MAE 327
Planejamento e Pesquisa II

IME/USP – 2º Semestre/2020

Planejamento de Experimentos
Modelos ANOVA

Temos considerado modelos ANOVA para os seguintes delineamentos:

- **Estrutura de Tratamentos** (Fatores FIXOS sob Estudo):

  - Um único Fator em J níveis

  - Fatorial Cruzado, Fatorial 2^K (sem réplicas, com K elevado)

  - Fatorial Hierárquico

- **Estrutura das Unidades Experimentais**:

  - Delineamento Completamente Aleatorizado (DCA)

  - **Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos (DABC)**

Fatores de efeitos Fixos, Dados balanceados, matrix de planejamento X com colunas ortogonais!

- Delineamentos Desbalanceados
- Modelos de Análise de Covariância (ANCOVA)
- Modelos mais Gerais: diferentes ajustes via Modelos de Regressão

⇒ Delineamentos Aleatorizados em Blocos Incompletos: Quadrado Latino

Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos

DABC Fatorial: Aleatorização dos tratamentos dentro de Blocos Completos

$$y_{ijk} = y_{jk} = \mu_{jk} + e_{jk}; \qquad e_{jk} \sim N\left(0;\sigma^2\right)$$

$$= \mu + \tau_j + \beta_k + e_{jk}; \quad \sum_{j=1}^{J} \tau_j = \sum_{k=1}^{K} \beta_k = 0$$

Suposição de aditividade entre tratamento e bloco, com r=1:

$$y_{ijk} = y_{jk}$$

Identidade útil para construção das SQ e das estimativas (caso balanceado):

$$y_{jk} = \bar{y} + \underbrace{\left(\bar{y}_{j.} - \bar{y}\right)}_{\hat{\tau}_j} + \underbrace{\left(\bar{y}_{.k} - \bar{y}\right)}_{\hat{\beta}_k} + \underbrace{\left(y_{jk} - \bar{y}_{j.} - \bar{y}_{.k} + \bar{y}\right)}_{\hat{e}_{jk}}$$

Tabela de ANOVA

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_J = \mu$$

F.V.	No. g.l.	SQ	
TRAT	J-1	$\sum_{j=1}^{J} K \; (\bar{y}_{j.} - \bar{y})^2$	$\Rightarrow$ Pode ser decomposto em Ef. Principais e de Interação entre Fatores
BLOCO	K-1	$\sum_{k=1}^{K} J \; (\bar{y}_{.k} - \bar{y})^2$	$\Rightarrow$ Em geral, este efeito não é testado. Um teste clássico pode ser construído sob premissas clássicas, mas o Teste de Aleatorização NÃO.
RESÍDUO	(J-1)(K-1)	$\sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{i.} + \bar{y})^2$	$\Rightarrow$ Ef. Interação Trat*Bloco
TOTAL	n-1	$\sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y})^2$	

n=JK

Exemplo - DABC

Dados: Medidas de *clorofila a*

	Tratamento				
Bloco	**T1**	**T2**	**T3**	**T4**	**Média**
B1	**6,2**	**12,7**	**7,0**	**8,3**	**8,6**
B2	**4,8**	**11,3**	**4,4**	**7,1**	**6,9**
B3	**3,0**	**9,3**	**3,8**	**11,7**	**6,9**
B4	**5,6**	**9,5**	**5,0**	**10,0**	**7,5**
B5	**7,1**	**11,7**	**5,5**	**8,5**	**8,2**
B6	**4,8**	**15,3**	**3,2**	**12,4**	**8,9**
Média	**5,3**	**11,6**	**4,8**	**9,7**	**7,8**

Estrutura de Bloco

(hipotético)

Modelos ANOVA

DCA: Delineamento Completamente Aleatorizado

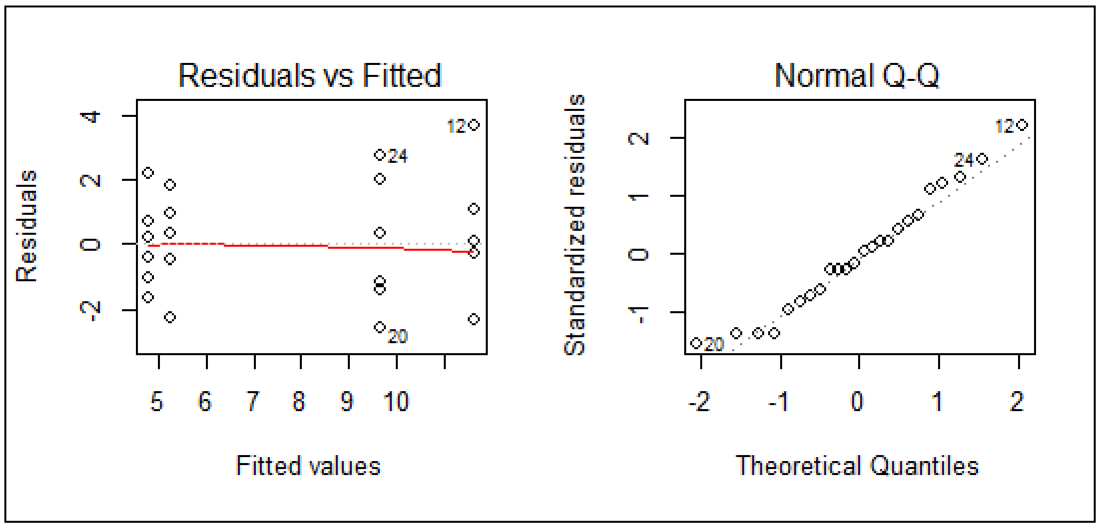
```
Analysis of Variance Table
          Df  Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
Trat       3 199.937  66.646   20.16 2.924e-06 ***
Residuals 20  66.117   3.306
```

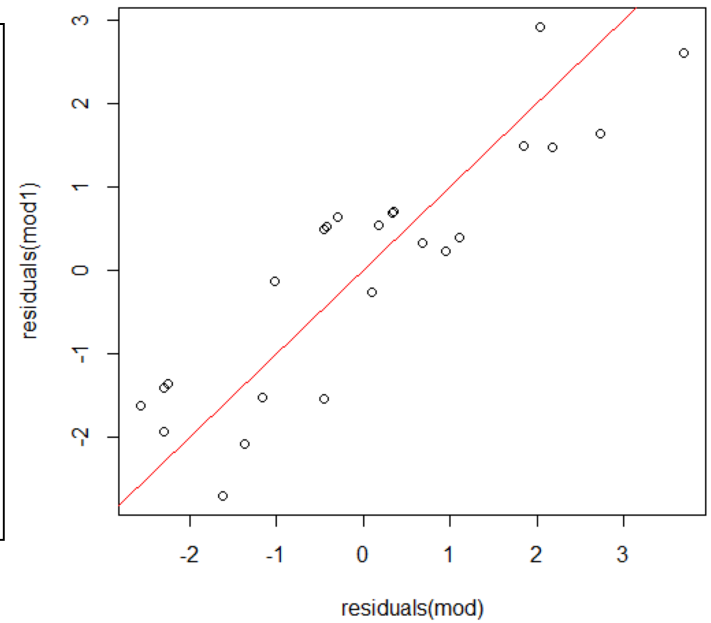
DABC: Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos

```
Analysis of Variance Table
          Df  Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
Trat       3 199.937  66.646 19.3593 2.04e-05 ***
Bloco      5  14.478   2.896  0.8411   0.5412
Residuals 15  51.638   3.443
```

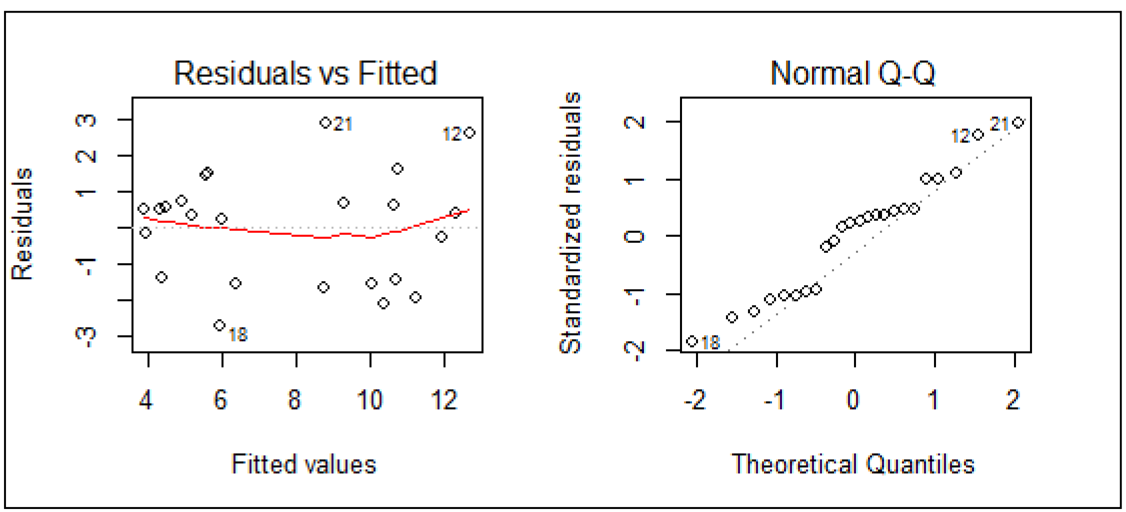
ANOVA DABC - Eficiência

ANOVA-DCA





ANOVA-DABC



$$\hat{E}_{DABC} = \frac{\hat{\sigma}^2_{DCA}}{\hat{\sigma}^2_{DABC}} = \frac{3.066}{3.443} = 0.89$$

Não há evidência amostral de ganho em precisão devido à inclusão do fator Bloco: sob o DCA (QMRes=3,306) e sob o DABC (QMRes=3,443)

Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos Generalizado

DABCG ⇒ há réplicas na atribuição dos tratamentos em cada nível de Bloco

Exemplo: O desempenho de estudantes é avaliado de acordo com duas Metodologias Motivacionais e duas Situações que Causam Distração. O sexo do estudante foi controlado na atribuição dos fatores sob estudo

Sexo	**Alta Motivação**		**Baixa Motivação**	
	Alta Distração	**Baixa Distração**	**Alta Distração**	**Baixa Distração**
M	12	7	14	15
	8	5	16	13
F	3	5	11	10
	9	9	9	14

r = 2x2 = 4: replicas na estrutura dos tratamentos

Apresente o modelo estrutural e distribucional para a análise destes dados! Obtenha a tabela de ANOVA e interprete os resultados. Há efeito dos fatores motivacionais e de distração no desempenho escolar?

Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos Generalizado

DABCG $\Rightarrow$ há réplicas (d) na atribuição dos J tratamentos em cada um dos K níveis de Bloco $\Rightarrow$ r = dK

É possível incluir no modelo os efeitos de interação:

$$y_{ijk} = \mu_{jk} + e_{ijk}; \qquad e_{ijk} \sim N\left(0;\sigma^2\right)$$

$$= \mu + \tau_j + \beta_k + \gamma_{jk} + e_{ijk}; \quad \sum_{j=1}^{J}\tau_j = \sum_{k=1}^{K}\beta_k = \sum_{j=1}^{J}\gamma_{jk} = \sum_{k=1}^{K}\gamma_{jk} = 0$$

Identidade útil para construção das SQ e das estimativas (caso balanceado):

$$y_{ijk} = \underbrace{\bar{y}}_{\hat{\mu}} + \underbrace{\left(\bar{y}_{j.} - \bar{y}\right)}_{\hat{\tau}_j} + \underbrace{\left(\bar{y}_{.k} - \bar{y}\right)}_{\hat{\beta}_k} + \underbrace{\left(\bar{y}_{jk} - \bar{y}_{j.} - \bar{y}_{.k} + \bar{y}\right)}_{\hat{\gamma}_{jk}} + \underbrace{\left(y_{ijk} - \bar{y}_{jk}\right)}_{\boxed{\hat{e}_{ijk}}}$$

Resíduo composto pelo erro aleatório

Dados: DABCG

	sex	Mot	Dist	resp
[1,]	0	0	0	12
[2,]	0	0	0	8
[3,]	1	0	0	3
[4,]	1	0	0	9
[5,]	0	0	1	7
[6,]	0	0	1	5
[7,]	1	0	1	5
[8,]	1	0	1	9
[9,]	0	1	0	14
[10,]	0	1	0	16
[11,]	1	1	0	11
[12,]	1	1	0	9
[13,]	0	1	1	15
[14,]	0	1	1	13
[15,]	1	1	1	10
[16,]	1	1	1	14

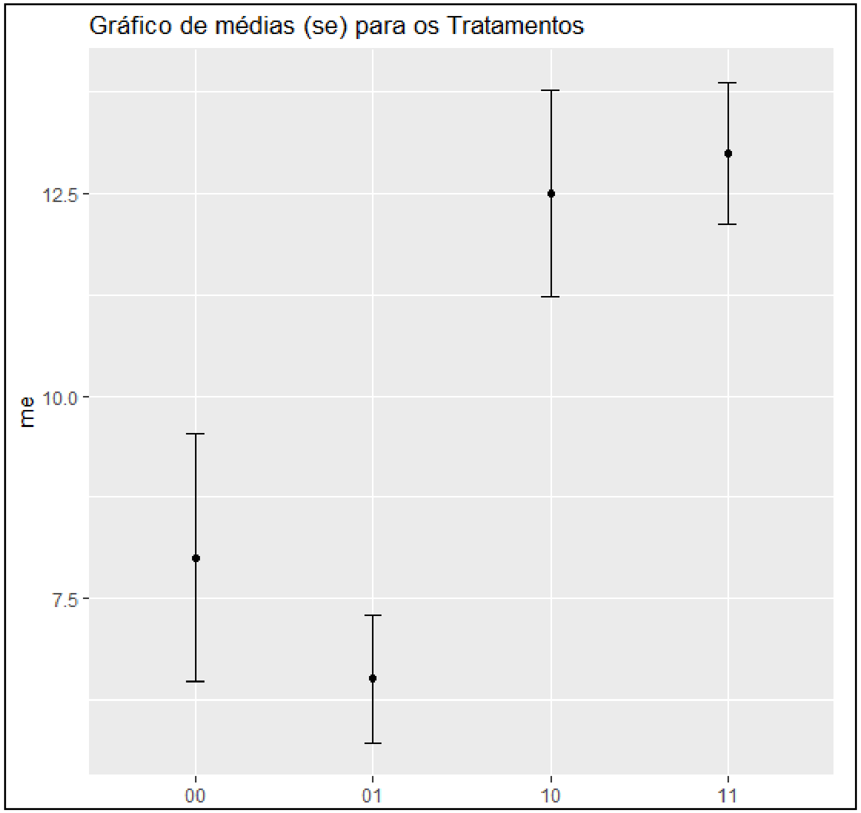


Tabela ANOVA

	Df	SumSq	MeanSq	Fvalue	Pr(>F)
sex	1	25	25.00	4.00	0.08052
Mot	1	121	121.00	19.36	0.00229
Dist	1	1	1.00	0.16	0.69962
sex:Mot	1	4	4.00	0.64	0.44681
sex:Dist	1	16	16.00	2.56	0.14827
Mot:Dist	1	4	4.00	0.64	0.44681
sex:Mot:Dist	1	1	1.00	0.16	0.69962
Residuals	8	50	6.25		

Tabela ANOVA: Modelo reduzido

	Df	SumSq	MeanSq	Fvalue	Pr(>F)
sex	1	25	25.00	4.276	0.05915
Mot	1	121	121.00	20.697	0.00054
Residuals	13	76	5.85		

Conclusão: A única diferença significante ($p<1\%$) é:

$$\mu_{Mot=0} < \mu_{Mot=1}$$

Delineamento Aleatorizado em Blocos

Estrutura de Blocos ⇒ gerada por mais de um fator Bloco

Exemplo: DABC, com dois fatores bloco, H e V, cada um em 3 níveis.

BLOCOS		**T1**	**T2**	**…**	**T_J**
H1	**V1**				
	V2				
	V3				
H2	**V1**				
	V2				
	V3				
H3	**V1**				
	V2				
	V3				
n		**9**	**9**	**…**	**9**

$$Y_{ijk} = Y_{jk}\ ,\ k=1,\ldots,K;\ K=hxv$$

$$j=1,\ldots,J$$

Aleatorização de J Tratamentos em cada combinação dos níveis dos fatores Bloco

Blocos completos, Delineamento balanceado

Delineamento Aleatorizado em Blocos

Exemplo: Delineamentos Aleatorizado em Blocos definidos pelo cruzamentos de Fatores

Estrutura de Tratamentos: Um Fator em 5 níveis

Bloco	Unidades Experimentais
1	Masculino, Fx. Etária 20-29
2	Feminino, Fx. Etária 20-29
3	Masculino, Fx. Etária 30-39
4	Feminino, Fx. Etária 30-39

Caso 1: 10 u.e. em cada um dos 4 blocos

Bloco	Unidades Experimentais
1	Masculino, Fx. Etária 20-24
2	Feminino, Fx. Etária 20-24
3	Masculino, Fx. Etária 25-29
4	Feminino, Fx. Etária 25-29
5	Masculino, Fx. Etária 30-34
6	Feminino, Fx. Etária 30-34
7	Masculino, Fx. Etária 35-39
8	Feminino, Fx. Etária 35-39

Caso 2: 5 u.e. em cada um dos 8 blocos

Compare os dois estudos, Caso 1 e 2: Qual é mais eficiente no sentido de diminuir variabilidade do erro?

Delineamentos Mais Gerais para a Estrutura de Blocos

Suponha 2 fatores Bloco, cada um em 4 níveis ⇒ 16 blocos
Se tivermos 5 Tratamentos ⇒ 80 u.e. (para blocos sem réplicas)

Alternativa para delineamentos “menores”:

- **Delineamento em Blocos Incompletos**
- **Delineamento Quadrado Latino**

Delineamentos em Blocos

Delineamentos em Blocos Completos e Incompletos com
Um Fator Tratamento em 6 níveis.

Bloco	**Operador**	**Dia**	**Blocos Completos**	**Blocos Incompletos (tamanho 3)**	**Blocos Incompletos (tamanho 1)**
1	1	Segunda	T1, T2, T3 T4, T5, T6	T1, T2, T3	T3
2		Terça	T1, T2, T3 T4, T5, T6	T4, T5, T6	T2
…		…	…	…	…
k	2	Segunda	T1, T2, T3 T4, T5, T6	T2, T3, T4	T5
k+1		Terça	T1, T2, T3 T4, T5, T6	T3, T5, T6	T4
etc.	etc.	etc.	etc.	etc.	etc.

Delineamento Quadrado Latino: tamanho do bloco é “1” e há balanceamento marginal para os blocos!

Delineamento Quadrado Latino

Caracterização do Experimento:

- Estrutura dos Tratamentos: Um Fator em r níveis
- Estrutura de Blocos: Dois fatores cruzados, cada um em r níveis, arranjados em formato Quadrado (Fator Linha e Fator Coluna)
- Balanceamento: Cada Linha e cada Coluna do delineamento Quadrado contém todos os tratamentos, mas em cada casela do Quadrado somente um Tratamento é aplicado. Desta forma, cada Tratamento terá r replicas.

Quadrado Latino 3x3: Dois Fatores Bloco cada um em 3 níveis. Aos 9 possíveis Blocos atribui-se um dos Tratamentos (Um Fator em 3 níveis) de forma a garantir balanceamento nas Linhas e Colunas do Quadrado.

Quadrado Latino 4x4: Dois Fatores Bloco cada um em 4 níveis. Aos 16 possíveis Blocos atribui-se um dos Tratamentos (Um Fator em 4 níveis) de forma balanceada.

Delineamento Quadrado Latino

Delineamento Quadrado Latino 3x3 com
Um Fator Tratamento em 3 níveis.

Bloco	Operador	Dia	T1=A	T2=B	T3=C
1	1	Segunda	x		
2		Terça		x	
3		Quarta			x
4	2	Segunda		x	
5		Terça			x
6		Quarta	x		
7	3	Segunda			x
8		Terça	x		
9		Quarta		x	

Cada tratamento tem r=3 réplicas

Dia	Operador		
	1	**2**	**3**
Segunda	A	B	C
Terça	B	C	A
Quarta	C	A	B

- Delineamento Quadrado Latino Padrão: ordenação alfabética da primeira linha e primeira coluna
- Balanceamento: cada Linha e cada Coluna tem todos os tratamentos

Delineamento Quadrado Latino

Modelo estrutural e distribucional

$$y_{ijkl} = y_{jkl} = \mu + \boxed{\tau_j + \beta_{Hk} + \beta_{Vl}} + e_{jkl}; \quad e_{jkl} \sim N\left(0; \sigma^2\right)$$

Efeito principal de Tratamento
e dos fatores Bloco

$$\sum_{j=1}^{r} \tau_j = \sum_{k=1}^{r} \beta_{Hk} = \sum_{l=1}^{r} \beta_{Hl}$$

Identidade útil:

$$y_{jkl} = \bar{y} + (\bar{y}_{j..} - \bar{y}) + (\bar{y}_{.k.} - \bar{y}) + (\bar{y}_{..l} - \bar{y}) + \boxed{(y_{ijk} - \bar{y}_{j..} - \bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{..l} + 2\bar{y})}$$

Resíduo composto por efeitos remanescentes (diferentes interações)

- Que efeito é descrito pela soma do efeito principal de Tratamento e o residual?

Tabela de ANOVA

$$H_0 : \mu_{1..} = \mu_{2..} = \ldots = \mu_{r..} = \mu$$

F.V.	g l	SQ	
TRAT	**r-1**	$\sum_{j=1}^{r} r(\bar{y}_{j..} - \bar{y})^2$	$\Rightarrow$ SQ do Efeito de Tratamentos
BLOCO H	**r-1**	$\sum_{k=1}^{r} r(\bar{y}_{.k.} - \bar{y})^2$	SQ dos Efeitos Principais dos Fatores Bloco
BLOCO V	**r-1**	$\sum_{l=1}^{r} r(\bar{y}_{..l} - \bar{y})^2$	$\Rightarrow$ SQTrat + SQRes = SQ da interação entre os fatores Bloco (H*V) com (r-1)(r-1) g.l.
RESÍDUO	**(r-1)(r-2)**	$\sum_{jkl} (y_{jkl} - \bar{y}_{j..} - \bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{..l} + 2\bar{y})^2$	$\Rightarrow$ SQResíduo: SQ Remanescente (envolve diferentes interações entre os fatores Tratamento e Bloco)
TOTAL	**n-1**	$\sum_{jkl} (y_{jkl} - \bar{y})^2$	

n=r²

Delineamento Quadrado Latino

Delineamento Quadrado Latino 3x3 com Um Fator Tratamento em 3 níveis.

Dia	Operador 1	Operador 2	Operador 3
Segunda	A(12)	B(14)	C(3)
Terça	B(9)	C(12)	A(15)
Quarta	C(7)	A(18)	B(6)

Dados:

	bv	bh	trat	resp
1	1	1	1	12
2	1	2	2	9
3	1	3	3	7
4	2	1	2	14
5	2	2	3	12
6	2	3	1	18
7	3	1	3	3
8	3	2	1	15
9	3	3	2	6

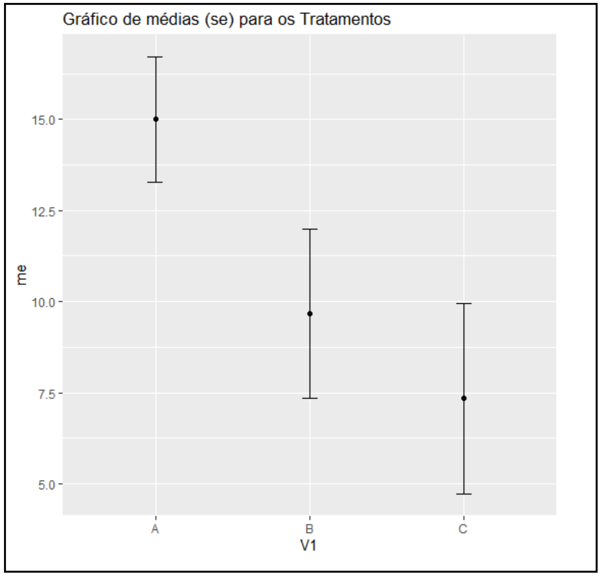


Tabela ANOVA:

	Df	SumSq	MeanSq	Fvalue	Pr(>F)
factor(bv)	2	74.67	37.33	9.33	0.0968
factor(bh)	2	8.67	4.33	1.08	0.4800
factor(trat)	2	92.67	46.33	11.58	0.0795
Residuals	2	8.00	4.00		

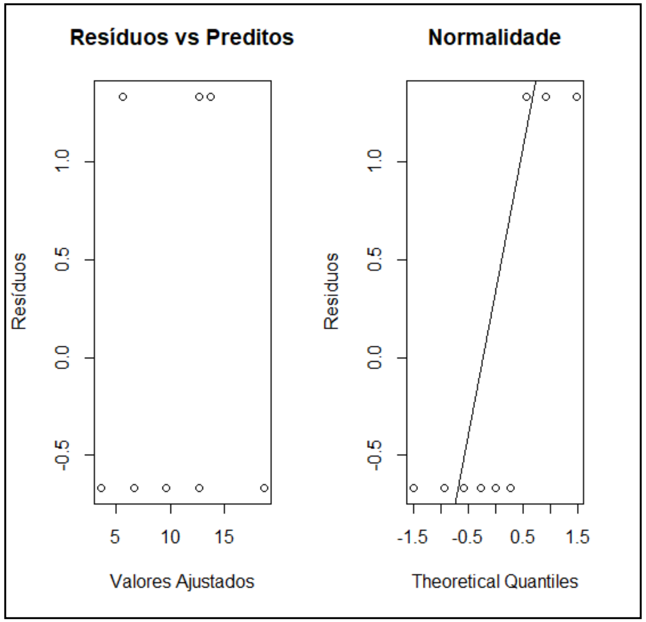
Delineamento Quadrado Latino

Delineamento Quadrado Latino 3x3 com Um Fator Tratamento em 3 níveis.

Dia	Operador 1	Operador 2	Operador 3
Segunda	A(12)	B(14)	C(3)
Terça	B(9)	C(12)	A(15)
Quarta	C(7)	A(18)	B(6)

Tabela ANOVA:

```
                Df SumSq MeanSq Fvalue Pr(>F)
factor(bv)       2 74.67  37.33   9.33 0.0968
factor(bh)       2  8.67   4.33   1.08 0.4800
factor(trat)     2 92.67  46.33  11.58 0.0795
Residuals        2  8.00   4.00
```




```
 Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level
$`factor(trat)`
         diff       lwr      upr     p adj
2-1 -5.333333 -14.95289 4.286226 0.1461079
3-1 -7.666667 -17.28623 1.952892 0.0765065
3-2 -2.333333 -11.95289 7.286226 0.4714290
```

Conclusão: A única diferença significante (α=10%) é:

$$\mu_A > \mu_C$$

Delineamento Quadrado Latino
Eficiência da Blocagem

$$SQTotal = SQBH + SQBV + SQTrat + SQ\,\mathrm{Res}\,s$$

$$\sum_{jkl}\left(y_{jkl}-\bar{y}\right)^2 = \sum_{j}\left(\bar{y}_{j..}-\bar{y}\right)^2 + \sum_{jkl}\left(\bar{y}_{.k.}-\bar{y}\right)^2 + \sum_{jkl}\left(\bar{y}_{..l}-\bar{y}\right)^2$$

$$+\sum_{jkl}\left(y_{ijk}-\bar{y}_{j..}-\bar{y}_{.k.}-\bar{y}_{..l}+2\bar{y})\right)^2$$

$$E_{HV} = \frac{\sigma^2_{HV}}{\sigma^2_{QL}} \rightarrow \hat{E}_{HV} = \frac{QMBH + QMBV + \left(r-1\right)QM\,\mathrm{Res}\,s}{\left(r+1\right)QM\,\mathrm{Res}\,s}$$

Aleatorização feita dentro dos níveis dos 2 fatores Blocos

$$E_{H} = \frac{\sigma^2_{BH}}{\sigma^2_{QL}} \rightarrow \hat{E}_{H} = \frac{QMBV + \left(r-1\right)QM\,\mathrm{Res}\,s}{rQM\,\mathrm{Res}\,s}$$

Aleatorização feita somente dentro dos níveis do fator Bloco H

$$E_{V} = \frac{\sigma^2_{BV}}{\sigma^2_{QL}} \rightarrow \hat{E}_{V} = \frac{QMBH + \left(r-1\right)QM\,\mathrm{Res}\,s}{rQM\,\mathrm{Res}\,s}$$

Aleatorização feita somente dentro dos níveis do fator Bloco V

Delineamento Quadrado Latino
Eficiência da Blocagem

Tabela ANOVA:

	Df	SumSq	MeanSq	Fvalue	Pr(>F)
factor(bv)	2	74.67	37.33	9.33	0.0968
factor(bh)	2	8.67	4.33	1.08	0.4800
factor(trat)	2	92.67	46.33	11.58	0.0795
Residuals	2	8.00	4.00		

O delineamento QL foi eficiente, principalmente, pela blocagem do fator Bloco H

$$E_{HV} = \frac{\sigma^2_{HV}}{\sigma^2_{QL}} \rightarrow \hat{E}_{HV} = \frac{QMBH + QMBV + (r-1)QM\,\mathrm{Res}}{(r+1)QM\,\mathrm{Res}}$$

$$\hat{E}_{HV} = \frac{4.33 + 37.33 + (2)4}{(4)4} = 3.10$$

$$E_{H} = \frac{\sigma^2_{BH}}{\sigma^2_{QL}} \rightarrow \hat{E}_{H} = \frac{QMBV + (r-1)QM\,\mathrm{Res}}{rQM\,\mathrm{Res}}$$

$$\hat{E}_{H} = \frac{4.33 + (2)4}{(3)4} = 1.03$$

$$E_{V} = \frac{\sigma^2_{BV}}{\sigma^2_{QL}} \rightarrow \hat{E}_{V} = \frac{QMBH + (r-1)QM\,\mathrm{Res}}{rQM\,\mathrm{Res}}$$

$$\hat{E}_{V} = \frac{37.33 + (2)4}{(3)4} = 3.77$$

Delineamento Quadrado Latino 4x4

Carro

Motorista

	C1	C2	C3	C4
M1	A(21)	B(26)	D(20)	C(25)
M2	D(23)	C(26)	A(20)	B(27)
M3	B(15)	D(13)	C(16)	A(16)
M4	C(17)	A(15)	B(20)	D(20)

Tratamento: Tipo de Aditivo no Combustível

Resposta: Quantidade de Óxido de Nitrogênio emitido.

Dados:Delineamento Quadrado Latino 4x4

	bcar	bdrive	trat	resp
1	1	1	1	21
2	1	2	2	26
3	1	3	4	20
4	1	4	3	25
5	2	1	4	23
6	2	2	3	26
7	2	3	1	20
8	2	4	2	27
9	3	1	2	15
10	3	2	4	13
11	3	3	3	16
12	3	4	1	17
13	4	1	3	15
14	4	2	1	20
15	4	3	2	20
16	4	4	4	20

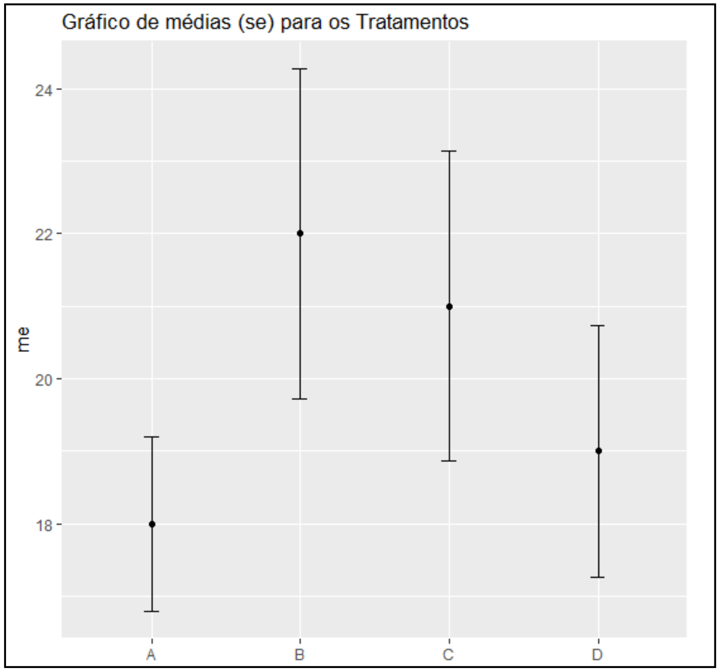
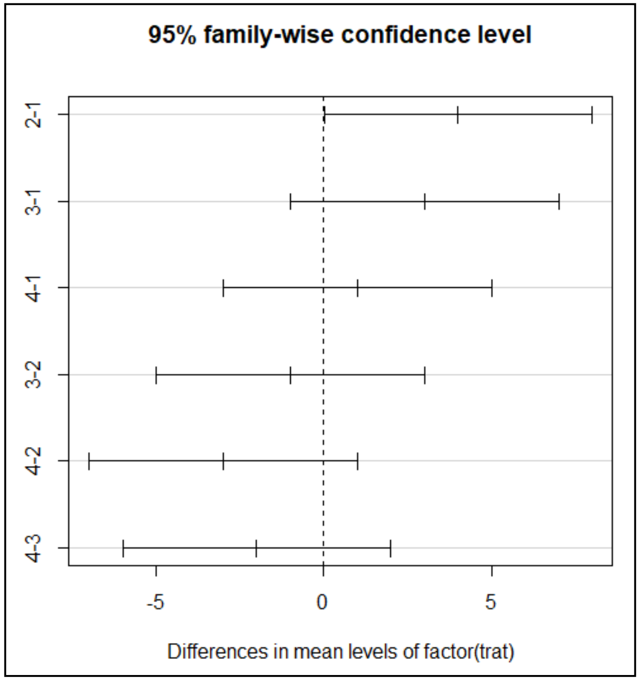


Tabela ANOVA

	Df	SumSq	MeanSq	Fvalue	Pr(>F)
factor(bcar)	3	216	72.00	27	0.000699
factor(bdrive)	3	24	8.00	3	0.116960
factor(trat)	3	40	13.33	5	0.045197
Residuals	6	16	2.67		



Conclusão: A única diferença significante (α=5%) é:

$$\mu_A < \mu_B$$

Delineamentos Aleatorizados em Blocos Incompletos – Esquema Quadrado Latino

1. Por quê planejar um experimento em blocos incompletos?

2. Por que é recomendado garantir balanceamento na estrutura dos tramentos (mesmo em delineamentos em blocos incompletos)?

3. Como é definido um delineamento no esquema Quadrado Latino?

4. Apresente a Tabela ANOVA para os delineamentos apresentados no Caso 1 e Caso 2. Compare as eficiências.

5. Como medir a eficiência em um delineamento Quadrado Latino?

6. No caso de um QL 3x3, qual é o número de réplicas dos tratamentos? Como é possível aumentar esse número?
7. Adote um delineamento QL 3x3 com réplicas. No caso em que nenhum dos fatores Bloco é reusado (replicado), escreva a matrix de planejamento X. Adote um número “M” de replicas do Quadrado.

Delineamento Aleatorizado em Blocos

Exemplo: Delineamentos Aleatorizado em Blocos definidos pelo cruzamentos de Fatores

Estrutura de Tratamentos: Um Fator em 5 níveis

Caso 1

Bloco	Unidades Experimentais
1	Masculino, Fx. Etária 20-29
2	Feminino, Fx. Etária 20-29
3	Masculino, Fx. Etária 30-39
4	Feminino, Fx. Etária 30-39

F.V	num.g.l.
Bloco	3
Trat	4
Bloco*trat	12
Res	20
Total	**39**

Modelo aditivo?

F.V	num.g.l.
B1	1
B2	1
B1*B2	1
Trat	4
B1*Trat	4
B2*Trat	4
B1*B2*Trat	4
Res	20
Total	**39**

Eficiência:

$$\hat{E}_{Caso1} = \frac{\hat{\sigma}^2_{DCA}}{\hat{\sigma}^2_{Caso1}} = \frac{SQ\operatorname{Re}s_{DCA} / 35}{SQ\operatorname{Re}s_{Caso1} / 32} \overset{?}{>} 0$$

20?

Delineamento Aleatorizado em Blocos

Exemplo: Delineamentos Aleatorizado em Blocos definidos pelo cruzamentos de Fatores

Estrutura de Tratamentos: Um Fator em 5 níveis

Caso 2

Bloco	Unidades Experimentais
1	Masculino, Fx. Etária 20-24
2	Feminino, Fx. Etária 20-24
3	Masculino, Fx. Etária 25-29
4	Feminino, Fx. Etária 25-29
5	Masculino, Fx. Etária 30-34
6	Feminino, Fx. Etária 30-34
7	Masculino, Fx. Etária 35-39
8	Feminino, Fx. Etária 35-39

$$\hat{E}_{Caso2} = \frac{\hat{\sigma}^2_{DCA}}{\hat{\sigma}^2_{Caso2}} = \frac{SQ\,\mathrm{Re}\,s_{DCA}/35}{SQ\,\mathrm{Re}\,s_{Caso2}/28} \overset{?}{>} 0$$

F.V	num.g.l.
Bloco	7
Trat	4
Bloco*trat	28
Res	
Total	**39**

F.V	num.g.l.
B1	1
B2	3
Trat	4
B1*B2	3
B1*Trat	4
B2*Trat	12
B1*B2*Trat	12
Res	
Total	**39**

Atribuir graus de liberdade da interação Bloco*Trat ao resíduo

Delineamento Aleatorizado em Blocos

Exemplo: Delineamentos Aleatorizado em Blocos definidos pelo cruzamentos de Fatores

Estrutura de Tratamentos: Um Fator em 5 níveis

Bloco	**Unidades Experimentais**
1	Masculino, Fx. Etária 20-29
2	Feminino, Fx. Etária 20-29
3	Masculino, Fx. Etária 30-39
4	Feminino, Fx. Etária 30-39

Bloco	**Unidades Experimentais**
1	Masculino, Fx. Etária 20-24
2	Feminino, Fx. Etária 20-24
3	Masculino, Fx. Etária 25-29
4	Feminino, Fx. Etária 25-29
5	Masculino, Fx. Etária 30-34
6	Feminino, Fx. Etária 30-34
7	Masculino, Fx. Etária 35-39
8	Feminino, Fx. Etária 35-39

$$\hat{E}_{Caso1} = \frac{\hat{\sigma}^2_{DCA}}{\hat{\sigma}^2_{Caso1}} = \frac{SQ\,Res_{DCA}/35}{SQ\,Res_{Caso1}/32}$$

$$\hat{E}_{Caso2} = \frac{\hat{\sigma}^2_{DCA}}{\hat{\sigma}^2_{Caso2}} = \frac{SQ\,Res_{DCA}/35}{SQ\,Res_{Caso2}/28}$$

$$\boxed{\frac{\hat{E}_{Caso1}}{\hat{E}_{Caso2}} = \frac{\hat{\sigma}^2_{Caso2}}{\hat{\sigma}^2_{Caso1}} = \frac{SQ\,Res_{Caso2}/28}{SQ\,Res_{Caso1}/32} \quad ?}$$

A eficiência dependerá da compensação entre os g.l e SQ:

$\uparrow$ número de g.l. $\downarrow$ QM Caso 1 mais eficiente

$\uparrow$ número de g.l. $\uparrow$ SQ Caso 2 mais eficiente

Para muitas situações práticas, faixas etárias largas devem inflacionar a SQ

Delineamento Quadrado Latino

Modelo estrutural e distribucional

$$y_{ijkl} = y_{jkl} = \mu + \boxed{\tau_j + \beta_{Hk} + \beta_{Vl}} + e_{jkl}; \quad e_{jkl} \sim N\left(0;\sigma^2\right)$$

Efeito principal de Tratamento
e dos fatores Bloco

$$\sum_{j=1}^{r} \tau_j = \sum_{k=1}^{r} \beta_{Hk} = \sum_{l=1}^{r} \beta_{Hl}$$

Identidade útil:

$$y_{jkl} = \bar{y} + (\bar{y}_{j..} - \bar{y}) + (\bar{y}_{.k.} - \bar{y}) + (\bar{y}_{..l} - \bar{y}) + \boxed{(y_{ijk} - \bar{y}_{j..} - \bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{..l} + 2\bar{y})}$$

Resíduo composto por efeitos remanescentes (diferentes interações)

- Que efeito é descrito pela soma do efeito principal de Tratamento e o residual?

Delineamento Quadrado Latino com Réplicas

Replicação dentro da Casela para o mesmo Quadrado Latino 3x3

	Idade		
QI	**Jovem**	**Adulto**	**Idoso**
Alto	B	A	C
	19	20	25
	16	24	21
Normal	C	B	A
	24	14	14
	22	15	14
Baixo	A	C	B
	10	12	7
	14	13	4

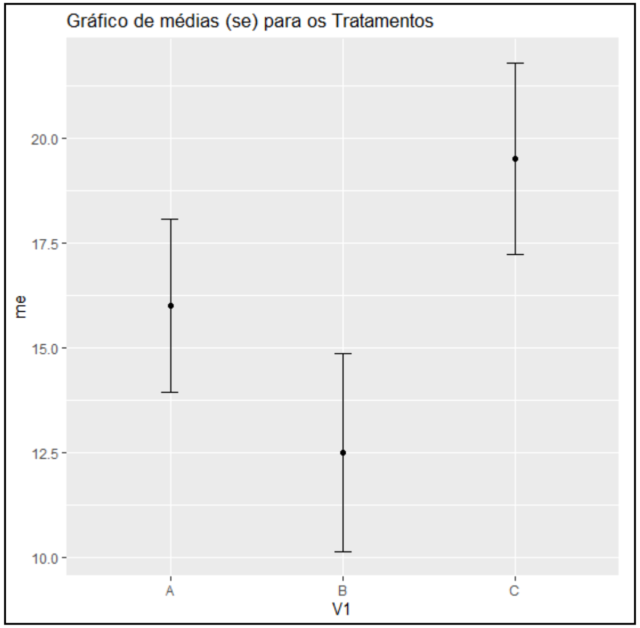
Delineamento Quadrado Latino com Réplicas

Replicação dentro da Casela para o mesmo Quadrado Latino 3x3

Tabela ANOVA

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
factor(BH)	2	364.3	182.17	38.290	1.11e-05
factor(BC)	2	34.3	17.17	3.608	0.062387
factor(Trat)	2	147.0	73.50	15.449	0.000639
Residuals	**11**	52.3	4.76		

Compare o número de graus de liberdade com o do delineamento sem réplicas!



Tukey multiple comparisons of means
95% family-wise confidence level

	diff	lwr	upr	p adj
2-1	-3.5	-6.90121262	-0.09878738	0.0437409
3-1	3.5	0.09878738	6.90121262	0.0437409
3-2	7.0	3.59878738	10.40121262	0.0004586

$$\mu_C > \mu_A > \mu_B$$

Delineamento Quadrado Latino com Réplicas

Replicação do Quadrado Latino 5x5: fator Bloco Coluna (dia) é replicado mas o fator Bloco Linha (semana) não é

Quadrado	Semana	Dia				
		Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
1	1	D	C	A	B	E
	2	C	B	E	A	D
	3	A	D	B	E	C
	4	E	A	C	D	B
	5	B	E	D	C	A
2	6	E	D	C	A	B
	7	B	A	E	D	C
	8	D	C	A	B	E
	9	A	E	B	C	D
	10	C	B	D	E	A

Delineamento Quadrado Latino com Réplicas

Replicação do Quadrado Latino 5x5: fator Bloco Coluna (dia) é replicado mas o fator Bloco Linha (semana) não é

Modelo estrutural:

y_{jklm} : Resposta da unidade experimental do nível k, l e m, dos fatores bloco Horizontal, Vertical e Quadrado, respectivamente, submetida ao tratamento j

$$y_{jklm} = \mu + \tau_j + \beta_{Qm} + \beta_{Vl} + \boxed{\beta_{Hk(m)}} + e_{jklm}; \quad e_{jkl} \sim N\left(0;\sigma^2\right)$$

efeito "nested"

$$\sum_{j=1}^{r} \tau_j = \sum_{m=1}^{M} \beta_{Qm} = \sum_{l=1}^{r} \beta_{Vl} = \sum_{k=1}^{r} \beta_{Hk(l)} = 0$$

A análise do delineamento QL replicado depende de quais fatores bloco (Horizontal ou Vertical) estão sendo replicados (reusados) e quais estão aninhados dentro da replicação do quadrado.

Delineamento Quadrado Latino com Réplicas

Replicação do Quadrado Latino 5x5: fator Bloco Coluna (dia) é replicado mas o fator Bloco Linha (semana) não é.

Quadrado	Semana	Dia				
		Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
1	1	18	17	14	21	17
	2	13	34	21	16	15
	3	7	29	32	27	13
	4	17	13	24	31	25
	5	21	26	26	31	7
2	6	16	26	23	18	22
	7	31	12	21	24	18
	8	18	16	16	21	23
	9	9	15	29	29	29
	10	18	32	25	19	12

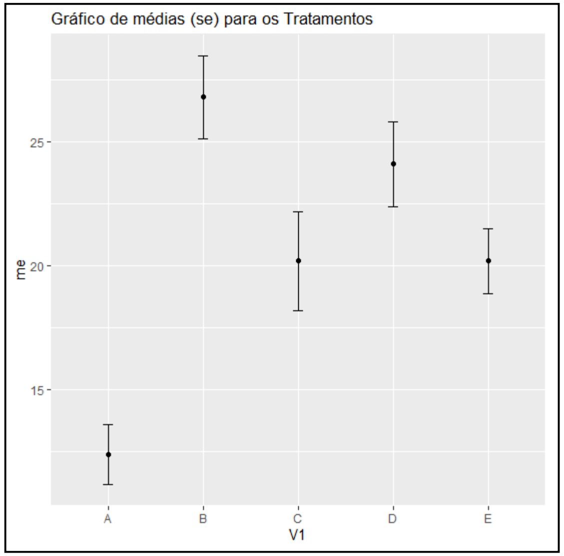
Delineamento Quadrado Latino com Réplicas

Replicação do Quadrado Latino 5x5: fator Bloco Coluna (dia) é replicado mas o fator Bloco Linha (semana) não é.

Tabela de ANOVA

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Q	1	1.0	0.98	0.047	0.82903
BC	4	384.1	96.03	4.645	0.00453
Trat	4	1181.5	295.38	14.288	8.55e-07
Q:BH	8	113.4	14.18	0.686	0.70065
Residuals	32	661.6	20.67		

BH(Q)
(4-1)2 g.l



Tukey multiple comparisons of means
95% family-wise confidence level

	diff	lwr	upr	p adj
2-1	14.4	8.52468	20.2753197	0.0000005
3-1	7.8	1.92468	13.6753197	0.0046933
4-1	11.7	5.82468	17.5753197	0.0000209
5-1	7.8	1.92468	13.6753197	0.0046933
3-2	-6.6	-12.47532	-0.7246803	0.0214569
4-2	-2.7	-8.57532	3.1753197	0.6763321
5-2	-6.6	-12.47532	-0.7246803	0.0214569
4-3	3.9	-1.97532	9.7753197	0.3287534
5-3	0.0	-5.87532	5.8753197	1.0000000
5-4	-3.9	-9.77532	1.9753197	0.3287534

$\mu_j > \mu_A$

$\mu_B > (\mu_C = \mu_E)$

Delineamento Quadrado Latino com Réplicas

y_{jklm} : Resposta da unidade experimental do nível k, l e m, dos fatores BH, BG e Q, respectivamente, submetida ao tratamento j

Modelos aditivos!
j, k, l = 1,…,r
m = 1,…,M

Nenhum dos fatores Bloco (BH e BV) são reusados (replicados):

$$y_{jklm} = \mu + \tau_j + \beta_{Qm} + \beta_{Vl(m)} + \beta_{Hk(m)} + e_{jklm}; \quad e_{jkl} \sim N\left(0;\sigma^2\right)$$

Efeito *nested* em ambos fatores Bloco

Fator BV é reusado (replicado) mas BH não é:

$$y_{jklm} = \mu + \tau_j + \beta_{Qm} + \beta_{Vl} + \beta_{Hk(m)} + e_{jklm}; \quad e_{jkl} \sim N\left(0;\sigma^2\right)$$

Fator BH é reusado (replicado) mas BV não é:

$$y_{jklm} = \mu + \tau_j + \beta_{Hk} + \beta_{Qm} + \beta_{Vl(m)} + e_{jklm}; \quad e_{jkl} \sim N\left(0;\sigma^2\right)$$

Ambos os Fatores (BH e BV) são reusados (replicados):

$$y_{jklm} = \mu + \tau_j + \beta_{Hk} + \beta_{Qm} + \beta_{Vl} + e_{jklm}; \quad e_{jkl} \sim N\left(0;\sigma^2\right)$$

Efeitos *principais* em todos os fatores Bloco

Planejamento de Experimentos - Modelos ANOVA

Temos considerado modelos ANOVA para os seguintes delineamentos:

- **Estrutura de Tratamentos** (Fatores FIXOS sob Estudo):

  - Um único Fator em J níveis

  - Fatorial Cruzado, Fatorial 2^K (sem réplicas, com K elevado)

  - Fatorial Hierárquico

- **Estrutura das Unidades Experimentais**:

  - Delineamento Completamente Aleatorizado (DCA)

  - Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos (DABC)

  - Delineamento Aleatorizado em Blocos Completos Generalizado (DABCG)

  - Delineamento Aleatorizado em Blocos Incompletos:

  $\Rightarrow$ **Delineamento Quadrado Latino e QL com Réplicas (reuso de ambos os fatores, H e V, ou reuso de somente um deles)**

Fatores de efeitos Fixos, dados balanceados (matrix de planejamento X com colunas ortogonais)

$\Rightarrow$ **Outros Delineamentos em Blocos Incompletos:**
Delineamento Cross-Over, Quadrado Grego-Latino, Quadrado Hiper-Grego-Latino, Quadrado de Youden

Delineamentos Cross-Over

- **Delineamentos Cross-Over** são bastante comuns em Ensaios Clínicos farmacológicos. Nestes experimentos, **cada indivíduo recebe todos os tratamentos, sendo aleatorizada a ordem em que estes são atribuídos ao indivíduo.**
- Correspondem a um tipo de experimento com Medidas Repetidas, em que uma resposta é avaliada sob diferentes Tratamentos aplicados ao mesmo indivíduo.
- Em geral, é assumido que a resposta em um dado período só depende do Tratamento daquele período, isto é, que **não há efeito residual (efeito carry-over)** de um Tratamento ao outro subsequente. Para garantir tal suposição, pode ser adotado um **período de limpeza (washout)** entre os tratamentos. Além disso, é recomendado um balanço para o efeito residual de tratamentos precedentes.

Q1: QL 4x4

	P1	P2	P3	P4
U1	A	B	C	D
U2	B	A	D	C
U3	C	D	A	B
U4	D	C	B	A

Q2: QL 4x4

	P1	P2	P3	P4
U1	A	B	C	D
U2	B	D	A	C
U3	C	A	D	B
U4	D	C	B	A

DQL podem ser usados para um esquema Cross-over.
Qual destes dois esquemas, Q1 ou Q2, descrevendo a unidade experimental pelo período, é balanceado para efeitos residuais?

Delineamentos Cross-Over

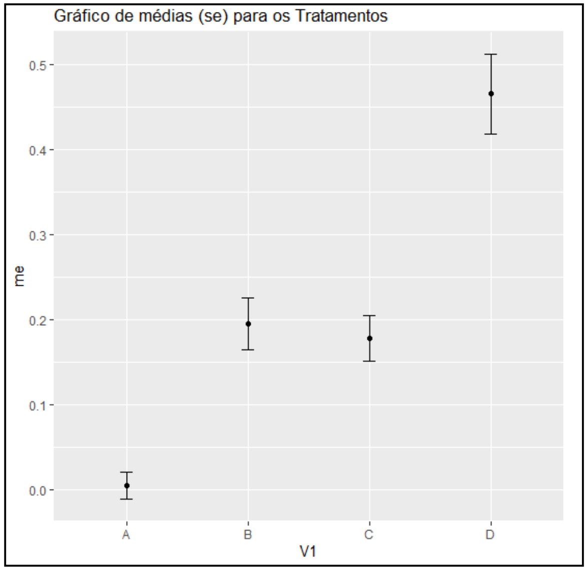
Estudo Cross-over sob um esquema QL 4x4 balanceado para efeitos residuais

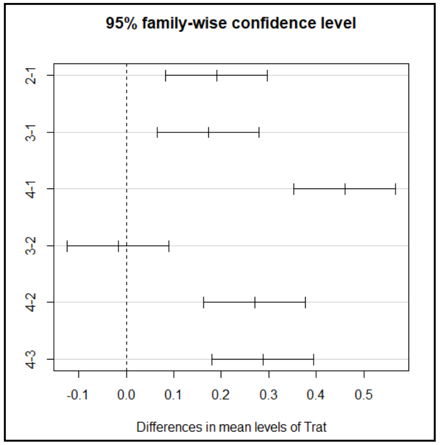
	P1	P2	P3	P4
U1	A 0.02	B 0.15	C 0.18	D 045
U2	B 0.27	D 0.58	A -0.01	C 0.24
U3	C 0.11	A -0.03	D 0.35	B 0.14
U4	D 0.48	C 0.18	B 0.22	A 0.04

Resposta: Diferença na taxa de crescimento da criança (cm/mês) durante o período de tratamento e um período base antes do início do experimento.
Há efeito de tratamento (A, B, C e D) na resposta esperada sob estudo?

Tabela de ANOVA - Estudo Cross-Over QL 4x4

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
UE	3	0.0346	0.01154	6.054	0.0302
PE	3	0.0035	0.00117	0.615	0.6298
Trat	**3**	**0.4333**	**0.14444**	**75.772**	**3.68e-05**
Residuals	**6**	**0.0114**	**0.00191**		





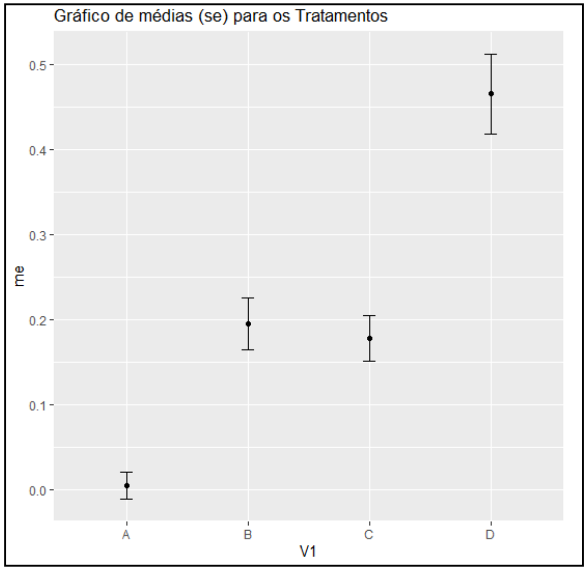
$$\mu_A < \mu_B = \mu_C < \mu_D$$

Compare a eficiência do Cross-over QL 4x4 com o caso SEM blocagem e com Blocos Completos para Unidade Experimental!

Delineamentos Cross-Over

Estudo Cross-over sob um esquema QL 4x4 balanceado para efeitos residuais

	P1	P2	P3	P4
U1	A 0.02	B 0.15	C 0.45	D 0.18
U2	B 0.27	D 0.24	A -0.01	C 0.58
U3	C 0.11	A 0.35	D 0.14	B -0.03
U4	D 0.48	C 0.04	B 0.18	A 0.22



⇐ Cálculo do resíduo SEM o efeito residual (carry-over) de Tratamento

Há efeito de Tratamento? Decomponha em efeito direto de Tratamento e efeito residual de Tratamento.

Tabela de ANOVA – Estudo Cross-Over QL 4x4

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
UE	3	0.03462	0.011540	10.2574	0.043729
PE	3	0.00352	0.001173	1.0426	0.486726
Trat	**3**	**0.43332**	**0.144440**	**128.3907**	**0.001151**
rA	1	0.00000	0.000000	0.0000	1.000000
rB	**1**	**0.00704**	**0.007042**	**6.2593**	**0.087564**
rC	1	0.00102	0.001021	0.9074	0.411079
Residuals	**3**	**0.00338**	**0.001125**		

Há efeito direto de Tratamento:

$$\mu_A < \mu_B = \mu_C < \mu_D$$

Há efeito residual do Tratamento B (valor-p=0,088):

Delineamentos Cross-Over

	P1	P2	P3	P4
U1	A 0.02	B 0.15	C 0.45	D 0.18
U2	B 0.27	D 0.24	A -0.01	C 0.58
U3	C 0.11	A 0.35	D 0.14	B -0.03
U4	D 0.48	C 0.04	B 0.18	A 0.22

Estudo Cross-over sob um esquema QL 4x4
balanceado para efeitos residuais

Há efeito de Tratamento? Decomponha em efeito direto e efeito residual de Tratamento.

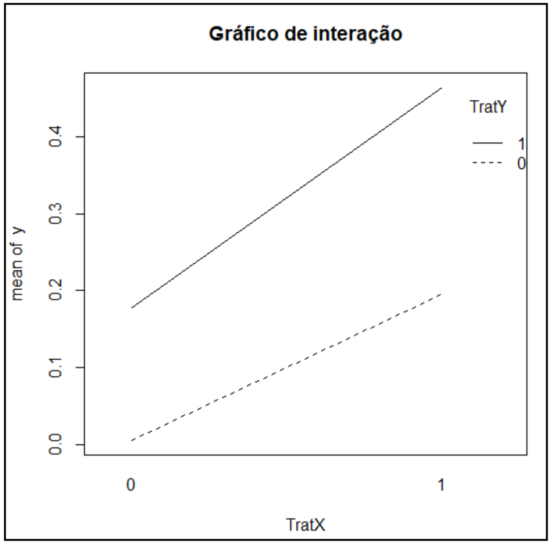
rA=(0,1,0,0,0,0,-1,1,0,0,1,-1,0,-1,0,0)
rB=(0,0,1,0,0,1,-1,0,0,0,0,-1,0,-1,0,1)
rC=(0,0,0,1,0,0,-1,0,0,1,0,-1,0,-1,1,0)

	Intercept	UE2	UE3	UE4	PE2	PE3	PE4	Trat2	Trat3	Trat4	rA	rB	rC
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
3	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
5	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
7	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	-1	-1
8	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
9	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
10	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
11	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
12	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	-1	-1	-1
13	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
14	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	-1	-1	-1
15	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
16	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0

Delineamentos Cross-Over

Estudo Cross-over sob um esquema QL 4x4 balanceado para efeitos residuais

	P1	P2	P3	P4
U1	A 0.02	B 0.15	C 0.45	D 0.18
U2	B 0.27	D 0.24	A -0.01	C 0.58
U3	C 0.11	A 0.35	D 0.14	B -0.03
U4	D 0.48	C 0.04	B 0.18	A 0.22



Considere: A: Placebo
B: somente medicamento X
C: somente medicamento Y
D: ambos os medicamentos, X e Y

Há efeito de interação entre os medicamentos X e Y?

```
Tabela de ANOVA – Estudo Cross-Over QL 4x4
           Df  Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
UE2         1 0.01880 0.01880  16.713 0.026451
UE3         1 0.01402 0.01402  12.459 0.038646
UE4         1 0.00180 0.00180   1.600 0.295229
PE2         1 0.00047 0.00047   0.417 0.564576
PE3         1 0.00304 0.00304   2.700 0.198892
PE4         1 0.00001 0.00001   0.011 0.922704
TratX1      1 0.22801 0.22801 202.672 0.000751
TratY1      1 0.19581 0.19581 174.050 0.000941
TratX:Y     1 0.00951 0.00951   8.450 0.062153
rA          1 0.00000 0.00000   0.000 1.000000
rB          1 0.00704 0.00704   6.259 0.087564
rC          1 0.00102 0.00102   0.907 0.411079
Residuals      3 0.00337 0.00112
```

Efeito de interação (p=0,062) $\left(\mu_{01}-\mu_{00}\right)<\left(\mu_{11}-\mu_{10}\right)$

Delineamento Quadrado Latino

Suponha um experimento para avaliar o nível de poluição de acordo com o tipo de combustível (A, B, C e D).

Há interesse em controlar possíveis fontes de variação como o Tipo de Carro e o Motorista que irá dirigir o carro.

Planeje um delineamento Quadrado Latino para esse experimento!

Delineamento Quadrado Latino 4x4

Controle de DUAS F.V. (sem réplica)

Esquemas de um Quadrado Latino 4x4

Fator Tratamento: A, B, C, D
Fatores Bloco:
Carro: C1, C2, C3 e C4
Motorista: L1, L2, L3 e L4

	C1	C2	C3	C4
L1	A	B	C	D
L2	B	A	D	C
L3	C	D	A	B
L4	D	C	B	A

	C1	C2	C3	C4
L1	A	B	C	D
L2	C	D	A	B
L3	D	C	B	A
L4	B	A	D	C

	C1	C2	C3	C4
L1	A	B	C	D
L2	D	C	B	A
L3	B	A	D	C
L4	C	D	A	B

Como planejar um delineamento que, além de controlar para o tipo de carro e motorist, controle ainda fontes adicionais de variação, como a umidade do ar, a temperature, etc.?

Delineamento Quadrado Grego-Latino

Esquema de um Quadrado Grego-Latino 4x4

Controle de uma TERCEIRA F.V (sem réplica)

	C1	**C2**	**C3**	**C4**
L1	Aα	Bβ	Cγ	Dδ
L2	Cβ	Dα	Aδ	Bγ
L3	Dγ	Cδ	Bα	Aβ
L4	Bδ	Aγ	Dβ	Cα

Fator Tratamento: A, B, C, D
Fator Bloco extra: α, β, γ, δ

Controle de uma fonte de variação adicional, além dos fatores bloco H e V, definida pelas letras gregas. O PLANO EXPERIMENTAL É DEFINIDO PELA COMBINAÇÃO DE DOIS ESQUEMAS QL 4X4:

	C1	**C2**	**C3**	**C4**
L1	A	B	C	D
L2	C	D	A	B
L3	D	C	B	A
L4	B	A	D	C

	C1	**C2**	**C3**	**C4**
L1	α	β	γ	δ
L2	β	α	δ	γ
L3	γ	δ	α	β
L4	δ	γ	β	α

Delineamento Quadrado Grego-Latino

Nível de poluição de acordo com o tipo de combustível, motorista, tipo de carro e dia da semana

	C1	C2	C3	C4
L1	Aα 320	Bβ 297	Cγ 299	Dδ 313
L2	Cβ 266	Dα 227	Aδ 260	Bγ 240
L3	Dγ 221	Cδ 240	Bα 267	Aβ 252
L4	Bδ 301	Aγ 238	Dβ 243	Cα 290

Motorista: L1, L2, L3, L4
Carro: C1, C2, C3, C4
Dia da semana: α, β, γ, δ

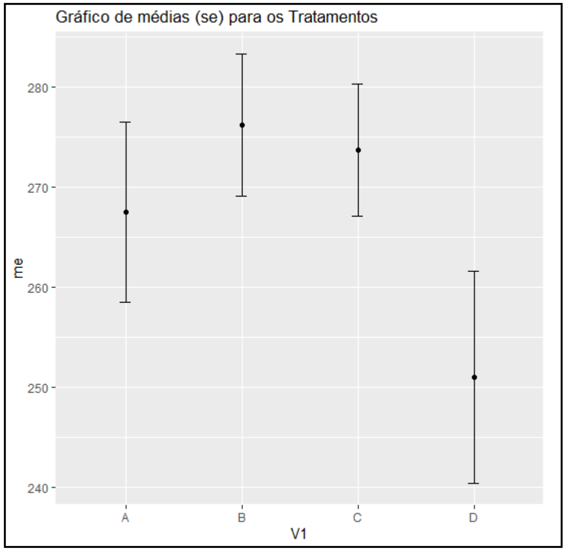
Tratamento: Tipo de combustível (A, B, C, D)

Resposta: medida de poluentes no ar

Delineamento Quadrado Grego-Latino

Nível de poluição de acordo com o tipo de combustível, motorista, tipo de carro e dia da semana

	C1	C2	C3	C4
L1	Aα 320	Bβ 297	Cγ 299	Dδ 313
L2	Cβ 266	Dα 227	Aδ 260	Bγ 240
L3	Dγ 221	Cδ 240	Bα 267	Aβ 252
L4	Bδ 301	Aγ 238	Dβ 243	Cα 290




```
Tabela ANOVA
            Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
BH           3   9826    3275  39.266 0.00659
BV           3   1671     557   6.678 0.07660
BEx          3   2103     701   8.403 0.05697
Trat         3   1549     516   6.191 0.08427
Residuals    3    250      83

Comparações de Tukey a 95%
Trat
      diff       lwr      upr     p adj
2-1   8.75 -22.41513 39.91513 0.5950336
3-1   6.25 -24.91513 37.41513 0.7768876
4-1 -16.50 -47.66513 14.66513 0.2257298
3-2  -2.50 -33.66513 28.66513 0.9770410
4-2 -25.25 -56.41513  5.91513 0.0859258
4-3 -22.75 -53.91513  8.41513 0.1108557
```

$$\mu_B > \mu_D$$

Delineamento Quadrado Hiper-Grego-Latino (com réplicas)

Avaliação do nível de poluição de acordo com o tipo de combustível (A,B,C,D), motorista (L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8), tipo de carro (C1,C2,C3,C4), umidade do ar (α,β,γ,δ,ε,κ,θ,ξ), temperature (1,2,3,4).

Quadr I	C1	C2	C3	C4
L1	A1α 320	Bβ2 297	Cγ3 299	Dδ4 313
L2	C4β 266	D3α 227	A2δ 260	B1γ 240
L3	D2γ 221	C1δ 240	B4α 267	A3β 252
L4	B3δ 301	A4γ 238	D1β 243	C2α 290

Quadr II	C1	C2	C3	C4
L5	A1ε 285	B2ξ 280	C3θ 331	D4κ 311
L6	C4ξ 268	D3ε 233	A2κ 291	B1θ 280
L7	D2θ 265	C1κ 273	B4ε 234	A3ξ 243
L8	B3κ 306	A4θ 271	D1ξ 270	C2ε 272

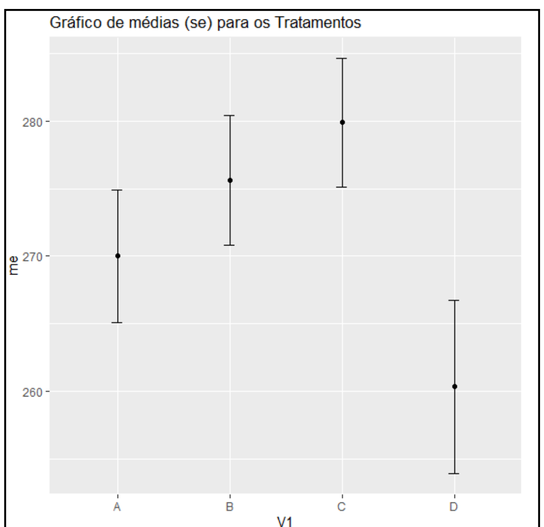
Delineamento Quadrado Hiper-Grego-Latino

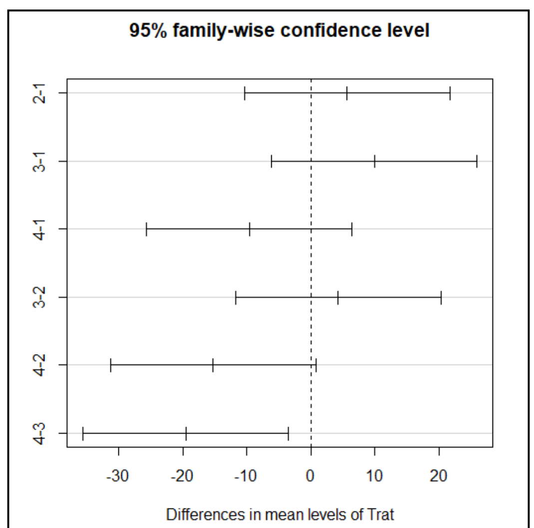
Avaliação do nível de poluição de acordo com o tipo de combustível (Trat=A,B,C,D), motorista (BH=L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8), tipo de carro (BV=C1,C2,C3,C4), umidade do ar (BEx1=α,β,γ,δ,ε,κ,θ,ξ), temperature (BEx2=1,2,3,4) .

Tabela de ANOVA

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Quad	1	604	603.8	5.726	0.04037
BV	3	2217	739.1	7.009	0.00992
BEx2	3	109	36.4	0.345	0.79379
Trat	**3**	**1705**	**568.4**	**5.391**	**0.02125**
Quad:BH	6	14770	2461.7	23.346	5.27e-05
Quad:BEx1	6	6109	1018.2	9.656	0.00170
Residuals	**9**	**949**	**105.4**		

Note que os efeitos dos fatores Bloco BH e BEx1 (um dos fatores bloco extra) estão embutidos (*nested*) dentro de Quad (réplica)





$\mu_C > \mu_D$

Blocos Incompletos

Situação Experimental

- **Suponha que existam 6 tratamentos e blocos de tamanho 3.**

  Como alocar os tratamentos?

(ABC)	**(ACE)**	**(BCD)**	**(BEF)**
(ABD)	**(ACF)**	**(BCE)**	**(CDE)**
(ABE)	**(ADE)**	**(BCF)**	**(CDF)**
(ABF)	**(ADF)**	**(BDE)**	**(CEF)**
(ACD)	**(AEF)**	**(BDF)**	**(DEF)**

$\binom{6}{3} = 20$ combinações (20 Blocos)

Blocos Incompletos

(ABC) (ACE) (BCD) (BEF)

(ABD) (ACF) (BCE) (CDE)

(ABE) (ADE) (BCF) (CDF)

(ABF) (ADF) (BDE) (CEF)

(ACD) (AEF) (BDF) (DEF)

Delineamento balanceado: r=10
Aleatorização dentro dos blocos incompletos (de tamanho 3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x										
B	x	x	x	x							x	x	x	x	x	x				
C	x				x	x	x				x	x	x				x	x	x	
D		x			x			x	x		x			x	x		x	x		x
E			x			x		x		x		x		x		x	x		x	x
F				x			x		x	x			x		x	x		x	x	x

Contudo, delineamentos em blocos incompletos balanceados (com todas as possíveis combinações) nem sempre são possíveis!

Veja alguns delineamentos (incompletos) úteis (Apêndice 8C; Box, Hunter e Hunter, 1978)

Blocos Incompletos

$\binom{8}{4} = 70$ combinações (70 Blocos?)

Situação Experimental

- **8 Tratamentos**
- **14 Profissionais da Saúde** → **Cada profissional pode aplicar até 4 Tratamentos**

Como você planejaria este experimento ?

Caracterize as estruturas de balanceamento deste experimento ?

Blocos Incompletos Balanceados

BLOCOS	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
1		u.e. 4	u.e. 2	u.e. 1			u.e. 3	
2	u.e. 4				u.e. 1	u.e. 3		u.e. 2
3				u.e. 3	u.e. 4	u.e. 2	u.e. 1	
4	u.e. 2	u.e. 1	u.e. 3					u.e. 4
5			u.e. 4	u.e. 2	u.e. 3			u.e. 1
6	u.e. 1	u.e. 2				u.e. 4	u.e. 3	
7	u.e. 1			u.e.4			u.e. 2	u.e. 3
8		u.e. 4	u.e. 3		u.e.2	u.e. 1		
9	u.e. 3		u.e. 4	u.e. 1		u.e. 2		
10		u.e. 1			u.e. 2		u.e. 4	u.e. 3
11	u.e. 4	u.e. 2		u.e. 3	u.e. 1			
12			u.e. 1			u.e. 3	u.e. 2	u.e. 4
13		u.e. 3		u.e. 4		u.e. 1		u.e. 2
14	u.e. 3		u.e. 2		u.e. 4		u.e. 1	
r	7	7	7	7	7	7	7	7

Quais propriedades estão garantidas neste desenho experimental?

Balanceamento

Cada par de Trat foi aleatorizado junto exatamente em 3 blocos

Obtenha o esqueleto da tabela de ANOVA!

Blocos Incompletos Balanceados

Há interesse em comparar o desempenho escolar no Ensino Fundamental de acordo com 7 metodologias diferentes.
7 Escolas farão parte do estudo. Mas, cada Escola pode aplicar somente 4 dentre os 7 métodos.
Como aleatorizar as Metodologias para cada Escola?

Esquema de Blocos Incompletos Balanceados

Bloco	A	B	C	D	E	F	G
1		x		x		x	x
2	x		x			x	x
3			x	x	x		x
4	x	x			x		x
5		x	x		x	x	
6	x			x	x	x	
7	x	x	x	x			

- Todos os Métodos (Trat) têm o mesmo número de réplicas (r=4)
- Cada par de Métodos é aplicado na mesma Escola um número igual de vezes (=2)

$\binom{7}{4} = 35$ combinações (35 Blocos): no caso de ser possível ter 35 Escolas

Blocos Incompletos Balanceados
Delineamento Quadrado de Youden

Neste caso, em que o número de blocos é igual ao número de tratamentos (=7) é possível controlar, de forma balanceada, mais um fator bloco em 4 níveis.

Bloco	A	B	C	D	E	F	G
1		α		β		γ	δ
2	α		β			δ	γ
3			α	γ	δ		β
4	β	δ			γ		α
5		γ	δ		β	α	
6	γ			δ	α	β	
7	δ	β	γ	α			

Além da metodologia, será controlada a Série escolar do Ensino Fundamental:

α: Série 1
β: Série 2
γ: Série 3
δ: Série 4

Note que, caso o Segundo fator Bloco (Série) tivesse 7 níveis, poderia ser aplicado o QL 7x7.

Blocos Incompletos – Delineamento Quadrado de Youden

Blocos incompletos duplamente balanceado

Bloco	A	B	C	D	E	F	G
1		α 627		β 248		γ 563	δ 252
2	α 344		β 233			δ 442	γ 226
3			α 251	γ 211	δ 160		β 297
4	β 337	δ 537			γ 195		α 300
5		γ 520	δ 278		β 199	α 595	
6	γ 369			δ 196	α 185	β 606	
7	δ 396	β 602	γ 240	α 273			

Blocos Incompletos – Delineamento Quadrado de Youden

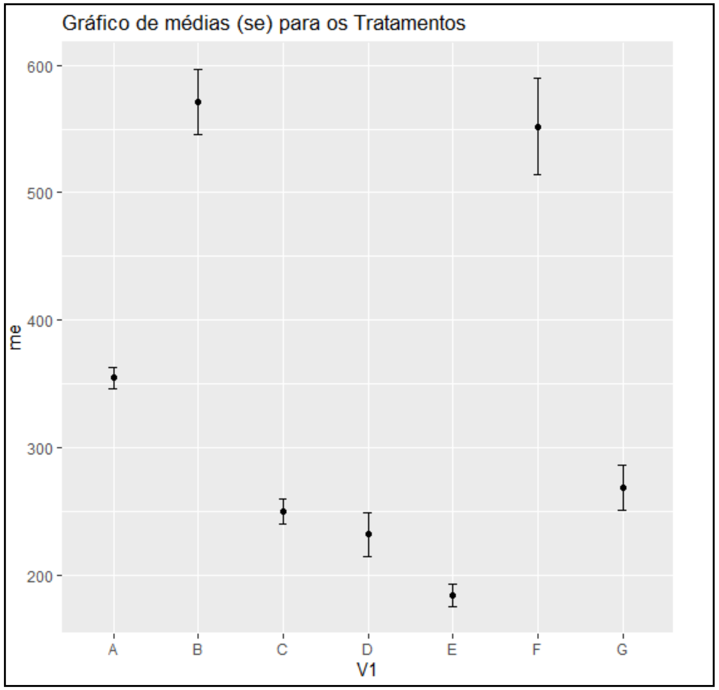
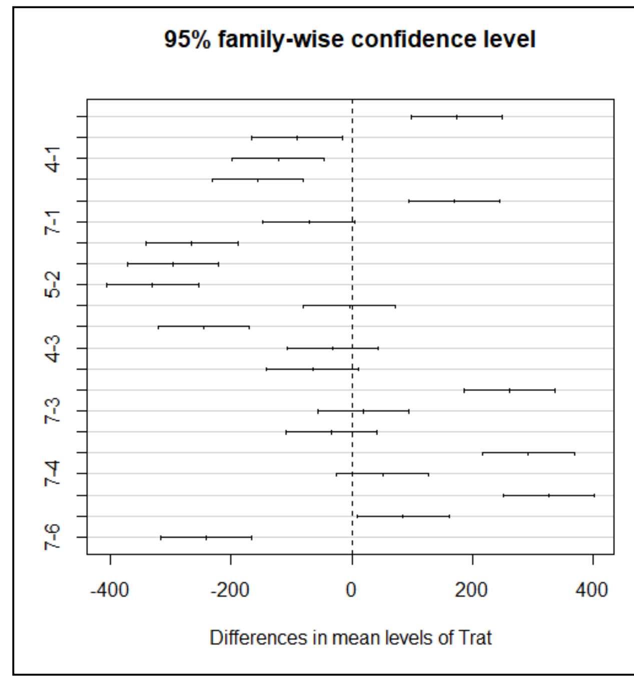


Tabela de ANOVA

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
BH	6	95931	15989	17.050	3.11e-05
BEx1	3	11201	3734	3.982	0.035
Trat	**6**	**506372**	**84395**	**89.999**	**2.85e-09**
Residuals	**12**	**11253**	**938**		



$$(\mu_B = \mu_F) > \mu_j \quad j = A, C, D, E, G$$

$$\mu_A > \mu_j \quad \text{exceto } j = B, F, G$$

$$\mu_G > \mu_E$$

Delineamentos Aleatorizados em Blocos Incompletos Balanceados

Número de Tratamentos: g
Número de réplicas por Tratamento: r
Número de Blocos: b
Tamanho do Bloco: k (k<g)

$\Rightarrow$ **n = bk = gr**

g=b, k=r: DABIB simétrico

Como atribuir k dentre os g tratamentos em cada bloco?

Recomendação: Todo par de Tratamentos deve ocorrer junto num mesmo número (λ) de blocos

$$\Rightarrow \lambda = r(k-1)/(g-1)$$

simétricos

- $g=3,\ k=2 \Rightarrow b=3,\ r=2 \Rightarrow \lambda = 1$
- $g=2^3=8,\ k=7 \Rightarrow b=8,\ r=7 \Rightarrow \lambda = 6$
- $g=2^3=8,\ k=4 \Rightarrow b=14,\ r=7 \Rightarrow \lambda = 6$

Nem sempre existe um DABIB: $g=5=b,\ k=3=r \Rightarrow \lambda = 3/2$

Delineamentos Aleatorizados em Blocos Incompletos Balanceados

Suponha o interesse em comparar o desempenho de diferentes detergentes (I e II nas diluições 3,2,1,0) com um Controle $\Rightarrow$ 9 Tratamentos

O experimento envolverá a lavagem de pratos usando os diferentes produtos. Suponha que há 3 pias a serem usadas simultaneamente na lavagem de pratos. Será contado o número de pratos que se consegue lavar com uma quantidade específica dos detergentes.

$\Rightarrow$ $g=9 \quad k=3$

Como planejar este experimento?
Quantos Blocos?
Em quantos blocos cada par de tratamentos aparecerá junto?

Delineamentos Aleatorizados em Blocos Incompletos Balanceados

$\Rightarrow$ g=9 k=3

$\Rightarrow$ Adotando $\lambda = 1$ $\Rightarrow$ r=4 $\Rightarrow$ b=12

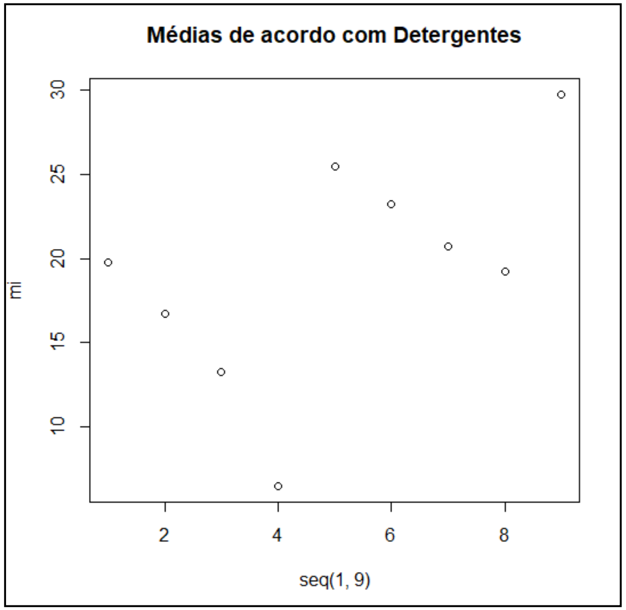
Blocos											
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
A 19	D 6	G 21	A 20	B 17	C 15	A 20	B 16	C 13	A 20	B 17	C 14
B 17	E 26	H 19	D 7	E 26	F 23	E 26	F 23	D 7	F 24	D 6	E 24
C 11	F 23	I 28	G 20	H 19	I 31	I 31	G 21	H 20	H 19	I 29	G 21

Delineamentos Aleatorizados em Blocos Incompletos Balanceados

Tabela de ANOVA

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
bloc	11	412.7	37.52	45.53	6.03e-10	
trat	**8**	**1086.8**	**135.85**	**164.85**	**6.81e-14**	*******
Residuals	16	13.2	0.82			

Teste de Tratamento Ajustado para Bloco (manter a ordem)



Construir IC para contrastes de interesse:
DetI – DetII
Det - Controle