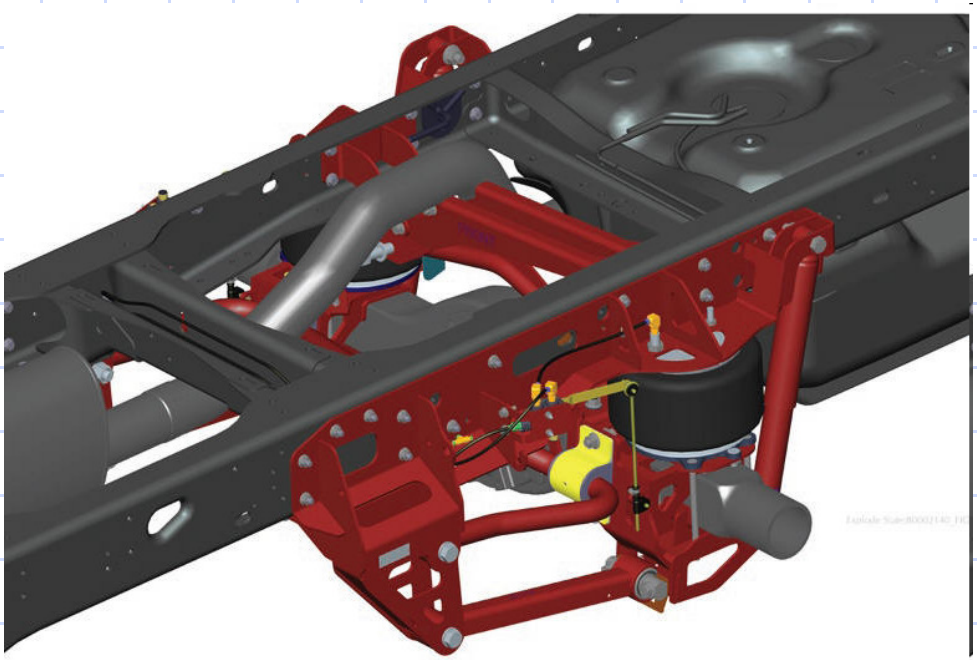


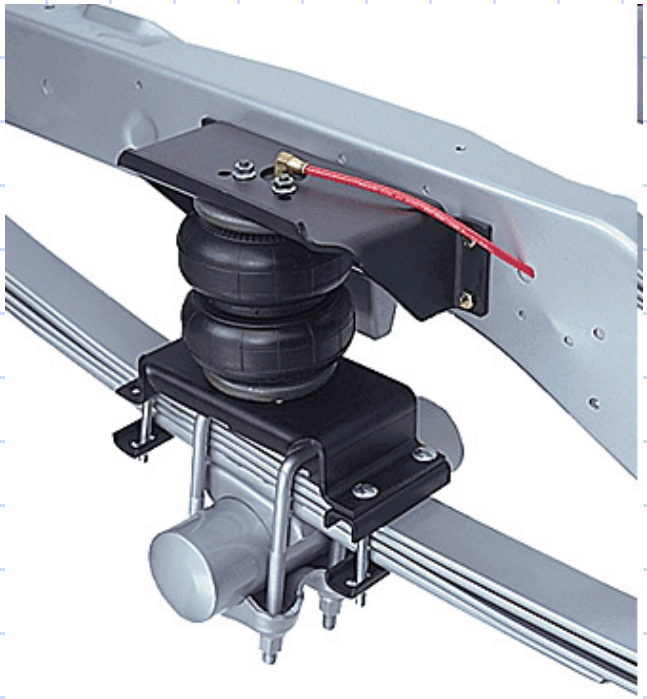

position
time
2
1
0
-1
-2
5
10
15
20
25
©1996 – V.Sparrow
modified by D.Russell, 1997

X

Suspensão pneumática e mista





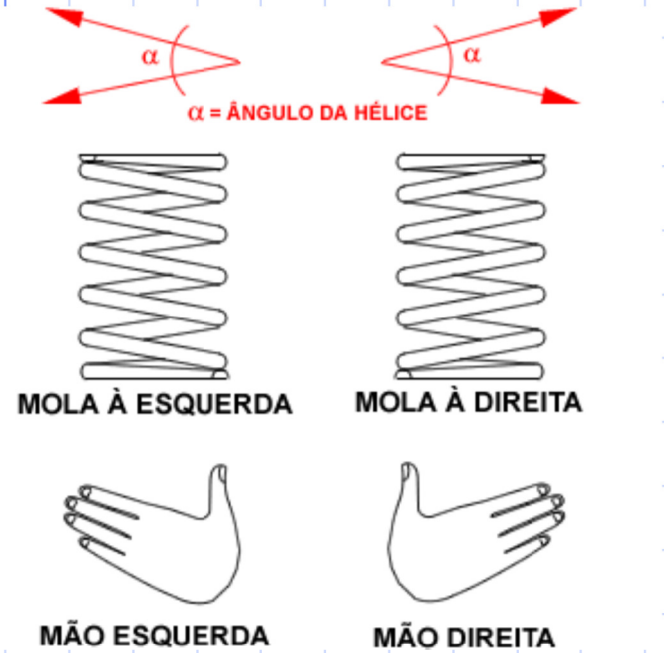


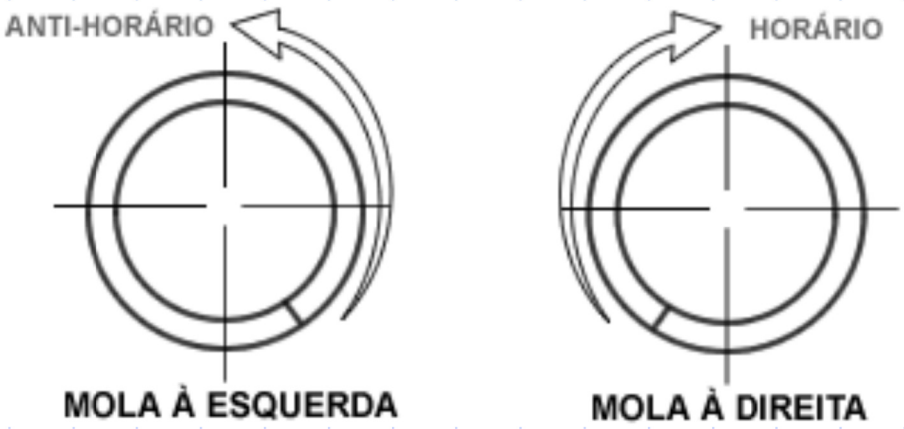
Suspensão pneumática e mista

Sentido de enrolamento de uma mola

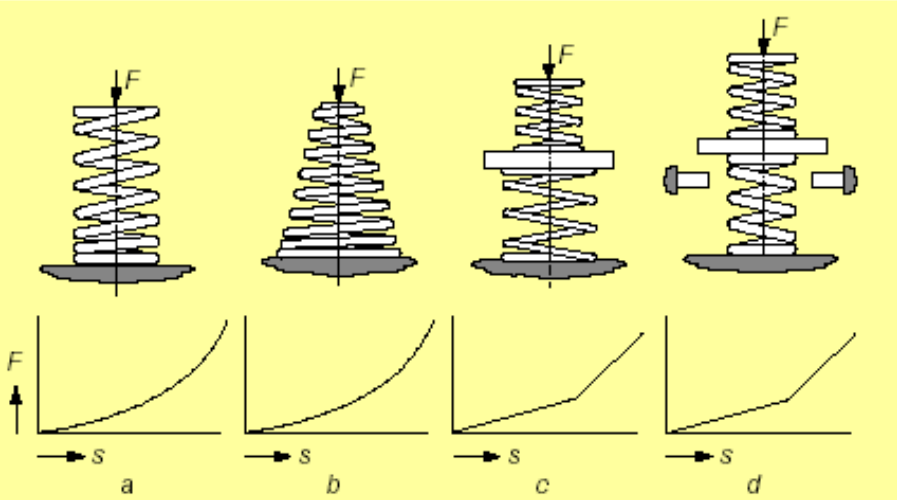
Há duas formas de verificar o sentido de enrolamento de uma mola.

- Com as mãos, esquerda e direita, devem coincidir com o sentido de enrolamento da mola.
- Verifica-se o sentido de enrolamento conforme o sentido de desenvolvimento da espira.



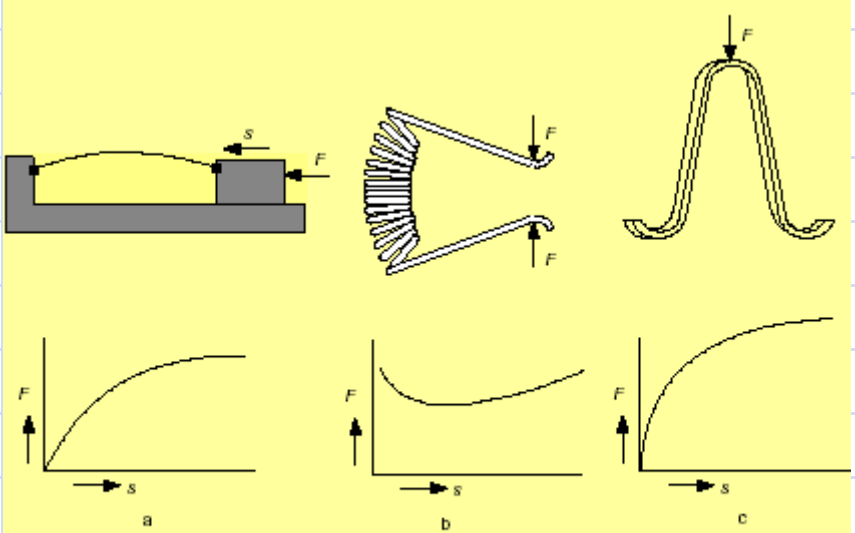


Molas progressivas



a) o passo de hélice não é constante
b) mola cônica
c) combinação de duas molas com coeficientes diferentes
d) duas molas com limitador de curso

Molas não lineares



a) mola laminar, momento de flexão aumenta com a deformação
b) com a carga aplicada ao braços o comprimento da mola varia
c) mola laminar curvada, com comprimento crescente sob carga

Molas de Flexão

Tensões em flexão:

$\sigma_f = M_f / W$

$W = J/y = bh^2/6$, onde:

M_f = Momento Fletor

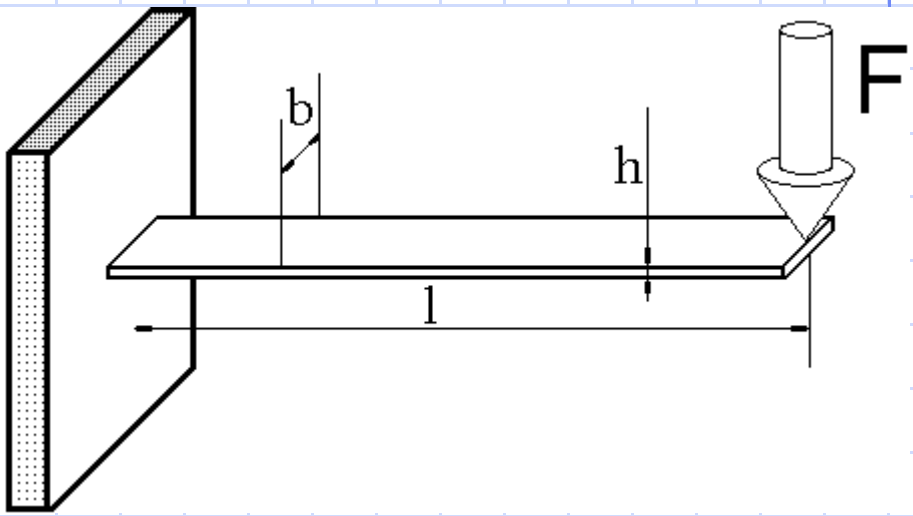
W = módulo de resistência

J = momento de inércia da secção

y = distância da linha neutra

$$\sigma_f = 6 \, . \, (F \, . \, l) \, / \, bh^2$$

σ_f = f(comprimento)



Molas de Flexão

Condição para minimizar a massa:

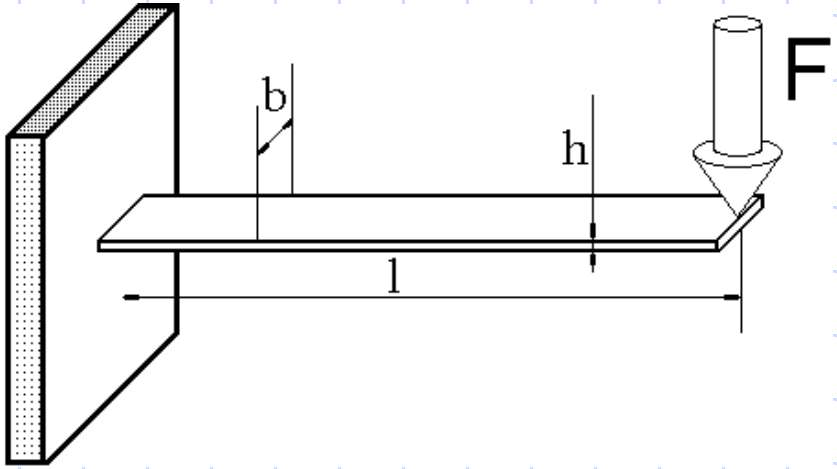
- σ_f constante em toda a mola

Em uma seção X temos:

$$\sigma_f = [6 \,.\, (F \,.\, l_x) / b_x h_x^2] = K$$

Logo $[l_x / b_x h_x^2] = K$

Alterar a geometría : b ou h ?

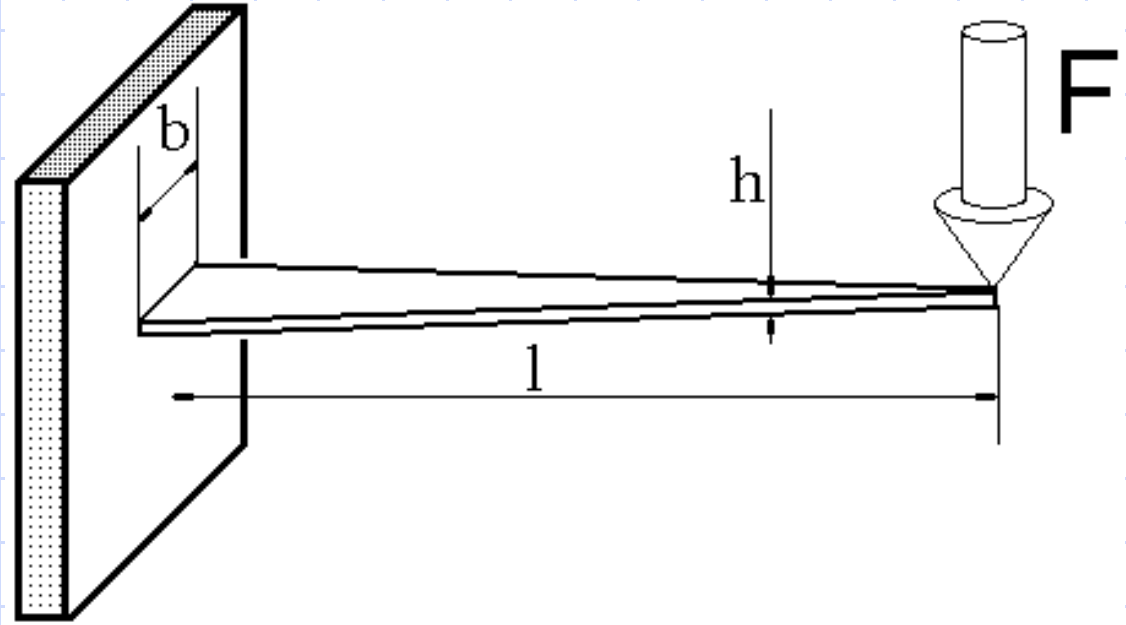


Supondo h_x = cte = h =>

$$\mathbf{b_x = b \,.\, l_x / l}$$

Molas de Flexão

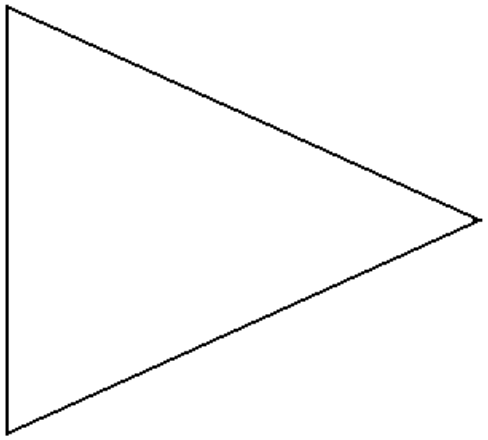
Configuração para σ_f = cte => mínima massa



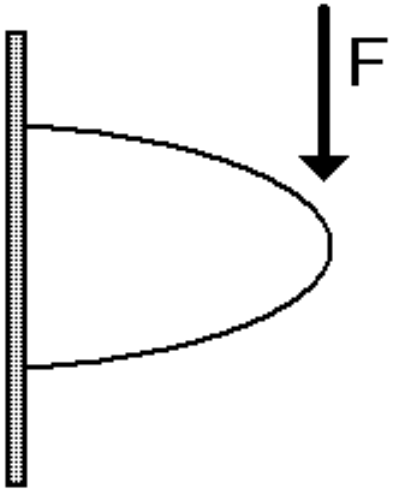
Molas de Flexão

Molas de Flexão de Tensão Constante

Espessura h = cte



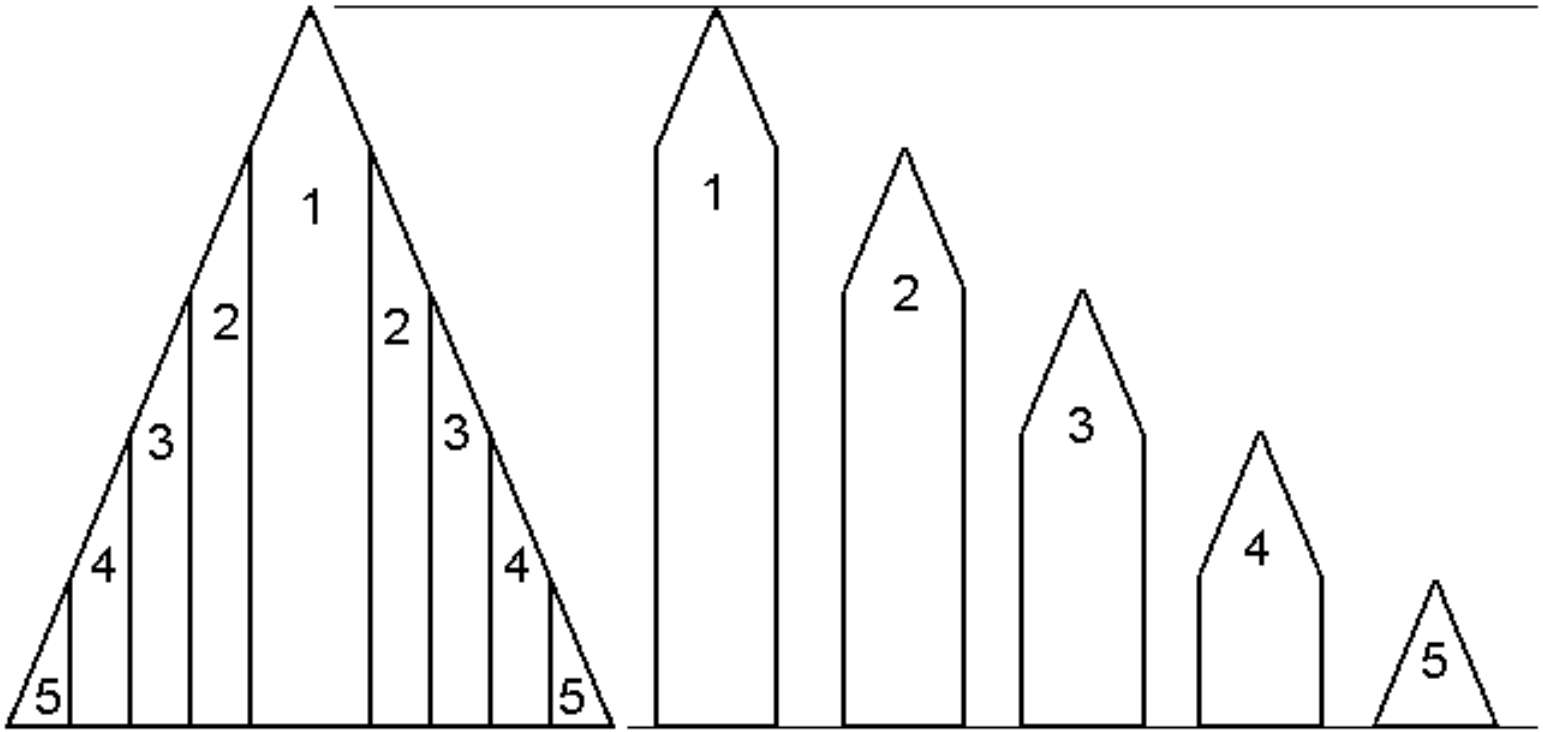
Largura b = cte



Molas de Flexão

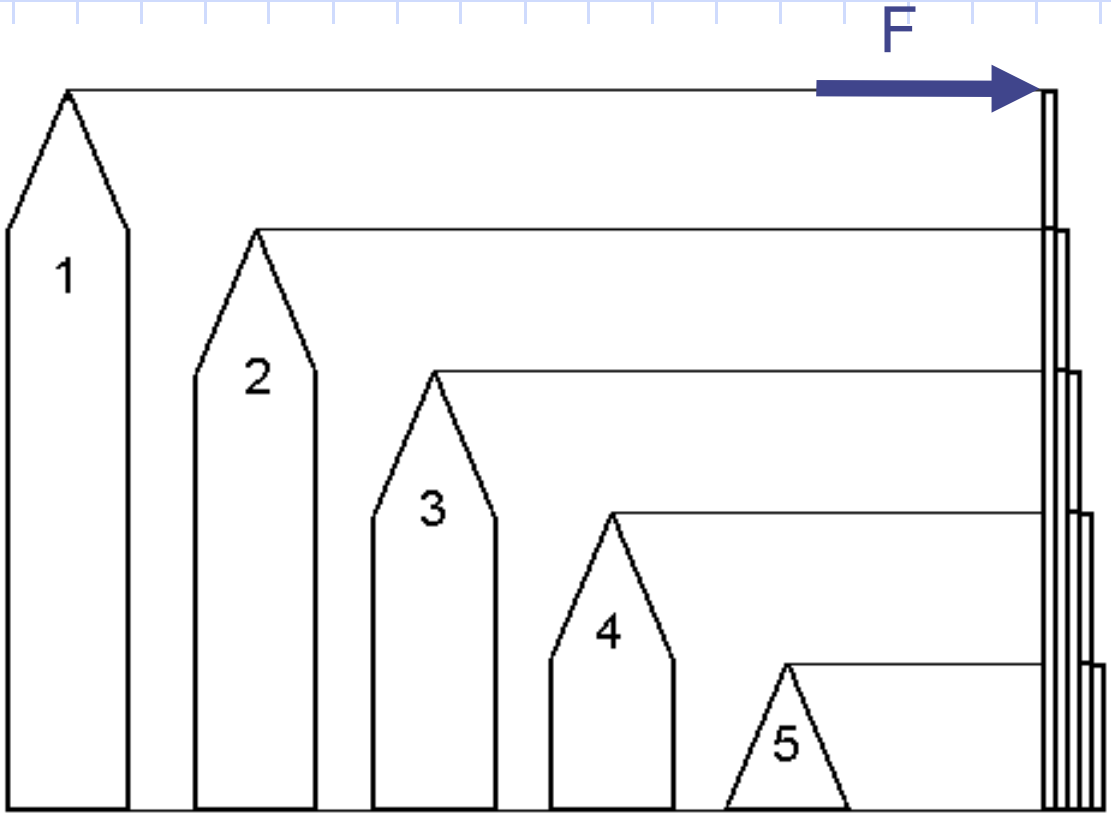
Molas de Flexão de Tensão Constante

Espessura h = cte



Molas de Flexão

Molas de Flexão de Tensão Constante – FEIXE DE MOLAS

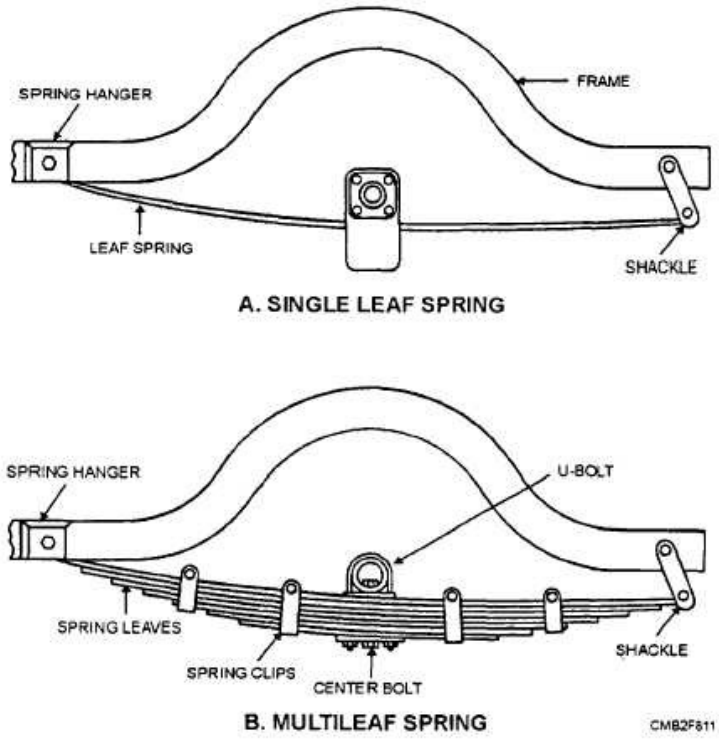


Molas de Flexão

Molas de Flexão de Tensão Constante – FEIXE DE MOLAS

Molas de Flexão

Molas de Flexão de Tensão Constante – FEIXE DE MOLAS



Constante Elástica:

Deslocamento:

$$d = (6.F.l^3)/(E.b.h^3)$$

$$k = F/d = (E.b.h^3)/(6.l^3)$$

Molas de Flexão

Mola de compressão (torção)

De: diâmetro externo

Di: diâmetro interno

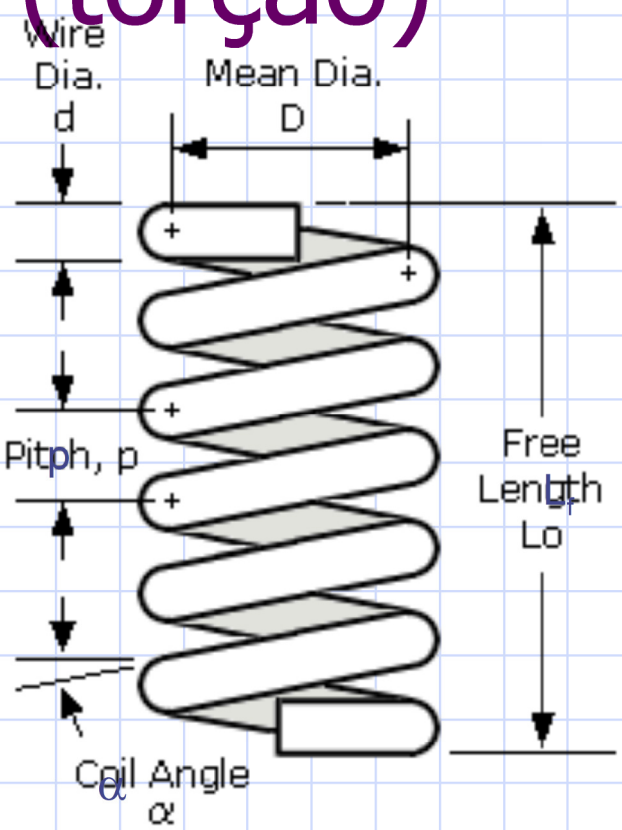
L_f: comprimento da mola

d: diâmetro da seção do arame;

p: passo da mola;

n: número de espiras.

D=Di+d/2

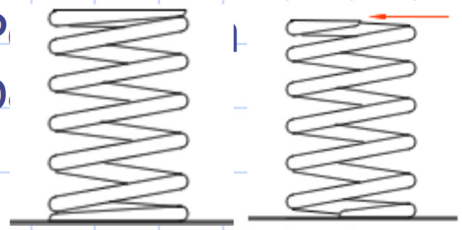


Passo é a distância entre os centros de duas espiras consecutivas. A distância entre as espiras é medida paralelamente ao eixo da mola.

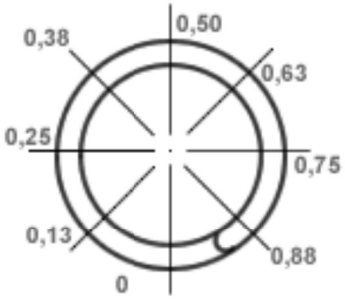
Como se conta o número de espiras

Fonte: http://www.webmolas.com.br/faq/faq.asp

- P ertical, com o começo da espira virado p



- Conte as frações de espi



Comprimento e deflexão de molas

- L_f: **comprimento livre** - comprimento global da mola na condição descarregada
- L_a: **comprimento montado** - comprimento da mola depois de instalada à deflexão inicial δ_0 (pré carga)
- δ_{trab}: **deflexão de trabalho** – deflexão da mola em trabalho (carga de trabalho)
- L_m: **comprimento mínimo de trabalho** - é a menor dimensão da mola quando em serviço (carga máxima)
- L_s: **comprimento fechado ou altura sólida** - seu comprimento quando todas as espiras se tocarem.
- δ_{int}: **limite de interferência** – diferença entre comprimento mínimo de trabalho e altura fechada, expresso como uma porcentagem da deflexão de trabalho. Recomendado: 10-15% como valor mínimo de interferência.

Requisitos básicos de um projeto de molas

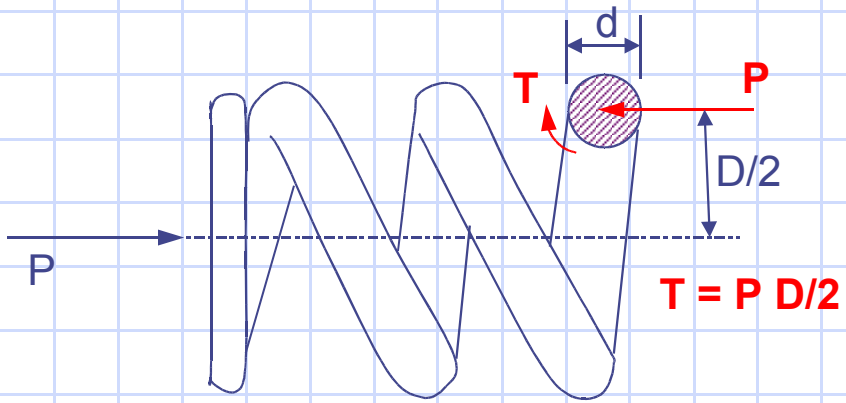
- Satisfazer a função de maneira econômica
- Alta confiabilidade
- Sempre que possível, baixo peso, volume e comprimento
- Nível de tensão deve estar abaixo do limite de escoamento do material
- Sob ação da carga máxima, a mola não deve ser comprimida até o estado sólido: $F_{solido}=1,1F_{max}$
- Deve sempre ser mantida uma folga, da ordem de 10% do diâmetro externo da mola, entre a mola e a parede que a guia
- Sob ação de carregamento dinâmico, a freqüência natural da mola não deve coincidir com a freqüência natural do carregamento.

Critérios de falha

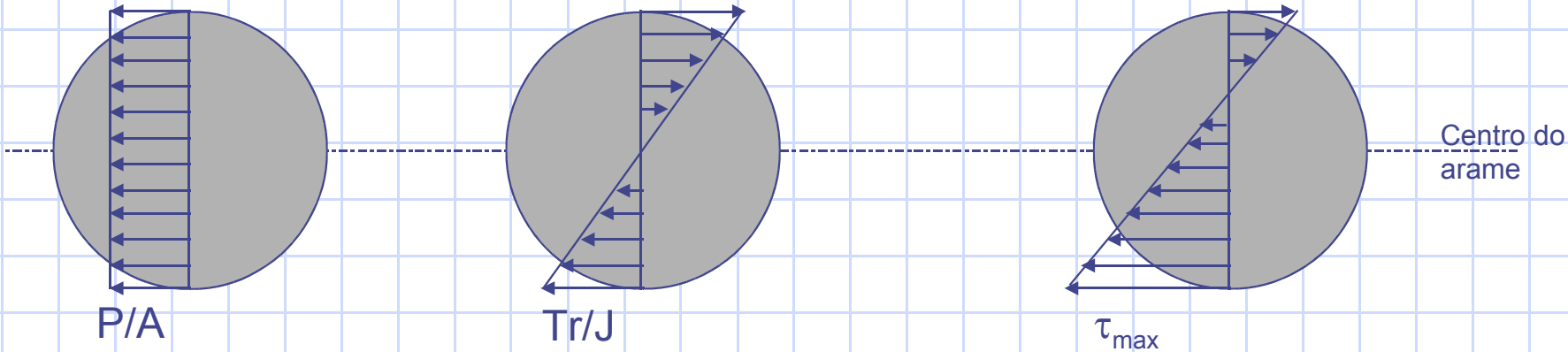
- Escoamento: nível de tensão deve estar abaixo do limite de escoamento do material.
- Fadiga: tensão média sempre diferente de zero (pré carga) e quase nunca são usadas em carregamento reverso.
- Flambagem: molas em compressão atuam como colunas e o caso de instabilidade deve ser considerado
- Freqüência natural: a mola, como todo elemento estrutural que trabalha dinamicamente, deve ter freqüência natural diferente da freqüência de serviço.

Tensões

As tensões são de cisalhamento: composição das tensões de cisalhamento devido à torção e ao cisalhamento puro.



$$J = \frac{\pi d^4}{32} \qquad A = \frac{\pi d^2}{4}$$



Tensão cisalhante transversal + Tensão cisalhante de torção = Tensão cisalhante resultante

$$\tau_{max} = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{8PD}{\pi d^3} =$$

$$¿ \frac{8PD}{\pi d^3}\left(\frac{2C+1}{2C}\right)$$

$$¿ \frac{8PD}{\pi d^3} K_s$$

(usualmente entre 6 e 12)

$$C = \frac{D}{d}$$

$$K_s = \frac{2C+1}{2C}$$

Fator multiplicativo de cisalhamento

Diretamente proporcional à P e D, inversamente proporcional ao cubo de d

$\therefore$ Uma pequena mudança no diâmetro do arame tem um grande efeito na tensão

Cálculo da deflexão na mola através da energia de deformação

$$U = \frac{T^2 L}{2GJ} + \frac{P^2 L}{2AG}$$

$L = \pi D n_a$: é o comprimento da mola

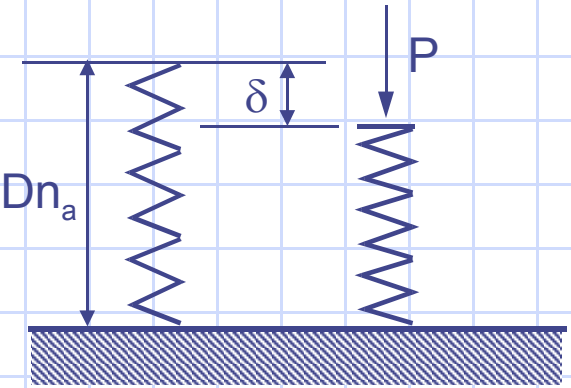
G : módulo de elasticidade transversal

Teorema de Castigliano

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{8PD^3 n_a}{Gd^4} + \frac{APDn_a}{Gd^2} = \frac{8PD^3 n_a}{Gd^4}\left(1 + \frac{1}{C^2}\right)$$

$$\boxed{\delta \simeq \frac{8PD^3 n_a}{Gd^4}}$$

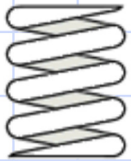
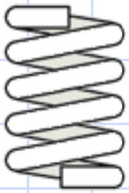
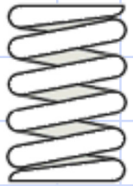
O efeito do cortante pode ser desprezado!!!



$$\delta = \frac{8PD^3 n_a}{Gd^4} \Rightarrow P = \frac{Gd^4}{8D^3 n_a}\delta$$

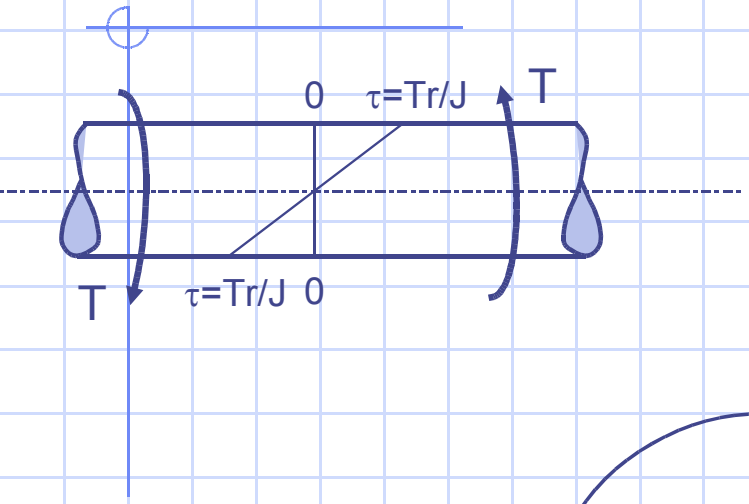
K = rigidez da mola

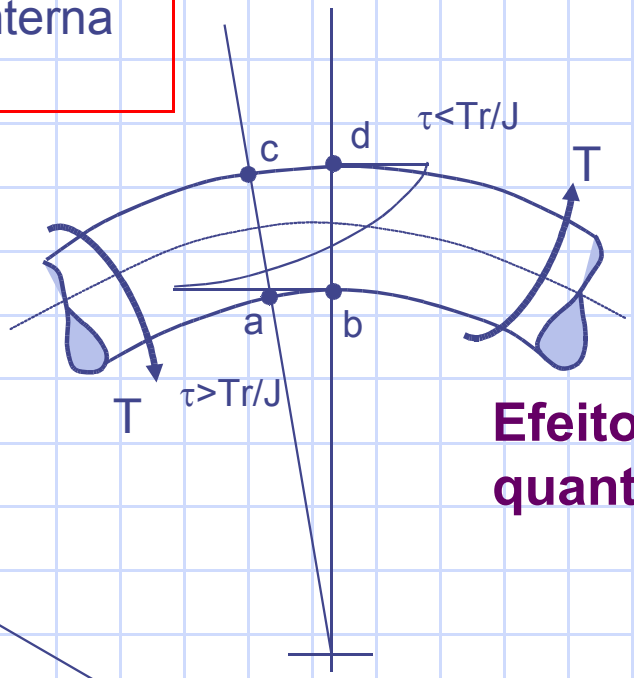
Note que K ↑ se n ↓

Termo	Tipo de extremidade			
	Simples	Esmerilhada	Conformada	Esmerilhada e conformada
				
Espiras da extremidade	0	1	2	2
Espiras ativas, n_a	n_t	n_t -1	n_t -2	n_t -2
Comprimento livre, L_f	$n_a p+d$	$p(n_a+1)$	$n_a p+3d$	$n_a p+2d$
Comprimento fechado, L_s	$(n_a+1)d$	$(n_a+1)d$	$(n_a+3)d$	$(n_a+2)d$
Passo, p	$(L_o-d)/n_a$	$L_o/(n_a+1)$	$(L_o-3d)/n_a$	$(L_o-2d)/n_a$

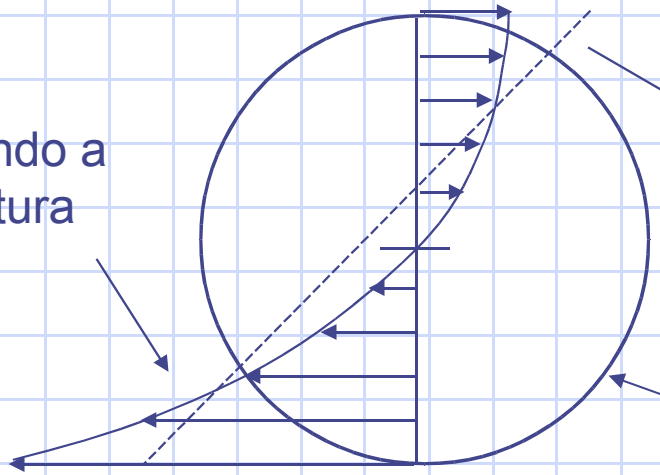
n_t: número total de espiras

Vigas curvas têm concentração de tensões na superfície interna da curvatura.





Efeito ↑ quanto ↓ C



Incluindo a curvatura

Desprezando a curvatura

Seção transversal

τ_{max}

Incluindo a curvatura

Linha de centro da mola

$$K_w = \frac{(4C-1)}{(4C-4)} + \frac{0,615}{C}$$

Fator de Wahl – desenvolvido por A. M. Wahl para combinar os efeitos da concentração de tensões e do cisalhamento direto, e publicado em 1929 em *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*

$$\tau_{\max} = K_w \frac{8PD}{\pi d^3}$$

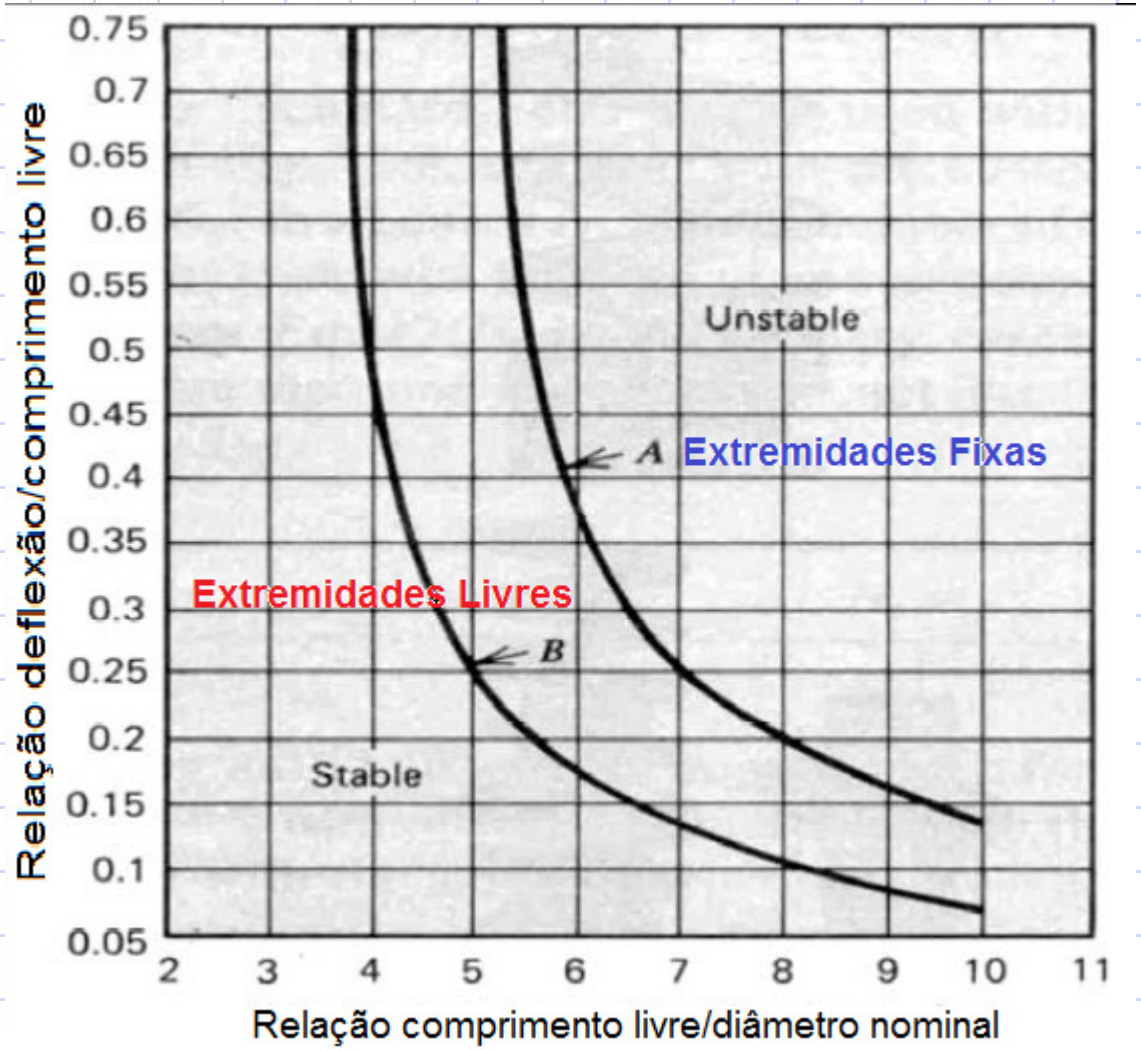
Flambagem

$$L_f \leq 2,63 \frac{D}{\alpha}$$

Função da condição de montagem da mola

Condição da extremidade	α
Extremidades fixas por superfícies paralelas	0,5
Uma extremidade fixa em sup paralela, outra rotulada	0,707
Ambas extremidades rotuladas	1

Flambagem


0.75
0.7
0.65
0.6
0.55
0.5
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
Relação deflexão/comprimento livre
Unstable
A
Extremidades Fixas
Extremidades Livres
B
Stable
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
Relação comprimento livre/diâmetro nominal

Freqüência natural

$$f_n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{kg}{W_a}}$$

k: constante da mola

g: constante gravitacional

$$W_a = \frac{\pi^2 d^2 D n_a \gamma}{4}$$

peso das espiras ativas da mola

γ é a densidade do material

Os limites de resistência dos materiais para mola variam com o diâmetro do fio. Uma equação empírica aproximada para designar esse valor é dada por:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

Resistência ao escoamento torcional:

$$S_{sy} = \begin{cases} 0,45\,S_{ut} & \text{aço carbono estirado à frio} \\ 0,50\,S_{ut} & \text{temperado e usinado (ação carbono e liga)} \\ 0,35\,S_{ut} & \text{aço inoxidável e materiais não ferrosos} \end{cases}$$

Resistência ao cisalhamento:

$$S_{su} = 0,67\,S_{ut}$$

Testes mostram que uma estimativa razoável do limite de resistência à torção de materiais usados comumente em molas é de 67% do limite de resistência do material.

Resistência à fadiga torcional:

$$S_{se} = \begin{cases} 310\ \text{MPa} & \text{molas não jateadas} \\ 465\ \text{MPa} & \text{molas jateadas} \end{cases}$$

Projeto

- Usualmente, o projeto de molas inicia-se por:
- definição do diâmetro do arame
- do diâmetro da mola
- o número de espiras, que tem como restrição o valor exigido para a constante elástica *k* da mola.
- por último, define-se o comprimento livre da mola e verifica-se a possibilidade da ocorrência de flambagem e vibração.

Material

MATERIAL	ASTM no.	Expoente m	A, kpsi	A, MPa
Corda de violão	A228	0,163	186	2060
Temperado em óleo	A229	0,193	146	1610
Temperado a frio	A227	0,201	137	1510
Cromo-vanadium	A232	0,155	173	1790
Cromo-silício	A401	0,091	218	1960

OBRIGADO!