Aula - 19/10

Em nossa aula, teremos:

- Propriedades dos sistemas de numeração apresentados;
- A contagem e o conceito de número;
- Agrupamentos e bases;

→ Reorganização do cronograma da disciplina.

Que propriedades percebemos em nosso último encontro?

Sistema de numeração	Princípio aditivo	Princípio multiplicativo	Base	Posicional	Zero
Babilônico	Sim	Sim	60	Sim	Sim
Egípcio	Sim	Não	10	Não	Não
Grego	Sim	Não	10	Não	Não
Romano	Sim	Não	10	Não	Não
Chinês Antigo	Sim	Sim	10	Não	Não
Maia	Sim	Sim	20	Sim	Sim
Indo-arábico	Sim	Sim	10	Sim	Sim

A história do corvo e a correspondência biúnivoca

Um fazendeiro decidiu matar um corvo, pois este fizera o ninho na chaminé de sua lareira, impedindo a saída da fumaça. Por várias vezes o homem tentou pegá-lo de surpresa, mas sempre que se aproximava o corvo fugia.

Um dia o fazendeiro resolveu enganar a ave. Duas pessoas entraram no galpão próximo à chaminé e, depois de algum tempo, apenas uma saiu. O animal não se deixou enganar: fugiu e só voltou ao ninho após a saída do segundo homem.

A experiência foi repetida nos dias seguintes, com três e, depois, quatro pessoas. Não adiantou: a ave só voltou ao ninho depois da saída de todos.

Finalmente, com cinco pessoas, o corvo "perdeu a conta". Não percebendo a diferença entre cinco (que entraram) e quatro (que saíram) ele voltou ao ninho assim que o quarto homem se retirou. Pobre corvo! Passou desta para melhor!

Matemática e Cultura

"Diferentes culturas em diferentes momentos históricos produziram modos próprios de:

- Contar;
- Comparar/Medir;
- Classificar;
- Inferir;
- Representar/desenhar..."

Prof. Ubiratan D'Ambrosio

Como diferentes culturas construíram a ideia de ‘número’?

Qual a relação entre número, contagem e agrupamento?

As bases são construídas a partir da ideia de agrupamento.

Assim, contar:

→ na base seis significa fazer agrupamentos de seis unidades;

→ na base oito significa fazer agrupamentos de oito unidades;

→ na base dez significa fazer agrupamentos de dez unidades.

E assim por diante ...

Quando estivermos trabalhando em outra base, ("b" por exemplo) indicamos o número representado com o índice "b" ao lado: 234_{b}.

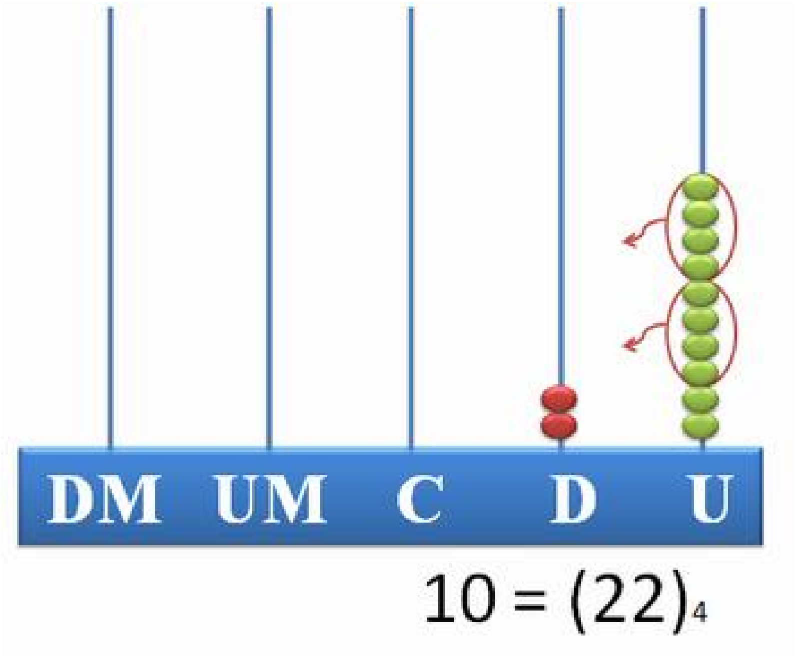
As bases são construídas a partir da ideia de agrupamento.

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20
Binário	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000
Hexadecimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10

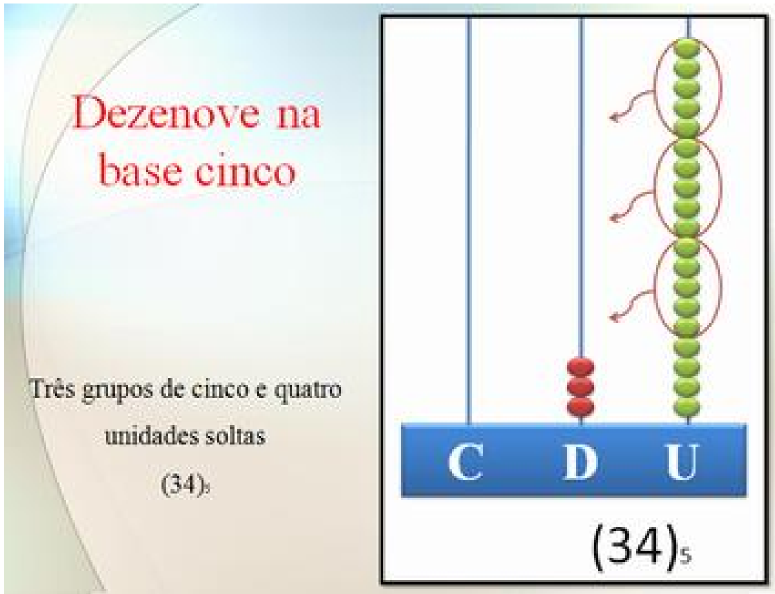
Cidade do Nunca Quatro

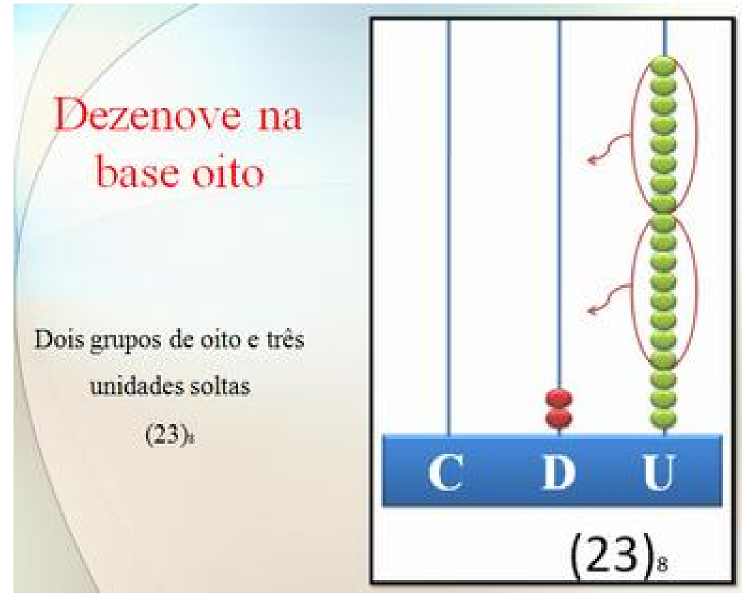
4 moedas brancas valem 1 moeda rosa
4 moedas rosas valem 1 moeda verde
4 moedas verdes valem 1 moeda amarela
4 moedas amarelas valem 1 moeda azul

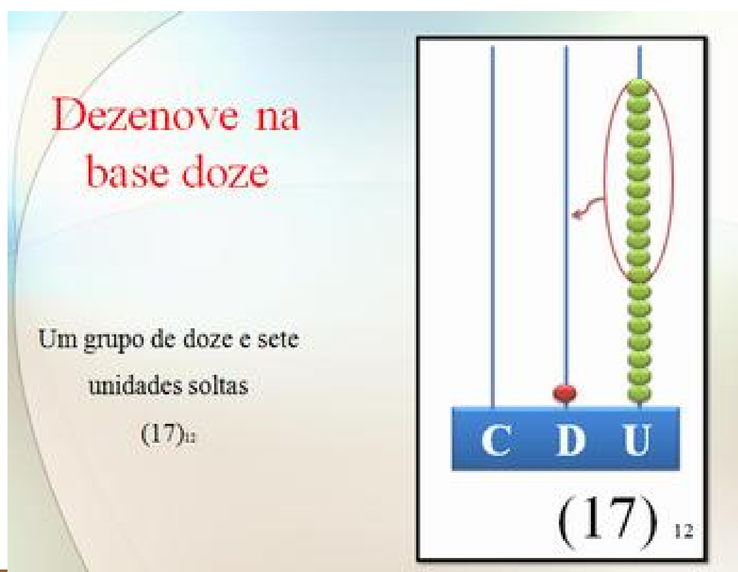
Utilizando o ábaco na cidade do Nunca Quatro



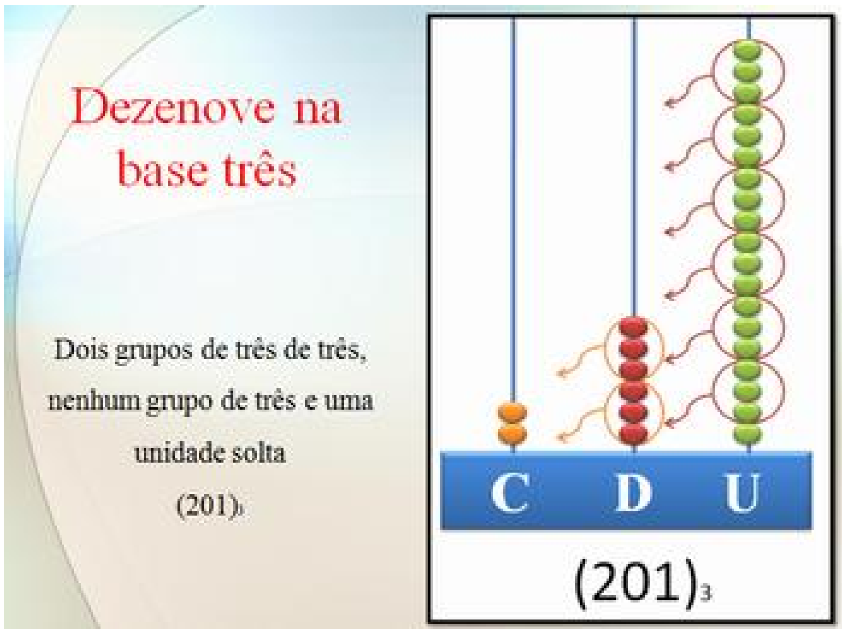
Alguns exemplos utilizando o ábaco

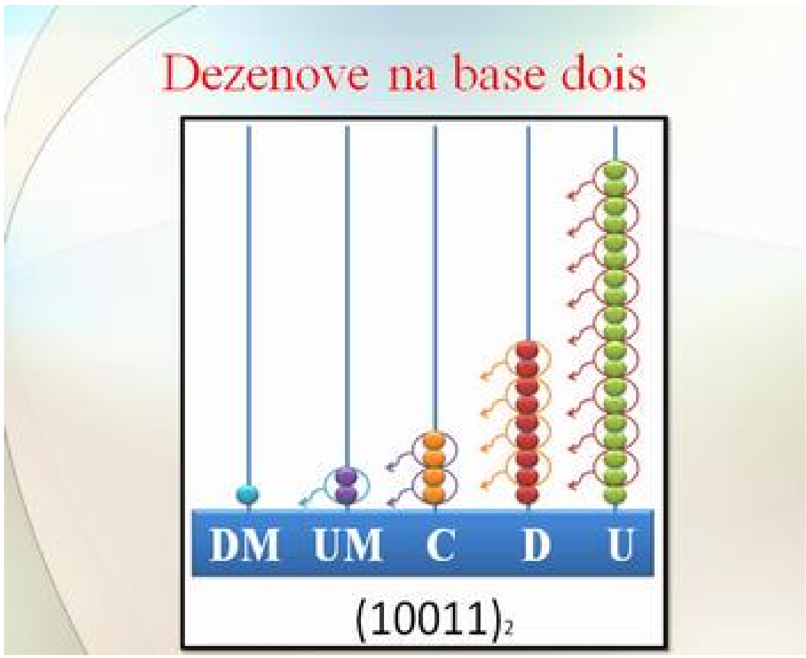






Alguns exemplos utilizando o ábaco





Formas de representar:

234 na base 10 pode ser escrito como:

$2x10^2 + 3x10^1 + 4x10^0$

E se o número fosse 234_5 ? Ou 234_8?

$2x5^2 + 3x5^1 + 4x5^0$

$234_8 = 2x8^2 + 3x8^1 + 4x8^0$

Formas de representar:

234 na base 10 pode ser escrito como:

$2x10^2 + 3x10^1 + 4x10^0$ **= 234**

E se o número fosse 234_5 ? Ou 234_8?

$2x5^2 + 3x5^1 + 4x5^0$ **= 69**

$234_8 = 2x8^2 + 3x8^1 + 4x8^0$ **= 156**

Cidade do Nunca Quatro

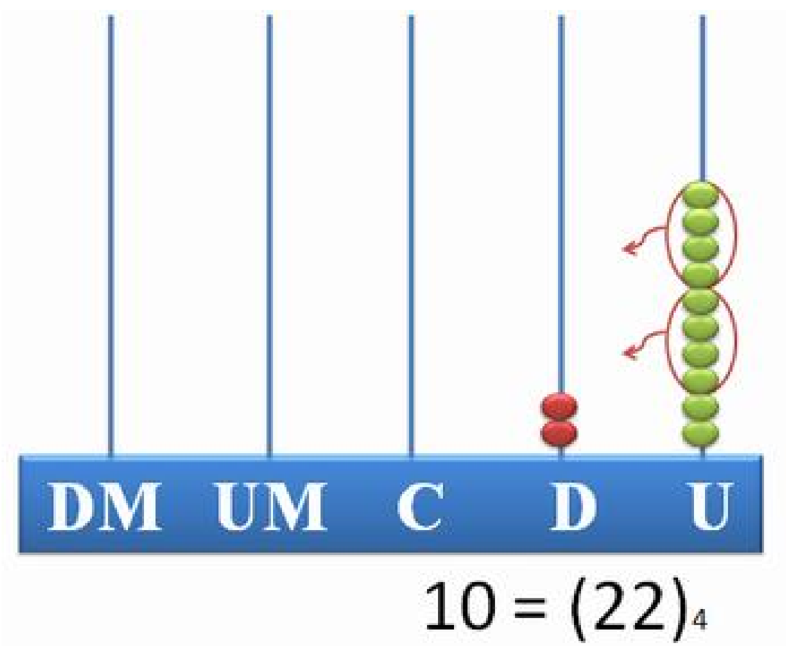
4 moedas brancas valem 1 moeda rosa
4 moedas rosas valem 1 moeda verde
4 moedas verdes valem 1 moeda amarela
4 moedas amarelas valem 1 moeda azul

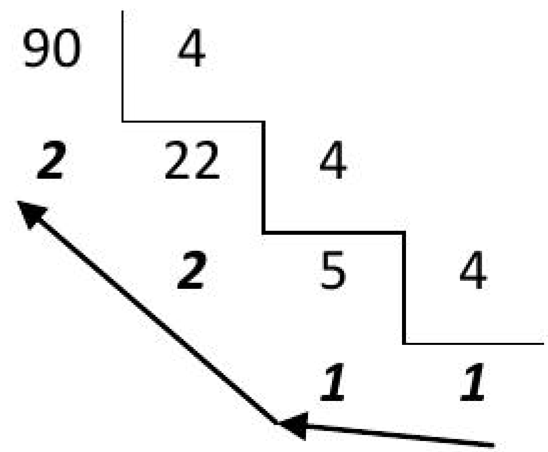
E a conversão?

Com o que vimos, conseguimos descobrir quanto 1122_4 vale na base dez:

$1122_4 = 1x4^3 + 1x4^2 + 2x4^1 + 2x4^0 = 64 + 16 + 8 + 2 = 90$

Dizemos, então que $1122_4 = 90_{10}$. E se partimos de 90 na base decimal?





Para exercitar:

- 1) Escreva sua idade nas bases 2, 5, 8 e 16;

- 2) Escreva os seguintes números na base decimal:

  a) 100101_2 b) 2013_4 c) 210_3 d) $2A_{16}$ e) 1111_2

- 3) Escreva os seguintes números, escritos em base decimal, nas bases indicadas respectivamente:

  a) 34 na base 2; b) 165 na base 5; c) 21 na base 3;

  d) 287 na base 4; e) 1789 na base 16

Aula - 22/10

Em nossa aula, teremos:

- a) abordarmos propriedades do sistema decimal em relação a outros sistemas de numeração (paridade e múltiplos);
- b) possibilidades para o trabalho com as bases na Educação Básica, envolvendo tecnologias;
- c) Números: natureza, operações e princípios.

Base 4 e algumas reflexões sobre a contagem

0
0 = 00 =0
1 = 01= 1
2 = 02= 2
3 = 03= 3

1
0 = **10**
1 = **11**
2 = 12
3 = 13

2
0 = 20
1 = 21
2 = **22**
3 = 23

3
0 = 30
1 = **31**
2 = 32
3 = **33**

10
0 = **10**0
1 = **10**1
2 = **10**2
3 = **10**3

11
0 = **11**0
1 = **11**1
2 = **11**2
3 = **11**3

...

22
0 = **22**0
1 = **22**1
2 = **22**2
3 = **22**3

...

31
0 = **31**0
1 = **31**1
2 = **31**2
3 = **31**3

...

33
0 = **33**0
1 = 331
2 = 332
3 = 333

100
0 = **100**0
1 = **100**1
2 = **100**2
3 = **100**3

...

223
0 = 2230
1 = 2231
2 = 2232
3 = 2233

...

333
0 = 3330
1 = 3331
2 = 3332
3 = 3333

...

Base 4 e Operações

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	10_4
2	2	3	10_4	11_4
3	3	10_4	11_4	12_4

x	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	10_4	12_4
3	0	3	12_4	21_4

Exemplo:

$$\left.\begin{array}{r} 23_4 \\ \underline{12_4} \end{array}\right\} \text{ parcelas}$$

$$101_4 \Longrightarrow \text{soma}$$

Outros exemplos

a.1)	a.2)	a.3)
$\begin{array}{r} 32_4 \\ \underline{11_4} \\ 103_4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 123_4 \\ \underline{101_4} \\ 230_4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 123_4 \\ \underline{321_4} \\ 1110_4 \end{array}$

Exemplo de Multiplicação:

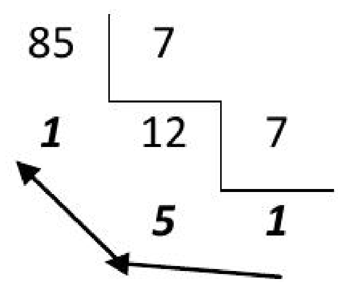
$$\left.\begin{array}{r} 23_4 \\ \underline{3_4} \end{array}\right\} \text{fatores}$$

$$201_4 \Rightarrow \text{produto}$$

Outros exemplos

b.1) 21_4	b.2)20_4	b.3) 323_4
$\underline{10_4}$	$\underline{20_4}$	$\underline{3_4}$
210_4	1000_4	2301_4

Relembrando a conversão:



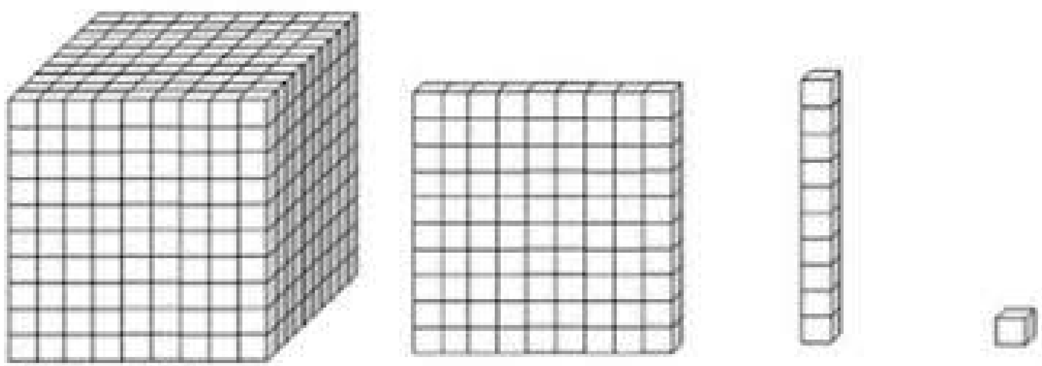
Assim 85 = 151_7

Tábuas de operações em Base 7

+	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	10_7
2	2	3	4	5	6	10_7	11_7
3	3	4	5	6	10_7	11_7	12_7
4	4	5	6	10_7	11_7	12_7	13_7
5	5	6	10_7	11_7	12_7	13_7	14_7
6	6	10_7	11_7	12_7	13_7	14_7	15_7

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	11_7	13_7	15_7
3	0	3	6	12_7	15_7	21_7	24_7
4	0	4	11_7	15_7	22_7	26_7	33_7
5	0	5	13_7	21_7	26_7	24_7	42_7
6	0	6	15_7	24_7	33_7	42_7	51_7

Material Dourado
Adaptação para outras bases



Para explorar outros recursos:
http://www.calculadoraonline.com.br/conversao-bases

Construindo analogias em diferentes bases

$643{,}17 = 6x100 + 4x10 + 3x1 + 1x0{,}1 + 7x0{,}01$

$= 6x10^2 + 4x10^1 + 3x10^0 + 1x10^{-1} + 7x10^{-2}$

-

$103{,}12_4 = 1x4^2 + 0x4^1 + 3x4^0 + 1x4^{-1} + 2x4^{-2}$

Construindo analogias em diferentes bases

“Em base 10, um número natural é par se, e somente se, o algarismo das unidades desse número for par.”

- O mesmo ocorre na base 9? Por que é válido na base 10?

“Em base 10, um número natural é divisível por 5 se, e somente se, o algarismo das unidades desse número for 0 ou 5”

Construindo analogias em diferentes bases

"Um número é par se, e somente se, o algarismo das unidades desse número for par."

Um número qualquer, *abcd,* na base dez, pode ser representado como:

$ax10^3 + bx10^2 + cx10^1 + dx10^0$

$1000a + 100b + 10c +$ **d**

Para exercitar as operações:

- Adição:

a.1) 54_7 $\underline{35_7}$

a.2) 106_7 $\underline{11_7}$

a,3) 610_7 $\underline{66_7}$

- Multiplicação:

b.1) 655_7 $\underline{3}$

b.2) 200_7 $\underline{6}$

- Representar os números (em base 10) nas respectivas bases:

c.1) 66 em base 12   c.2) 3287 em base 7   c.3) 200 em base 3

- Construir as tábuas de adição e multiplicação em base 8.