

Modelo Schumpeteriano

Mauro Rodrigues (USP)

2020

Introdução

- Motivação: entender progresso técnico, inovação tecnológica
- Como no modelo de Romer, indivíduos realizam inovação de maneira deliberada, incentivados pela busca de lucros
- Diferentemente do modelo de Romer, progresso técnico não advém da introdução de novos bens
 - ▶ Número de bens é **fixo** $\Rightarrow$ inovação corresponde à introdução de versões mais eficientes (ou de melhor qualidade) do mesmo bem
 - ▶ Inovação vertical, *quality ladder*
- Produtor mais eficiente torna-se monopolista no mercado
 - ▶ Pesquisa motivada por se tornar mais eficiente que os rivais, na tentativa de alcançar rendas de monopólio

Introdução

- Modelo desenvolvido por Phillippe Aghion e Peter Howitt
- Baseado em ideias de Joseph Schumpeter (1883-1950)
- Destruição criativa: inovação gera tecnologia mais moderna, que torna obsoleta a tecnologia atual
- Referência da aula:
 - ▶ Aghion and Howitt. *The Economics of Growth*, cap. 4.
- Vídeo: The evolution of the desk
 - ▶ <https://youtu.be/Hd0fIz-Rtb8>

Estrutura do modelo

- Tempo discreto: $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$
- Bem final
 - ▶ Produzido com trabalho e um único bem intermediário
 - ▶ Pode ser usado para consumo ou para a produção do bem intermediário (análogo a investimento)
 - ▶ Concorrência perfeita
- Bem intermediário
 - ▶ Produzido por um monopolista, i.e., produtor com tecnologia mais eficiente
- Pesquisa
 - ▶ Potenciais entrantes realizando pesquisa, com o objetivo de tornarem mais eficientes que o incumbente (capturando ganhos de monopólio)

Bem Final

- Função de produção do bem final

$$Y_t = [z_t x_t^\alpha] L_t^{1-\alpha}$$

- ▶ L_t : trabalho
 - ★ Em equilíbrio igual à força de trabalho, pois apenas o bem final usa trabalho
 - ▶ x_t : bem intermediário
 - ★ Há apenas um bem intermediário (inovação vertical)
 - ▶ z_t : nível tecnológico do bem intermediário (qualidade)
- Inovação: aumento em z_t , resultado de pesquisa
 - ▶ Introdução de uma nova versão do bem intermediário, de melhor qualidade

Bem Final

- Redefina

$$z_t = A_t^{1-\alpha}$$

- Podemos então reescrever a função de produção do bem final:

$$Y_t = [A_t^{1-\alpha} x_t^\alpha] L_t^{1-\alpha} = x_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}$$

- Suponha concorrência perfeita nesse setor:
 - ▶ Firms decidem quanto produzir e contratar de insumos, dados o salário (w_t), preço (p_t) e qualidade (A_t) do bem intermediário
- Preço do bem final normalizado em 1

Bem Final

- Problema da firma:

$$\max_{L_t, x_t} \{ x_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} - w_t L_t - p_t x_t \}$$

- Condições de primeira ordem:

$$x_t : \alpha x_t^{\alpha-1} (A_t L_t)^{1-\alpha} - p_t = 0$$

$$L_t : (1-\alpha) x_t^\alpha (A_t L_t)^{-\alpha} A_t - w_t = 0$$

- Demanda pelo bem intermediário:

$$\alpha x_t^{\alpha-1} (A_t L_t)^{1-\alpha} = p_t \tag{1}$$

Bem Intermediário

- Há um monopolista produzindo o único bem intermediário
- Utiliza bem final como insumo
- Função de produção linear:
 - ▶ Para cada unidade produzida de x , utiliza-se 1 unidade do bem final
 - ▶ Função custo linear (preço do bem final = 1):

$$C(x_t) = x_t$$

- ▶ Custo médio e custo marginal constantes e iguais a 1:

$$CMe = CMg = 1$$

- Produtor maximiza lucro, tomando como dada a curva de demanda (eq. (1))

Bem intermediário

- Problema do produtor do bem intermediário:

$$\max_{p_t, x_t} \left\{ p_t x_t - \underbrace{C(x_t)}_{= x_t} : p_t = \alpha x_t^{\alpha-1} (A_t L_t)^{1-\alpha} \right\}$$

- Substituindo a restrição:

$$\max_{x_t} \{ \alpha x_t^{\alpha} (A_t L_t)^{1-\alpha} - x_t \}$$

- Condição de primeira ordem:

$$\alpha \left[\underbrace{\alpha x_t^{\alpha-1} (A_t L_t)^{1-\alpha}}_{= p_t} \right] - 1 = 0$$

- Logo:

$$p_t = \frac{1}{\alpha}$$

Bem intermediário

- Usando a demanda pelo bem intermediário (eq. (1)):

$$\alpha x_t^{\alpha-1} (A_t L_t)^{1-\alpha} = p_t = 1/\alpha$$

- Logo, produto é dado por:

$$\begin{aligned} x_t^{\alpha-1} &= \frac{1}{\alpha^2} (A_t L_t)^{\alpha-1} \\ x_t &= \alpha^{2/(1-\alpha)} A_t L_t \end{aligned}$$

- Lucro do monopolista:

$$\begin{aligned} \pi_t &= p_t x_t - x_t = (p_t - 1) x_t \\ &= \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \alpha^{2/(1-\alpha)} A_t L_t \end{aligned}$$

- Ou:

$$\pi_t = \rho A_t L_t, \quad \rho = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \alpha^{2/(1-\alpha)} \quad (2)$$

Produto

- Portanto, produto e lucro do produtor intermediário são proporcionais a $A_t L_t$
 - ▶ Produtores mais eficientes (maior A_t) têm lucro mais alto
- Para referência futura, note que o produto da economia também é proporcional a $A_t L_t$:

$$\begin{aligned} Y_t &= x_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} = [\alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} (A_t L_t)^\alpha] (A_t L_t)^{1-\alpha} \\ &= \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} A_t L_t \end{aligned}$$

- Renda per capita:

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} A_t$$

- ▶ Cresce somente em função de mudanças em A_t
 - ▶ Progresso técnico endógeno
- Suporemos que a força de trabalho é constante e igual a L :

$$L_t = L$$

Inovação

- Em cada período t , um empreendedor tem a oportunidade de realizar uma inovação, via esforço de pesquisa
- Caso tenha sucesso, produzirá uma versão do bem intermediário, mais produtiva que a versão atual

$$A_t = \gamma A_{t-1}, \gamma > 1$$

- ▶ A_{t-1} : qualidade da versão atual do bem intermediário
- ▶ A_t : qualidade na nova versão do bem intermediário, caso esforço de pesquisa tenha sucesso
- Se empreendedor tiver sucesso, a nova versão substitui a versão anterior, tornando-a obsoleta (destruição criativa)
 - ▶ Empreendedor passa a ser monopolista nesse mercado
- Caso esforço de inovação fracasse, inovação não ocorre e produtividade permanece no nível anterior:

$$A_t = A_{t-1}$$

Inovação

- Esforço de pesquisa tem sucesso com probabilidade μ_t ; fracassa com probabilidade $1 - \mu_t$
- Logo:

$$A_t = \begin{cases} A_t^* = \gamma A_{t-1}, & \text{com prob. } \mu_t \\ A_{t-1}, & \text{com prob. } 1 - \mu_t \end{cases}$$

- Esforço de pesquisa afeta a probabilidade de sucesso

$$\mu_t = \phi \left(\frac{R_t}{A_t^*} \right)$$

- ▶ R_t : gasto com pesquisa
- ▶ A_t^* : nível de produtividade que se deseja alcançar

Inovação

- Probabilidade crescente no esforço de pesquisa:

$$\phi' \left(\frac{R_t}{A_t^*} \right) > 0$$

- Retornos marginais decrescentes:

$$\phi'' \left(\frac{R_t}{A_t^*} \right) < 0$$

- Defina:

$$n_t = \frac{R_t}{A_t^*}$$

Inovação

- Caso particular:

$$\phi(n) = \lambda n^{\sigma}, 0 < \sigma < 1$$

- ▶ $\phi(0) = 0$ – sem pesquisa, prob. de inovar é igual a zero
- ▶ Caso n seja suficientemente alto, prob. igual a 1

$$\phi(\bar{n}) = \lambda \bar{n}^{\sigma} = 1 \implies \bar{n} = (1/\lambda)^{1/\sigma}$$

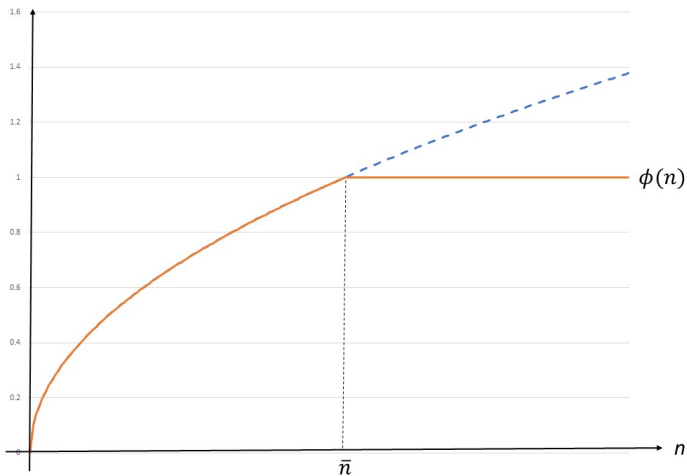
- ▶ Para $n \geq \bar{n}$, $\phi(n) = 1$
 - ★ Como esforço de inovação é custoso, n_t nunca será superior a $\bar{n}$

- Além disso:

$$\phi'(n) = \lambda \sigma n^{\sigma-1} > 0$$

$$\phi''(n) = \lambda \sigma (\sigma - 1) n^{\sigma-2} < 0$$

Figura: Caso particular da função $\mu = \phi(n)$



Inovação

- Caso tenha sucesso no esforço de pesquisa, empreendedor torna-se monopolista do bem intermediário (com produtividade A_t^*)
 - ▶ Recebe lucro de acordo com eq. (2):

$$\pi_t^* = \rho A_t^* L, \quad \rho = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \alpha^{2/(1-\alpha)}$$

- ▶ Por simplicidade, suponha que receba o lucro em apenas um período
- Caso não tenho sucesso, ganho é nulo
- Benefício esperado do esforço de pesquisa:

$$\phi(n_t)\pi_t^* + [1 - \phi(n_t)] \cdot 0 = \phi(n_t)\pi_t^*$$

- Custo de pesquisa é linear no gasto:

$$C(R_t) = R_t$$

- ▶ $CMe = CMg = 1$

Inovação

- Retorno esperado do esforço de pesquisa:

$$S_t = \phi(n_t)\pi_t^* - R_t = \phi(R_t/A_t^*)\rho A_t^* L - R_t$$

- Empreendedor escolhe R_t , de modo a maximizar o lucro esperado.
Condição de primeira ordem (supondo solução interior, com $n_t < \bar{n}$):

$$\frac{\partial S_t}{\partial R_t} = \phi'(\underbrace{R_t/A_t^*}_{=n_t}) \frac{1}{\color{red}{A_t^*}} \rho \color{red}{A_t^*} L - 1 = 0$$

- Nível ótimo de pesquisa:

$$\phi'(n_t) = \frac{1}{\rho L}$$

- Logo, $n_t = n$, constante no tempo, e dado implicitamente por:

$$\phi'(n) = \frac{1}{\rho L}$$

Inovação

- **Efeito escala:** quanto maior L , maior o esforço de pesquisa

$$\downarrow \phi'(n) = \frac{1}{\rho L \uparrow} \Rightarrow n \uparrow, \text{ dado que } \phi''(n) < 0$$

- Aumento no tamanho do mercado eleva lucro do produtor do bem intermediário, incentivando a atividade de pesquisa
- Eleva também frequência de inovações:

$$\uparrow \mu = \phi(n \uparrow), \text{ dado que } \phi'(n) > 0$$

- Para o caso particular $\phi(n) = \lambda n^\sigma$

$$\phi'(n) = \lambda \sigma n^{\sigma-1} = \frac{1}{\rho L}$$

$$n^{1-\sigma} = \rho L \lambda \sigma \Rightarrow n = (\rho L \lambda \sigma)^{1/(1-\sigma)}$$

- Além disso:

$$\mu = \phi(n) = \lambda (\rho L \lambda \sigma)^{\sigma/(1-\sigma)} = \lambda^{1/(1-\sigma)} (\rho L \sigma)^{\sigma/(1-\sigma)}$$

Taxa de crescimento

- Lembre que o produto per capita cresce em função de A_t
- Taxa de crescimento:

$$g_t = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}}$$

- Caso o esforço de pesquisa tenha sucesso, $A_t = A_t^* = \gamma A_{t-1}$

$$g_t = \frac{\gamma A_{t-1} - A_{t-1}}{A_{t-1}} = \gamma - 1$$

- Caso esforço de pesquisa não tenha sucesso, $A_t = A_{t-1}$

$$g_t = 0$$

Taxa de crescimento

- Usando o caso paramétrico:

$$g_t = \begin{cases} \gamma - 1, & \text{com prob. } \mu = \lambda^{1/(1-\sigma)}(\rho L \sigma)^{\sigma/(1-\sigma)} \\ 0, & \text{com prob. } 1 - \mu \end{cases}$$

- Taxa de crescimento média:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(g) &= (\gamma - 1)\mu + 0 \cdot (1 - \mu) \\ &= (\gamma - 1)\lambda^{1/(1-\sigma)}(\rho L \sigma)^{\sigma/(1-\sigma)} \end{aligned}$$

- Observação: caso tenhamos vários setores, a taxa de crescimento será mais estável no tempo
 - ▶ Alguns setores teriam inovação, outros não

Introduzindo competição

- Até o momento supomos que o produtor intermediário pode cobrar preços de monopólio, sem se preocupar com potenciais competidores
- Suponha agora que há um conjunto de potenciais produtores, que poderiam produzir o bem a um custo mais alto que o monopolista
 - ▶ Para esses produtores, $CMg = CMe = \chi > 1$
 - ▶ χ é uma medida da competição potencial
- Isso implica que o monopolista não poderá cobrar um preço mais elevado que χ
- Lembre que o preço de monopólio é $p_t = 1/\alpha$
 - ▶ Logo, se $1/\alpha \leq \chi$, modelo continua idêntico ao anterior
 - ▶ Mas se $1/\alpha > \chi$, então o produtor deve fixar o preço igual a χ

Introduzindo competição

- Focaremos nesse último caso:

$$p_t = \chi < \frac{1}{\alpha}$$

- ▶ Avaliaremos o impacto da intensidade da competição potencial (reduções em χ implicam mais competição)

- Utilizando a demanda pelo bem intermediário (eq. (1))

$$p_t = \alpha x_t^{\alpha-1} (A_t L)^{1-\alpha} = \chi$$

- Portanto o produto do setor é:

$$x_t^{\alpha-1} = \frac{\chi}{\alpha} (A_t L)^{\alpha-1} \Rightarrow x_t = \left(\frac{\alpha}{\chi} \right)^{1/(1-\alpha)} A_t L$$

- Lucro do produtor é:

$$\begin{aligned} \pi_t &= p_t x_t - x_t = (p_t - 1) x_t \\ &= (\chi - 1) \left(\frac{\alpha}{\chi} \right)^{1/(1-\alpha)} A_t L \end{aligned}$$

Introduzindo competição

- Retorno esperado do esforço de pesquisa:

$$S_t = \phi(\bar{n}_t)\pi_t^* - R_t = \phi(R_t/A_t^*)(\chi - 1) \left(\frac{\alpha}{\chi}\right)^{1/(1-\alpha)} A_t^* L - R_t$$

- Condição de primeira ordem com relação a R_t

$$\frac{\partial S_t}{\partial R_t} = \phi'(\underbrace{R_t/A_t^*}_{=n_t}) \frac{1}{A_t^*} (\chi - 1) \left(\frac{\alpha}{\chi}\right)^{1/(1-\alpha)} A_t^* L - 1 = 0$$

- Logo $n_t = n$ constante e dado implicitamente por:

$$\phi'(n) = \left(\frac{\chi}{\alpha}\right)^{1/(1-\alpha)} \frac{1}{(\chi - 1)L} \quad (3)$$

Introduzindo competição

- Agora avaliaremos como o esforço de pesquisa (n) varia em função do grau do competição potencial (χ)
- Aplique logs na eq. (3)

$$\ln \phi'(n) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \chi - \ln(\chi - 1) - (1-\alpha) \ln \alpha - \ln L$$

- Diferenciando totalmente (mantendo α e L constantes):

$$\frac{\phi''(n)}{\phi'(n)} dn = \left[\frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{\chi} - \frac{1}{\chi-1} \right] d\chi$$

- Logo:

$$\frac{\partial n}{\partial \chi} = \frac{\phi'(n)}{\phi''(n)} \left[\frac{\chi - 1 - (1-\alpha)\chi}{(1-\alpha)\chi(\chi-1)} \right]$$

Introduzindo competição

- Note que $\chi - 1 - (1 - \alpha)\chi = \chi - 1 - \chi + \alpha\chi = \alpha\chi - 1$. Assim:

$$\frac{\partial n}{\partial \chi} = \frac{\phi'(n)}{\phi''(n)} \left[\frac{\alpha\chi - 1}{(1 - \alpha)\chi(\chi - 1)} \right]$$

- Lembre que supomos $\chi < 1/\alpha$, então $\alpha\chi < 1$, de modo que o numerador da derivada é negativo. Além disso, como $\phi''(n) < 0$, segue que:

$$\frac{\partial n}{\partial \chi} > 0$$

- Ou seja, quanto maior χ (menor competição potencial), maior o esforço de pesquisa:
 - ▶ Maior a probabilidade de inovar (maior frequência de inovações)
 - ▶ Maior a taxa de crescimento média
- Mas um aumento em χ afeta negativamente o **nível** do produto por trabalhador

Introduzindo competição

- Função de produção do bem final:

$$Y_t = x_t^\alpha (A_t L)^{1-\alpha}$$

- Acima mostramos que:

$$x_t = \left(\frac{\alpha}{\chi} \right)^{1/(1-\alpha)} A_t L$$

- Combinando essas duas equações:

$$\begin{aligned} Y_t &= \left(\frac{\alpha}{\chi} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} (A_t L)^\alpha (A_t L)^{1-\alpha} \\ &= \left(\frac{\alpha}{\chi} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} A_t L \end{aligned}$$

- O produto por trabalhador é então:

$$y_t = \frac{Y_t}{L} = \left(\frac{\alpha}{\chi} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} A_t$$

Introduzindo competição

- Note que um aumento em χ (redução na competição potencial) leva a uma queda no nível do produto por trabalhador
- Temos então um tradeoff entre nível e taxa
- Incentivo dinâmico: menos competição implica maior lucro para o produtor do bem intermediário
 - ▶ Incentivo a empreendedores para inovar e “roubar” monopólio para si
- Mas há uma distorção estática, advinda do poder de mercado
 - ▶ Preço mais elevado, menor produção do bem intermediário