Exemplo 25-1 Determinando a velocidade de deriva

O fio usado para experimentos em laboratórios para estudantes é geralmente feito de cobre e tem raio de 0,815 mm.

(a) Estime a carga total dos elétrons livres em cada metro deste fio conduzindo uma corrente que tem módulo igual a 1,0 A. Considere que haja um elétron livre por átomo ($n = n_a$).

(b) Calcule a velocidade de deriva dos elétrons livres.

A equação $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d$

relaciona a corrente com a velocidade de deriva, mas precisamos de n que é a densidade do número de portadores de carga.

Para determinar n precisamos da densidade de massa ρ_m, da massa molar M do cobre e do número de Avogadro N_A, assim

$$n_a = \frac{\rho_m N_A}{M} = \frac{(8{,}93\ \text{g/cm}^3)(6{,}02 \times 10^{23}\ \text{átomos/mol})}{63{,}5\ \text{g/mol}}$$

$$= 8{,}47 \times 10^{22}\ \text{átomos/cm}^3 = 8{,}47 \times 10^{28}\ \text{átomos/m}^3$$

(a) O número de elétrons livres em 1 m do fio será nAL, onde $L = 1$, e a carga em 1 m do fio será $Q = -enAL$ ou

$$\frac{Q}{L} = -enA = (-1,60\times10^{-19}\ \text{C})(8{,}47\times10^{28}\ \text{át/m}^3)\ \pi(8{,}15\times10^{-4}\ \text{m})^2$$

$$\therefore \frac{Q}{L} = -2,8\times10^{4}\ \text{C/m}$$

(b) Quanto à velocidade de deriva dos elétrons livres

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d \quad \textbf{portanto}\ v_d = \frac{I}{qnA} = \frac{I}{-enA} = \frac{I}{Q/L}$$

$$\textbf{Assim,}\ v_d = \frac{-1\ \text{C/s}}{-2{,}8\times10^{4}\ \text{C/m}} = 3,5\times10^{-2}\text{mm/s}$$

Se os elétrons se movem ao longo dos fios com uma velocidade tão baixa, por que a luz de uma lâmpada no teto acende instantaneamente quando alguém aciona o interruptor na parede?

Uma comparação com a água em uma mangueira pode ser útil.

Se você prende uma mangueira vazia de 30 m de comprimento na torneira de água e abre a torneira, é preciso esperar normalmente vários segundos para que a água percorra o comprimento da mangueira até a saída.

Entretanto, se a mangueira já estiver cheia de água quando a torneira é aberta, a água sai quase instantaneamente.

Devido à pressão de água na torneira, o segmento de água próximo à ela empurra a água imediatamente a seguir, que empurra o próximo segmento de água e assim por diante, até que o último segmento de água seja empurrado pela saída.

Esta onda de pressão move-se pela mangueira à velocidade do som na água e a água rapidamente atinge um fluxo estacionário.

Diferentemente do caso de uma mangueira de água,
um fio metálico nunca está vazio.

Sempre há um número muito grande de elétrons de condução através de um fio metálico.
Portanto, eles começam a se mover ao longo de todo o comprimento do fio (incluindo a parte próxima à lâmpada) quase imediatamente quando o interruptor é acionado.

Exemplo 25-2 Determinando a densidade de número de portadores

Em certo acelerador de partículas, uma corrente de 0,50 mA é conduzida por um feixe de prótons de 5,0 MeV que tem um raio igual a 1,5 mm.
(a) Determine a densidade de número de prótons no feixe.
(b) Quantos prótons atingem um alvo em 1,0 s?

Para determinar a densidade de número de portadores de carga *n*, usamos a relação

$$I = qnAv$$

onde *v* é a velocidade de deriva dos portadores de carga.

Assim $K = \frac{1}{2}mv^2 = 5{,}0\ \text{MeV}$ **e**

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(5{,}0 \times 10^6\ \text{eV})}{1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}} \times \frac{1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}} = 3{,}09 \times 10^7\ \text{m/s} = \boxed{3{,}1 \times 10^7\ \text{m/s}}$$

Do slide anterior temos que $v = 3{,}1\times10^7$ m/s e como

$$I = qnAv$$

então $n = \dfrac{I}{qAv}$ assim

$$n = \frac{0{,}50\times10^{-3}\ \text{A}}{(1{,}60\times10^{-19}\ \text{C/próton})\ \pi(1{,}5\times10^{-3}\ \text{m})^2\ (3{,}10\times10^7\ \text{m/s})}$$

$$= 1{,}43\times10^{13}\ \text{prótons/m}^3 = \boxed{1{,}4\times10^{13}\ \text{prótons/m}^3}$$

(b) O número de prótons N que atinge o alvo em 1,0 s pode ser tirado da relação $\Delta Q = Nq$ onde q é a carga do próton e $\Delta Q = I\Delta t$.

Assim

$$N = \frac{\Delta Q}{q} = \frac{I\,\Delta t}{q} = \frac{(0{,}50\times10^{-3}\ \text{A})(1{,}0\ \text{s})}{1{,}60\times10^{-19}\ \text{C/próton}}$$

$$= 3{,}13\times10^{15}\ \text{prótons} = \boxed{3{,}1\times10^{15}\ \text{prótons}}$$

25-2 Resistência e lei de Ohm

A corrente em um condutor é gerada por um campo elétrico $\vec{E}$ no interior do condutor, o qual exerce uma força $q\vec{E}$ nas cargas livres.

Em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico deve ser zero no interior de um condutor, mas quando há uma corrente, o condutor não estará mais em equilíbrio eletrostático.

Vimos que as cargas livres se deslocam em movimento de deriva ao longo do condutor, devido às forças exercidas pelo campo elétrico.

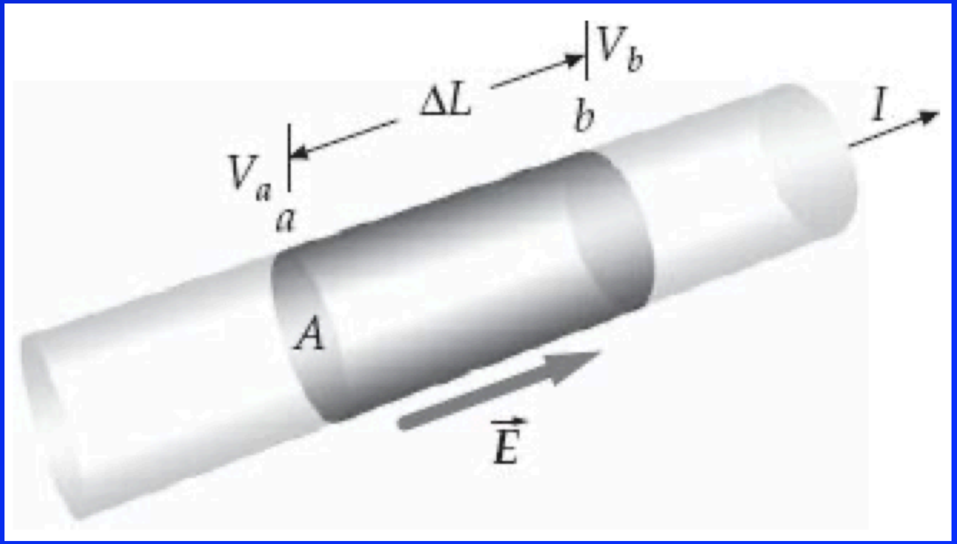
Em um metal, as cargas livres são negativas e, portanto, são guiadas no sentido oposto ao do campo elétrico $\vec{E}$.

Se as únicas forças nas cargas livres fossem as de origem elétrica, então a velocidade das cargas aumentaria indefinidamente.

Entretanto, isto não acontece porque os elétrons livres interagem com os íons da rede do condutor e as forças de interação se opõem ao movimento de deriva destes elétrons.

A figura mostra um segmento de fio com comprimento ΔL, seção transversal de área A com uma corrente I.

Como a direção e o sentido do campo elétrico apontam para a região de menor potencial, o potencial no ponto *a* é maior que no ponto *b*.

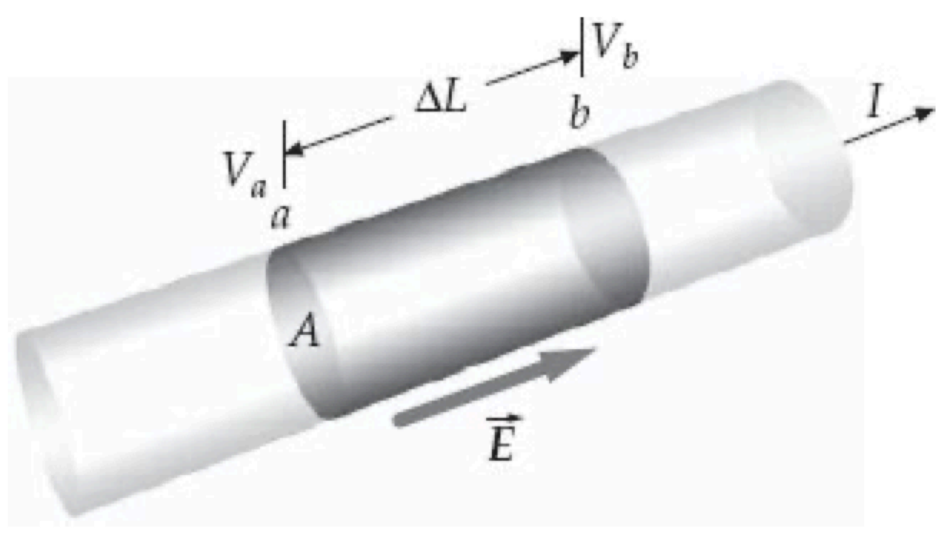


Se considerarmos a corrente como o fluxo de portadores de carga positivos, sabemos que o movimento de deriva será no sentido de decréscimo do potencial.

Considerando que o campo elétrico $\vec{E}$ seja uniforme ao longo do segmento, a queda de potencial V entre os pontos a e b é

$V = V_a - V_b = E\,\Delta L$ desde que $V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$

A razão entre a queda de potencial ΔV no sentido da corrente e a própria corrente I é chamada de resistência R do segmento,

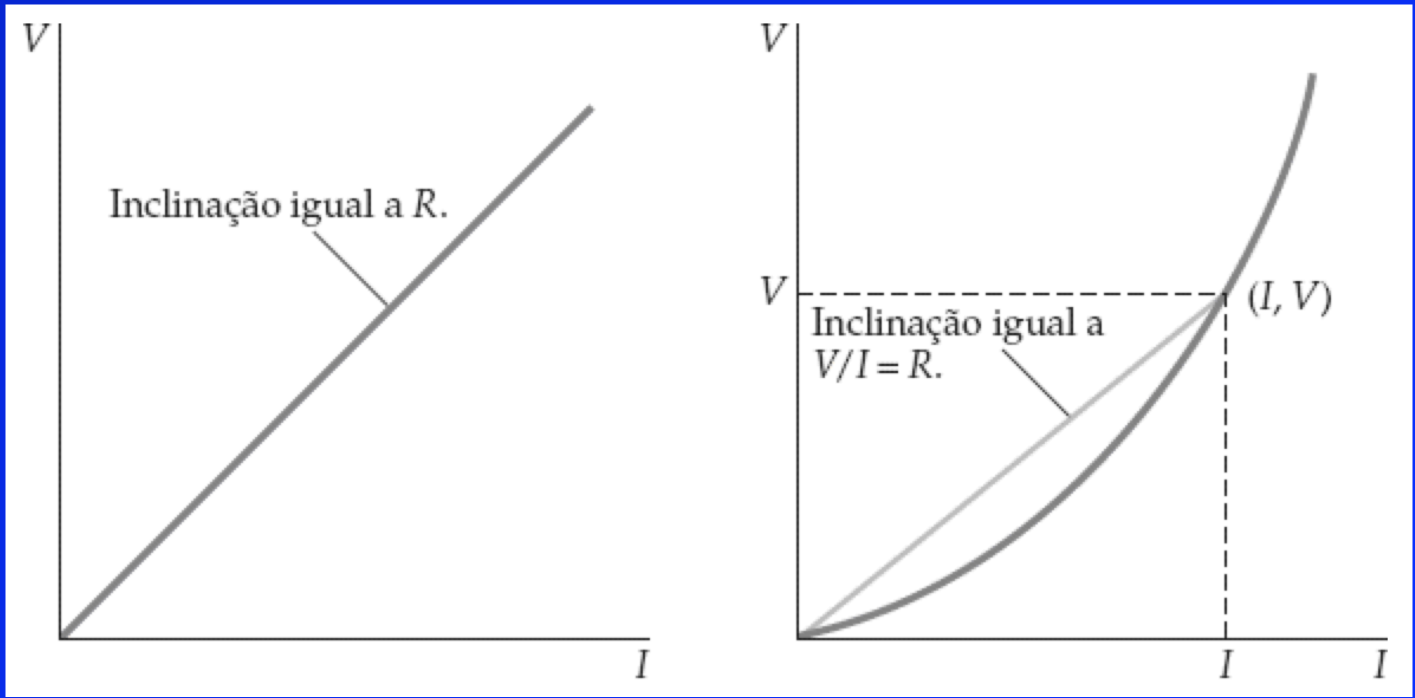


$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad \text{ou} \quad \Delta V = RI \text{ (Lei de Ohm)}$$

A unidade de resistência no SI, o V/A (volt por ampère), é chamada de ohm (Ω):

$$1\ \text{V/A} = 1\ \Omega$$

Os gráficos mostram a diferença de potencial ΔV versus a corrente I para dois condutores,
um com uma relação linear e outro com uma relação não linear.
A lei de Ohm não é uma lei fundamental da natureza,
como as leis de Newton ou as leis da termodinâmica,
mas sim uma descrição empírica de uma propriedade de muitos materiais (materiais ôhmicos) sob condições específicas.
Como veremos mais adiante, a resistência de um condutor, de fato, varia com a temperatura do condutor.



Observa-se que a resistência *R* de um fio pode ser escrita como

$$R = \rho\frac{L}{A}$$

onde *L é o* comprimento do fio, *A* é a área de sua seção transversal e ρ é a resistividade do material condutor.

A unidade de resistividade é o ohm-metro ($\Omega\cdot$m).

Uma versão alternativa da lei de Ohm é

$$\vec{E} = \rho\,\vec{j}$$

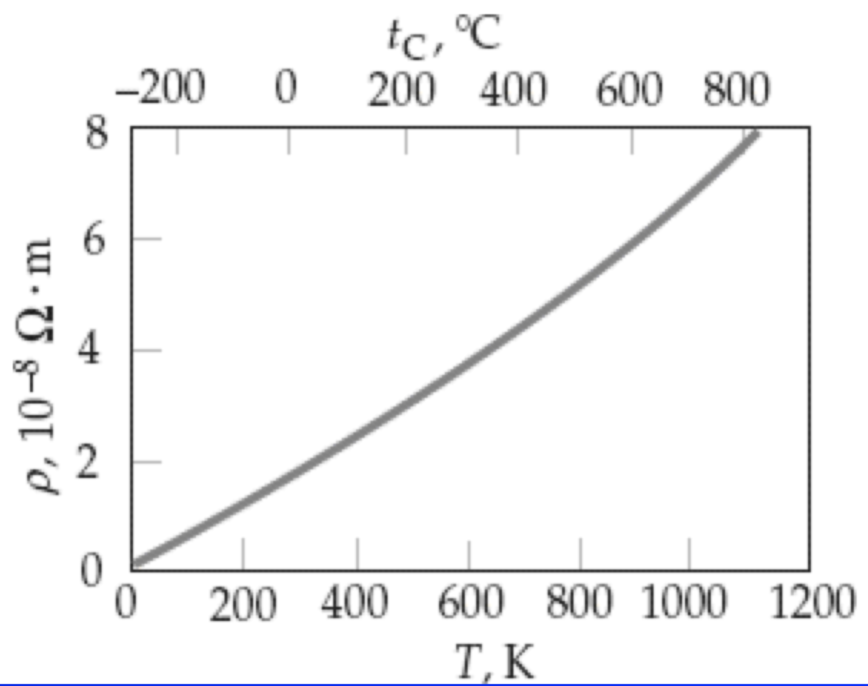
onde $\vec{j}$ é o vetor densidade de corrente elétrica.

De fato, tomando a lei de Ohm $\Delta V = RI$, substituindo $R = \rho\frac{L}{A}$, temos $\Delta V = I\rho\frac{L}{A}$, mas $\Delta V = EL$ (trabalho que $\vec{E}$ realiza sobre as cargas) e ainda $J = I/A$, assim

$$EL = \rho JL \quad \text{ou} \quad E = \rho J$$

mas *J* é o próprio movimento das cargas que se dá por ação de $\vec{E}$, portanto $\vec{E} = \rho\,\vec{j}$

A resistividade de qualquer metal depende da temperatura. A figura mostra a dependência da resistividade do cobre com a temperatura. Este gráfico é aproximadamente uma linha reta, o que significa que a resistividade varia de forma praticamente linear com a temperatura. Em tabelas, a resistividade é usualmente dada em termos de seu valor a 20ºC, ρ_{20}, juntamente com o coeficiente de temperatura para a resistividade α (alfa) definido por



$$\alpha = \frac{(\rho - \rho_0)/\rho_0}{T - T_0}$$

onde ρ_0 é a resistividade à temperatura T_0 e ρ é a resistividade à temperatura T.

Exemplo 25-3 Resistência por unidade de comprimento

Calcule a resistência por unidade de comprimento para um fio de cobre calibre 14.

No livro texto, são fornecidas tabelas
uma com a resistividade ρ de diversos materiais e
outra tabela relacionando o calibre de fios à sua área A.
Assim, $\rho_{Cu} = 1{,}7\times10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$ e $A_{14} = 2{,}08\ \text{mm}^2$

Sabemos que $R = \rho\dfrac{L}{A}$ então $\dfrac{R}{L} = \dfrac{\rho}{A}$ **dessa forma**

$$\frac{R}{L} = \frac{\rho}{A} = \frac{1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}}{2{,}08 \times 10^{-6}\ \text{m}^2} = \boxed{8{,}2 \times 10^{-3}\ \Omega/\text{m}}$$

Exemplo 25-4 O campo elétrico que conduz a corrente

Determine a intensidade do campo elétrico no fio de cobre calibre 14 do Exemplo 25-3 quando o fio tem uma corrente igual a 1,3 A.

Como $\Delta V = EL$, então $E = \Delta V/L$, onde, pela lei de Ohm $\Delta V = IR$. Assim

$$E = \frac{\Delta V}{L} = \frac{IR}{L} = I\frac{R}{L}$$

Portanto

$$E = I\frac{R}{L} = (1{,}3\ \mathrm{A})(8{,}2 \times 10^{-3}\ \Omega/\mathrm{m}) = \boxed{0{,}011\ \mathrm{V/m}}$$