

**Roteiro Aula-Remota-7:  
Simetrias e leis de conservação - Energia Cinética e Potencial**

Invariante Variationsprobleme.  
(F. Klein zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum.)  
Von  
**Emmy Noether** in Göttingen.

Vorgelegt von F. Klein in der Sitzung vom 26. Juli 1918<sup>1)</sup>.

Es handelt sich um Variationsprobleme, die eine kontinuierliche Gruppe (im Lieschen Sinne) gestatten; die daraus sich ergebenden Folgerungen für die zugehörigen Differentialgleichungen finden ihren allgemeinsten Ausdruck in den in § 1 formulierten, in den folgenden Paragraphen bewiesenen Sätzen. Über diese aus Variationsproblemen entspringenden Differentialgleichungen lassen sich viel präzisere Aussagen machen als über beliebige, eine Gruppe gestattende Differentialgleichungen, die den Gegenstand der Lieschen Untersuchungen bilden. Das folgende beruht also auf einer Verbindung der Methoden der formalen Variationsrechnung mit denen der Lieschen Gruppentheorie. Für spezielle Gruppen und Variationsprobleme ist diese Verbindung der Methoden nicht neu; ich erwähne Hamel und Herglots für spezielle endliche, Lorentz und seine Schüler (z. B. Fokker), Weyl und Klein für spezielle unendliche Gruppen<sup>2)</sup>. Insbesondere sind die zweite Kleinsche Note und die vorliegenden Ausführungen gegenseitig durch einander beein-

1) Die endgültige Fassung des Manuskriptes wurde erst Ende September eingereicht.

2) Hamel: Math. Ann. Bd. 59 und Zeitschrift f. Math. u. Phys. Bd. 50. Herglots: Ann. d. Phys. (4) Bd. 36, bes. § 9, S. 511. Fokker, Verslag d. Amsterdamer Akad., 27./1. 1917. Für die weitere Litteratur vergl. die zweite Note von Klein: Göttinger Nachrichten 19. Juli 1918.

In einer eben erschienenen Arbeit von Kneser (Math. Zeitschrift Bd. 2) handelt es sich um Aufstellung von Invarianten nach ähnlicher Methode.

Mgt. Ges. d. Wiss. Nachrichten. Math.-phys. Klasse, 1918. Heft 2.

1ª página do artigo sobre o teorema de Noether  
102 anos atrás!!!

1) Leiam o texto da wikipedia que fala sobre Amalie Nöther, uma das mulheres que foi muito importantes para a ciência e para a matemática modernas, que deu aulas sem receber salário por anos, e que nunca teve seu trabalho oficialmente reconhecido =(

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Emmy\\_Noether](https://pt.wikipedia.org/wiki/Emmy_Noether)

2) Leiam o texto da wikipedia sobre o teorema de Noether

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_de\\_Noether](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Noether)

3) Assista o vídeo no link abaixo e vá repetindo cada passagem no seu caderno ou folhas de notas. Se tiver alguma dúvida entre em contato.

[https://drive.google.com/file/d/1xQ2A6SdPhX8E9NL0p3F\\_8I3MUQOPhPJl](https://drive.google.com/file/d/1xQ2A6SdPhX8E9NL0p3F_8I3MUQOPhPJl)

4) Resolva os problemas propostos abaixo. O ideal é vocês se organizarem e resolverem em grupo (virtualmente em grupo, claro!), mas cada um deve saber como fazer cada passo da resolução porque isso vai ser cobrado na prova individual na próxima 3ª (27/10).

5) Mande suas perguntas e dúvidas a qualquer momento pelo Whatsapp (que serão respondidas assim que possível) ou na terça das 21:00h-21:30h (conversamos em tempo real).

**Problemas Aula-Remota 7:**  
**(provinha dia 27/10)**

1) Considere um sistema massa mola horizontal (massa  $m$ , constante de mola  $k$ ) que se move ao longo do eixo  $x$  com posição de repouso em  $x=0$ . A solução geral é da forma  $x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ , onde  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  é a frequência de oscilação angular.

- (a) A partir de  $x(t)$  obtenha a expressão para a energia potencial elástica em função do tempo ( $V(t)$ ).
- (b) Derivando  $x(t)$ , obtenha  $v(t)$  e use-a para determinar a fórmula para a energia cinética em função do tempo ( $E_c(t)$ ).
- (c) Obtenha a expressão para a energia mecânica total do sistema  $E_m(t) = V(t) + E_c(t)$ . Faça as simplificações necessárias e mostre que ela se reduz a uma expressão que não depende do tempo, **é uma constante**.
- (d) Faça em um mesmo gráfico um esboço das funções  $E_m(t)$ ,  $V(t)$  e  $E_c(t)$ .
- (e) Como a constante  $E_m$  se relaciona com as condições iniciais  $x_0=x(t=0)$  e  $v_0=v(t=0)$ ? É possível determinar a energia do sistema a partir das condições iniciais? E o contrário? Se eu souber apenas a energia total do sistema consigo chegar no valor das condições iniciais? O que é que a constante  $E_m$  determina afinal?

Qualquer dúvida entrem em contato.  
Bom trabalho!