$\frac{1}{\sqrt{2}m} < \frac{1}{m} < b-a$

L2-16c)
rascunho

Na monitoria, eu dei a ideia de como mostrar que a<m/(n√2)<b, o que é diferente do que o enunciado pede. Pensei agora em 2 formas de contornar isso:

1.temos que 1/(√2)=(√2)/2, daí m/(n√2)=(m√2)/(2n), que é da forma que o enunciado pede (n'=2n)

2.Pela propriedade arquimediana, existe m t.q. √2<m(b-a), então √2/m<b-a, e creio que daí sai da forma do enunciado.

$$\underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}\cdot m} < \frac{1}{m}} < b-a \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}\cdot m} < b-a$$

$$m^2 < 2m^2 = m^2 + m^2 \Rightarrow \frac{1}{2m^2} < \frac{1}{m^2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}m} < \frac{1}{m}$$

$$\frac{1}{m} < \frac{\sqrt{2}}{m}$$

~~ma < n~~

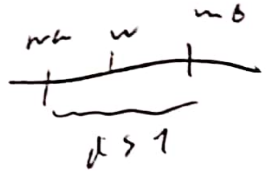
$ma < n < mb$

P

$\underbrace{\qquad\qquad}_{< 1}$

L2-16c)
rascunho

$m_a < m_b$, $m_b - m_a > 1$

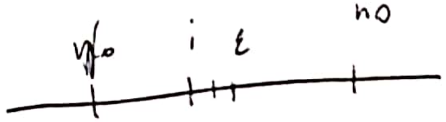


$\exists n \in \mathbb{N}$ t.q. $m_a < n$ //

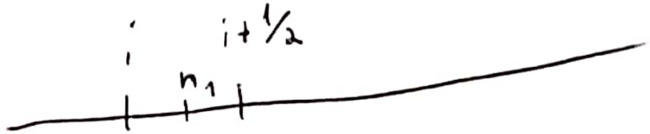
$K = \{n \in \mathbb{N} : n \geq m_a\} \neq \emptyset$

$\Downarrow$

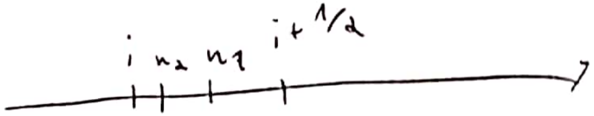
$\exists \inf K \sim \min$



$\exists n_0 \in \min K$



$m_a < n_0 < m_b$



$0 < n_1 - n_2 < \frac{1}{2}$ -

$m_a < m_b \leq n_0$

$m_a - 1 < m_b - 1 \leq n_0 - 1$

$n_1 < n$

$n_0 - 1 \geq m_b - 1 > m_b + m_a - m_b = m_a$

$\cancel{m_b - m_a < 1}$

$m_b - m_a > 1$

$-1 > m_a - m_b$

$\frac{1}{m} < b-a$

L2-16b)
raesolução

$\exists n \in \mathbb{N} \quad ma \leq n < mb$ #

Considere o conjunto $K = \{n \in \underline{\underline{\mathbb{N}}} : n \geq ma\}$. Esse conjunto é não-vazio, pois $\mathbb{N}$ é ilimitado. Logo, existe $i := \inf K$. Queremos, primeiramente, mostrar que $i = \min K$, ou seja, mostrar que $i \in K$.

I. Suponha p/ absurdo que $i \notin K$:

Como $i + 1/2 > i$, e $i := \inf K$, $\exists n_1 \in K$ t.q. $n_1 < i + 1/2$. Mas $i \notin K$, então $i < n_1$. Novamente pela propriedade do ínfimo, $\exists n_2 \in K$ t.q. $n_2 < n_1$.

Mas daí temos que $\underset{1}{i <} n_2 \underset{2}{<} n_1 \underset{3}{<} i + 1/2$

$-n_2 < -i$

$n_1 - n_2 \overset{3}{<} i + 1/2 - n_2 \overset{1}{<} i + 1/2 - i = 1/2 \Rightarrow n_1 - n_2 < 1/2$. Absurdo! Pois $n_1 - n_2 \in \mathbb{N}$,

e $0 < n_1 - n_2 < 1/2$.

$\Rightarrow i \in K \Rightarrow \exists n_0 = \min K$
$\overset{\shortparallel}{i := \inf K}$

L2-16b)
resolução

$ma \leq n_0 < mb$?

é verdade, pois $n_0 \in K$

$\Rightarrow$ Suponha p/ absurdo, que $ma < mb \leq n_0$ (A)

$\frac{1}{m} < b-a \Rightarrow 1 < mb - ma \Rightarrow ma - mb < -1 \overset{(A)}{\Rightarrow} \cancel{mb} + ma - \cancel{mb} < n_0 - 1$

$\Rightarrow ma < n_0 - 1$ Absurdo! Pois $n_0 - 1 < n_0 = \min K$,

$K = \{ n \in \mathbb{N} : n_0 \geq ma \}$

Logo, de fato, $ma \leq n_0 < mb \Rightarrow a \leq \frac{n_0}{m} < b$

$\Rightarrow a \leq \frac{n_0}{m} < b$

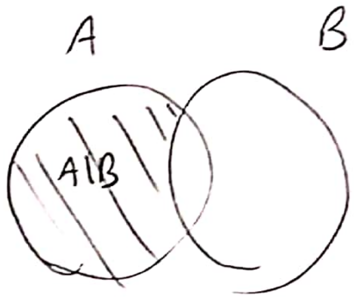
L2-16c)

ideia de como adaptar o item b)

$\frac{1}{\sqrt{2}m} < b - a \Rightarrow 1 < \sqrt{2}mb - \sqrt{2}ma$

$K = \{n \in \mathbb{N} : n > \sqrt{2}ma\}$

L3-1b)



~~A∪B~~

~~C=A~~ A é finito, B é enumerável.

Definan $C = A \setminus B = A - B = \{x \in A : x \notin B\}$

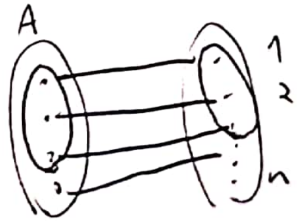
I. $A \setminus B \subseteq A$:

$x \in A\setminus B \overset{?}{\Rightarrow} x \in A$ ✓

II. A é finito, $A\setminus B \subseteq A$ então $A \setminus B$ é finito ✓

A é finito, $f: A \to \{1, \dots, n\}$ bijetora. Restringir a f ao $A \setminus B = C$

$g: C \to \{1, \dots, n\}$, $g(x) = f(x)\ \forall x \in C$



$\{1, \dots, n\}$

$\{1, 3, 7, 7\}$.

$((A\setminus B)\cup B) = A\cup B$ L3-1b)

$\underbrace{A\setminus B}_{C}$

$C\cup B \subseteq A\cup B$ (Δ)

$C\cup B \supseteq A\cup B$ (∇)

$\Rightarrow$ (Δ) $x\in C\cup B \Rightarrow \underbrace{x\in C}_{A\setminus B}$ ou $x\in B \Rightarrow \underbrace{(x\in A \text{ e } x\notin B)}_{x\in A}$ ou $\underbrace{x\in B}$

$x\in A \Downarrow x\in A\cup B$ $\quad x\in B \Downarrow x\in A\cup B$

$A\subseteq A\cup B$

$C\cup B\subseteq A\cup B$.

$\Rightarrow$ (∇) $A\cup B \overset{?}{\subseteq} C\cup B$

$x\in A\cup B \Rightarrow x\in A$ ou $x\in B$ $\quad (B\subseteq B\cup C)$

No caso em que $x\in B$, então $x\in B$ então $x\in B\cup C$

No caso em que $x\notin B$, então x tem que pertencer a $\underline{A}$, ou seja,

$x\in A\setminus B = C \subseteq C\cup B$

Em todo caso, mostramos que $A\cup B\subseteq C\cup B$.

(Δ) + (∇) $\Rightarrow C\cup B = A\cup B$

C é finito, ~~$B \cap A = \emptyset$~~ A

$C \cap B = \emptyset$

$A \setminus B$

L3-1b)

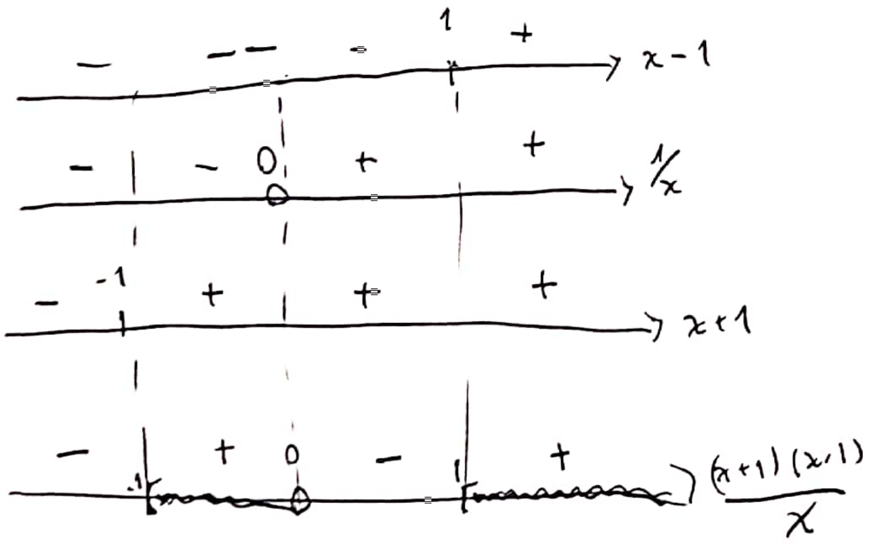
a) $\Rightarrow$ $C \cup B$ é enumerável

$A \cup B$

L2-9h)

$D = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0, \ \frac{1}{x} \leq x\} = [-1, 0) \cup [1, +\infty)$

$x \geq \frac{1}{x} \iff x - \frac{1}{x} \geq 0 \iff \frac{x^2 - 1}{x} \geq 0 \iff \frac{(x+1)(x-1)}{x} \geq 0$



Pelas regras de sinal

$a \geq 0, b \geq 0 \Rightarrow a \cdot b \geq 0$

$a \geq 0, b < 0 \Rightarrow a b < 0$

$-1 < m \Rightarrow -1 < \frac{-1+m}{2} < m$ $\quad -1 = \inf D$

$\Uparrow$

D

$\cancel{-1 = \max D}$?

$-1 = \min D$: $-1 \leqslant$

L2-9h)

$D = [-1, 0) \cup [1, +\infty)$

$n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in D$ $\quad n \geqslant 1 \Rightarrow n \in [1, +\infty) \subseteq D$

$\mathbb{N} \subseteq D$, $\mathbb{N}$ é ilimitado.

Assumindo p/ absurdo $K > 0$ $\quad \forall d \in D \quad d \leqslant K \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N} \quad n \leqslant K \Rightarrow \mathbb{N}$ limitados. Absurdo!

$\Rightarrow D$ é ilimitado superiormente