LOM3202 – CIRCUITOS ELÉTRICOS
AULA 8

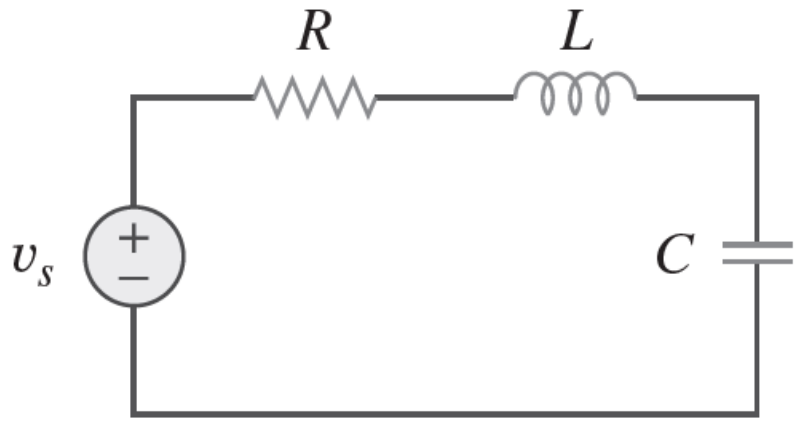
Prof. Dr. Emerson G. Melo

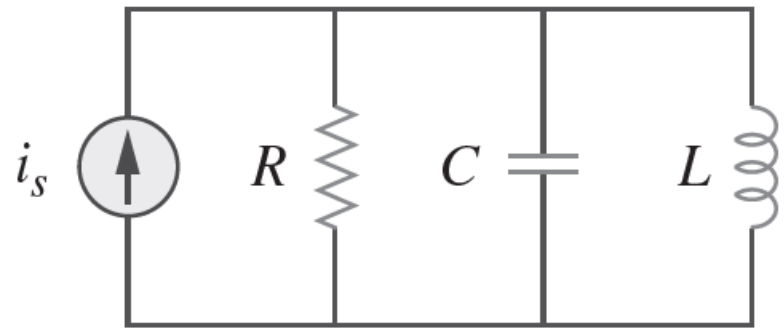
Sumário

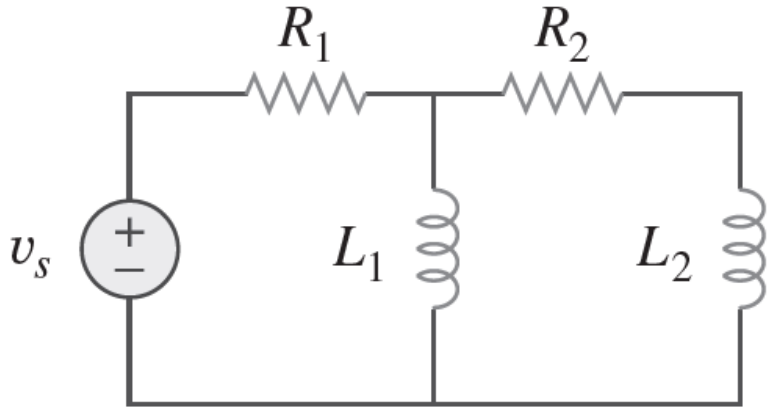
- Circuitos de Segunda Ordem;
- Circuitos RLC: Resposta Natural e Resposta à Função Degrau Unitário

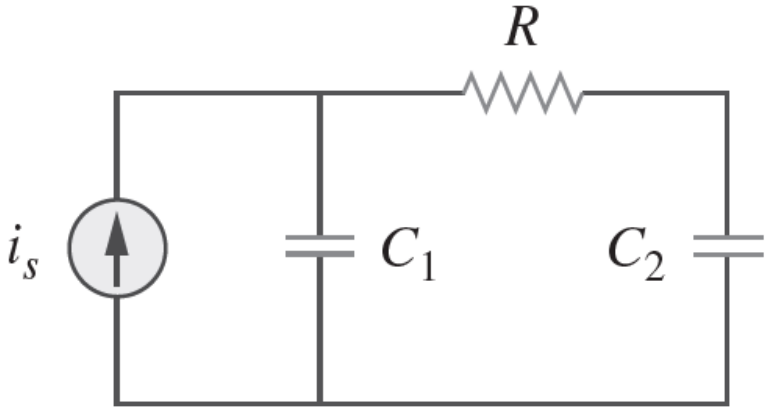
Circuitos de Segunda Ordem

- São circuitos formados pela associação entre resistores, capacitores e indutores;
- Suas respostas são descritas por equações diferenciais de segunda ordem.









Definição de condições iniciais e finais

- A solução para circuitos de segunda ordem requer que sejam definidas as condições iniciais e finais do circuito, ou seja, as tensões $v(0^+)$ e $v(\infty)$ no capacitor, assim como as corrente $i(0^+)$ e $i(\infty)$ no indutor.
- Também é necessário obter as derivadas da tensão ou corrente no instante inicial $dv(0^+)/dt$ e $di(0^+)/dt$.

Definição de condições iniciais e finais

- A solução para circuitos de segunda ordem requer que sejam definidas as condições iniciais e finais do circuito, ou seja, as tensões $v(0^+)$ e $v(\infty)$ no capacitor, assim como as corrente $i(0^+)$ e $i(\infty)$ no indutor.
- Também é necessário obter as derivadas da tensão ou corrente no instante inicial $dv(0^+)/dt$ e $di(0^+)/dt$.

A CORRENTE no INDUTOR tende a se manter constante

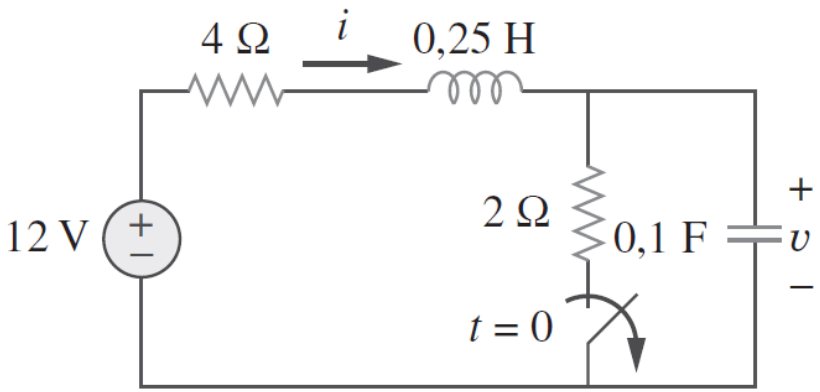
$$i(0^-) = i(0) = i(0^+)$$

A TENSÃO no CAPACITOR tende a se manter constante

$$v(0^-) = v(0) = v(0^+)$$

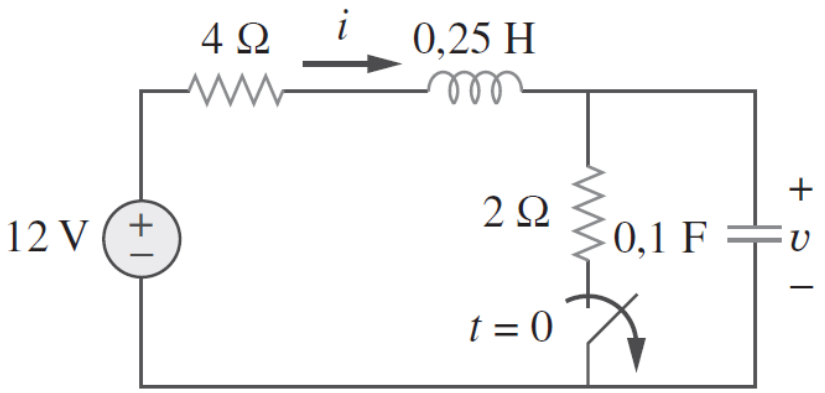
Definição de condições iniciais e finais

- Exemplo: Considerando que a chave permaneceu fechada por um longo tempo, determine: a) $i(0^+)$ e $v(0^+)$; b) $di(0^+)/dt$ e $dv(0^+)/dt$; c) $i(\infty)$ e $v(\infty)$.



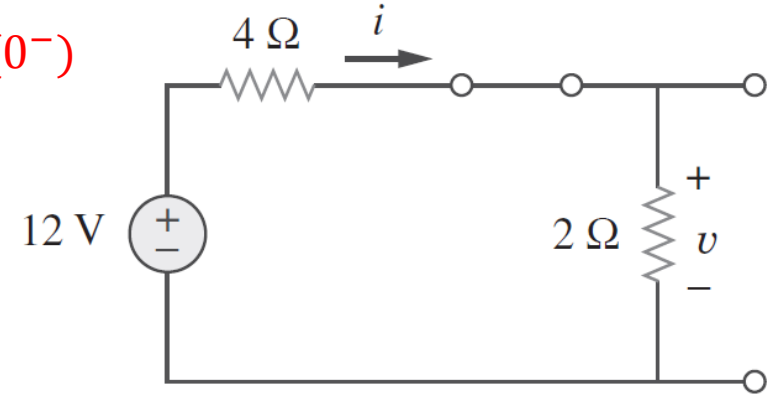
Definição de condições iniciais e finais

- Exemplo: Considerando que a chave permaneceu fechada por um longo tempo, determine: a) $i(0^+)$ e $v(0^+)$; b) $di(0^+)/dt$ e $dv(0^+)/dt$; c) $i(\infty)$ e $v(\infty)$.



Enquanto a chave permaneceu fechada:

$t(0^-)$



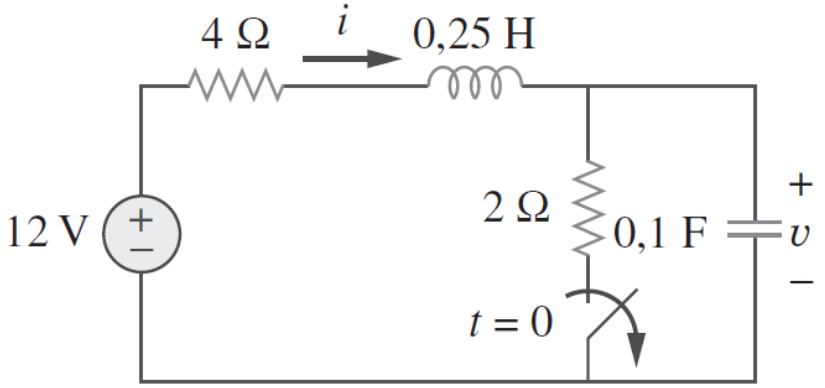
Definição da Tensão e Corrente Inicial

$$i(0^+) = i(0^-) = \frac{12}{4+2} = 2\ A$$

$$v(0^+) = v(0^-) = 2i(0^-) = 4\ V$$

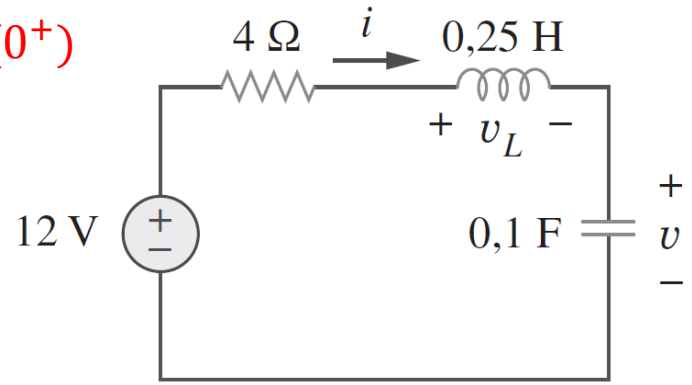
Definição de condições iniciais e finais

- Exemplo: Considerando que a chave permaneceu fechada por um longo tempo, determine: a) $i(0^+)$ e $v(0^+)$; b) $di(0^+)/dt$ e $dv(0^+)/dt$; c) $i(\infty)$ e $v(\infty)$.



No instante logo após a abertura da chave:

$t(0^+)$



Definição das Derivadas Iniciais de Tensão e Corrente

$i(0^+) = 2\ A$

$v(0^+) = 4\ V$

A CORRENTE no INDUTOR tende a se manter constante

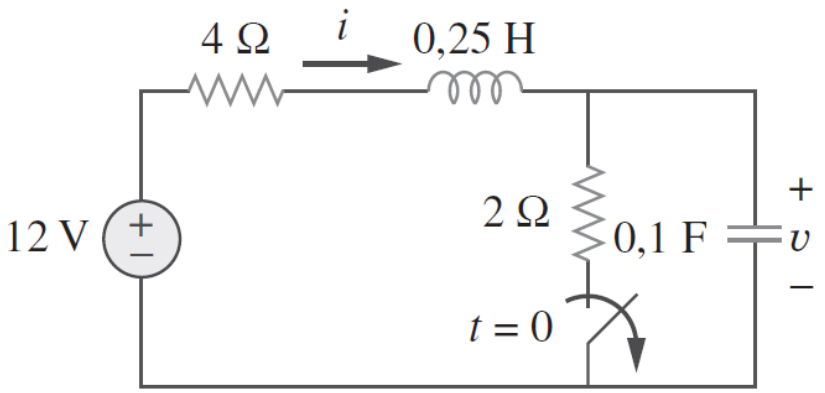
$$i(0^-) = i(0) = i(0^+)$$

$$i_C(0^+) = i(0^+) = 2\ A \qquad i_C(0^+) = C\frac{dv(0^+)}{dt} \qquad \frac{dv(0^+)}{dt} = \frac{i_C(0^+)}{C} \qquad \frac{dv(0^+)}{dt} = \frac{2}{0{,}1} = 20\ V/s$$

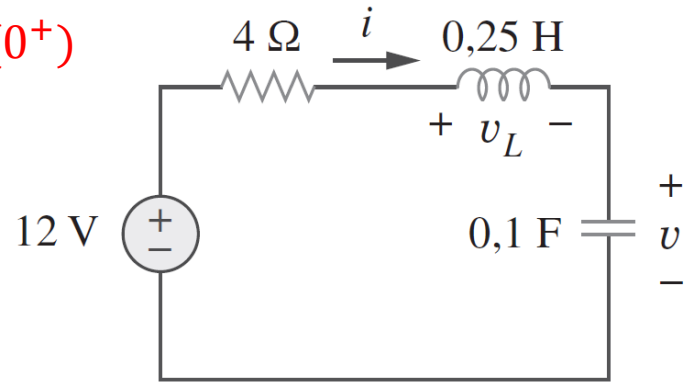
Definição de condições iniciais e finais

- Exemplo: Considerando que a chave permaneceu fechada por um longo tempo, determine: a) $i(0^+)$ e $v(0^+)$; b) $di(0^+)/dt$ e $dv(0^+)/dt$; c) $i(\infty)$ e $v(\infty)$.

No instante logo após a abertura da chave:



$t(0^+)$



Definição das Derivadas Iniciais de Tensão e Corrente

$i(0^+) = 2\ A$

$v(0^+) = 4\ V$

A TENSÃO no CAPACITOR tende a se manter constante

$$v(0^-) = v(0) = v(0^+)$$

LKT

$$-12 + 4i(0^+) + v_L(0^+) + v(0^+) = 0\ V$$

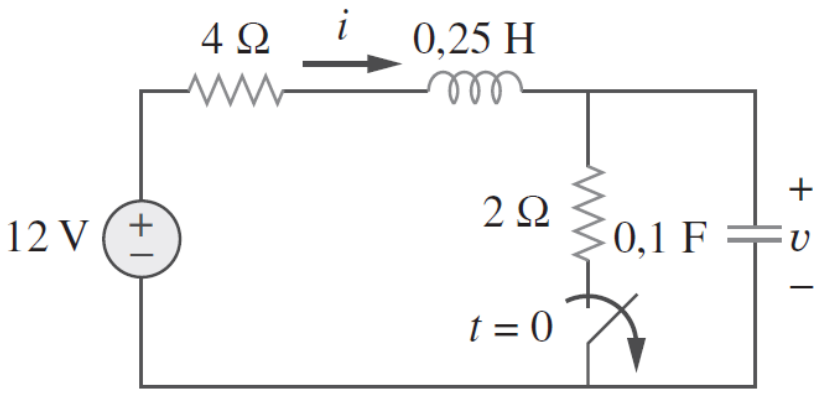
$$-12 + 4 \times 2 + v_L(0^+) + 4 = 0\ V$$

$$v_L(0^+) = 12 - 8 - 4 = 0\ V$$

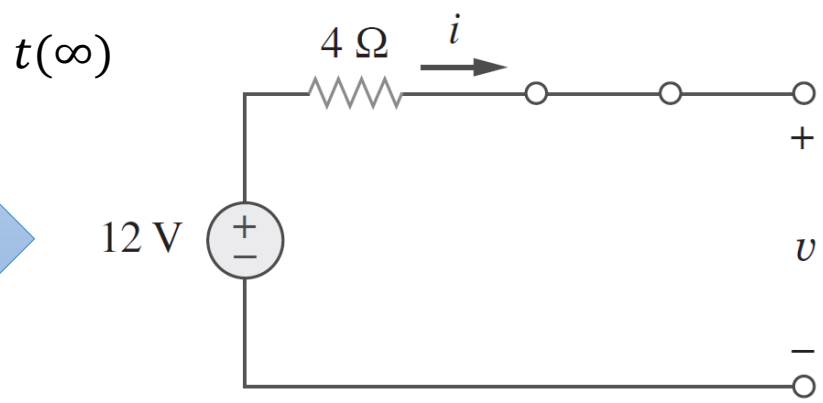
$$v_L(0^+) = L\frac{di(0^+)}{dt} \qquad \frac{di(0^+)}{dt} = \frac{v_L(0^+)}{L} \qquad \frac{di(0^+)}{dt} = \frac{0}{0{,}25} = 0\ A/s$$

Definição de condições iniciais e finais

- Exemplo: Considerando que a chave permaneceu fechada por um longo tempo, determine: a) $i(0^+)$ e $v(0^+)$; b) $di(0^+)/dt$ e $dv(0^+)/dt$; c) $i(\infty)$ e $v(\infty)$.



Após um longo tempo com a chave aberta:

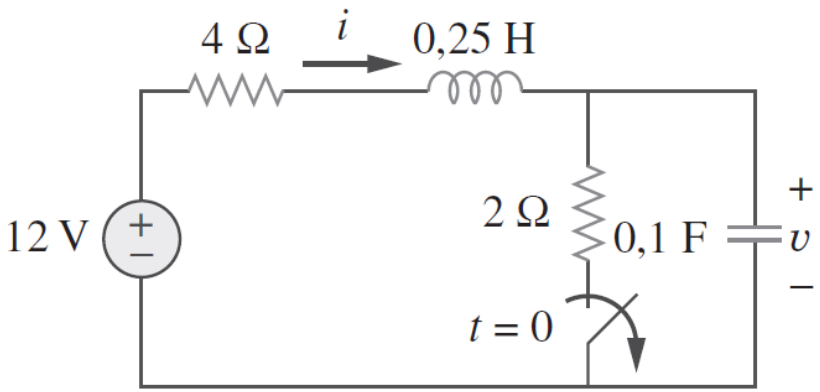


Definição da Tensão e Corrente Final

$i(\infty) = 0\ A$ $\qquad$ $v(\infty) = 12\ V$

Definição de condições iniciais e finais

- Exemplo: Considerando que a chave permaneceu fechada por um longo tempo, determine: a) $i(0^+)$ e $v(0^+)$; b) $di(0^+)/dt$ e $dv(0^+)/dt$; c) $i(\infty)$ e $v(\infty)$.



$i(0^+) = 2\ A$

$v(0^+) = 4\ V$

$$\frac{di(0^+)}{dt} = 0\ A/s$$

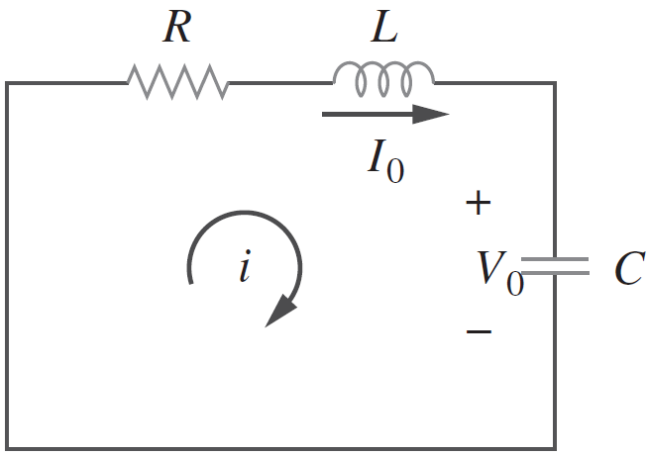
$$\frac{dv(0^+)}{dt} = 20\ V/s$$

$i(\infty) = 0\ A$

$v(\infty) = 12\ V$

Circuito RLC Série: Resposta Natural

- Resposta de um circuito RLC série sem fonte, considerando a corrente inicial I_0 e o capacitor carregado com tensão inicial V_0.



LKT

$$v_R + v_L + v_c = 0 \qquad v_R = Ri \qquad v_L = L\frac{di}{dt} \qquad v_c = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt$$

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left[Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt\right] = 0$$

$$R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C}i = 0$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0$$

Equação diferencial ordinária de segunda ordem

Circuito RLC Série: Resposta Natural

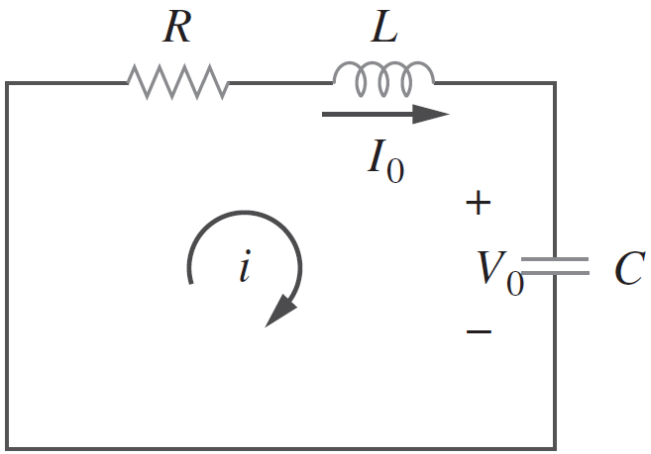
- Resposta de um circuito RLC série sem fonte, considerando a corrente inicial I_0 e o capacitor carregado com tensão inicial V_0.

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

Equação diferencial ordinária de segunda ordem

Função de teste

$$i(t) = Ae^{st}$$



$$\frac{d^2}{dt^2}(Ae^{st}) + \frac{R}{L}\frac{d}{dt}(Ae^{st}) + \frac{1}{LC}(Ae^{st}) = 0$$

$$As^2e^{st} + \frac{R}{L}(Ase^{st}) + \frac{1}{LC}(Ae^{st}) = 0$$

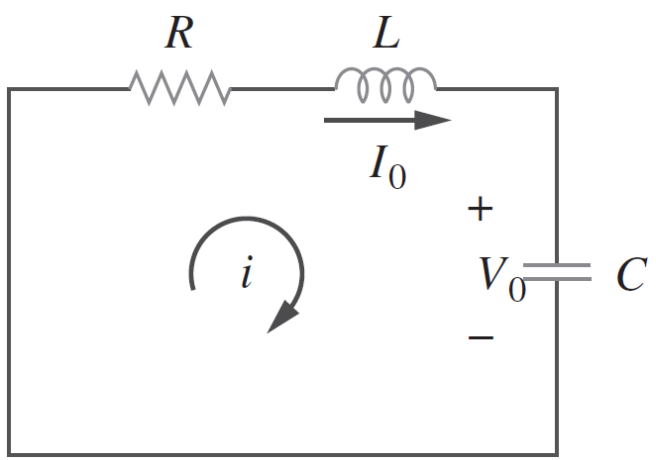
$$Ae^{st}\left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}\right) = 0$$

Equação Característica

$$s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$$

Circuito RLC Série: Resposta Natural

- Resposta de um circuito RLC série sem fonte, considerando a corrente inicial I_0 e o capacitor carregado com tensão inicial V_0.



Equação Característica

$$s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$$

$$a = 1$$

$$b = \frac{R}{L}$$

$$c = \frac{1}{LC}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}}}{2}$$

$$s_{1,2} = \frac{-R \pm L\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}}}{2L}$$

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}}$$

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{2^2}\left[\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}\right]}$$

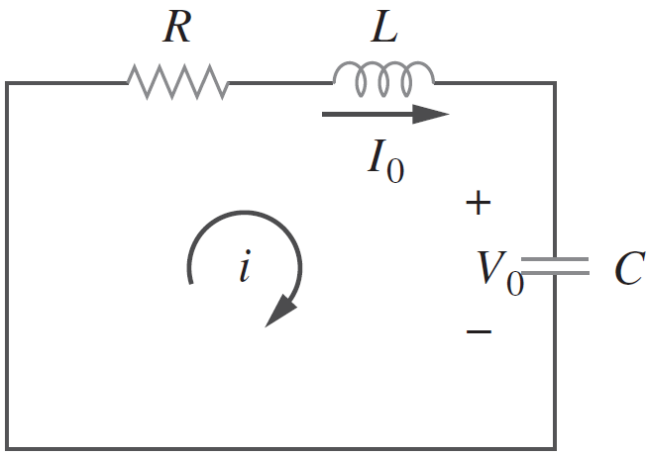
$$s_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$s_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Frequências Naturais

Circuito RLC Série: Resposta Natural

- Resposta de um circuito RLC série sem fonte, considerando a corrente inicial I_0 e o capacitor carregado com tensão inicial V_0.



$$s_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \qquad s_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Decaimento Exponencial ou Fator de Amortecimento (rad/s)

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

Frequência Ressonante ou Frequência Natural Não Amortecida (rad/s)

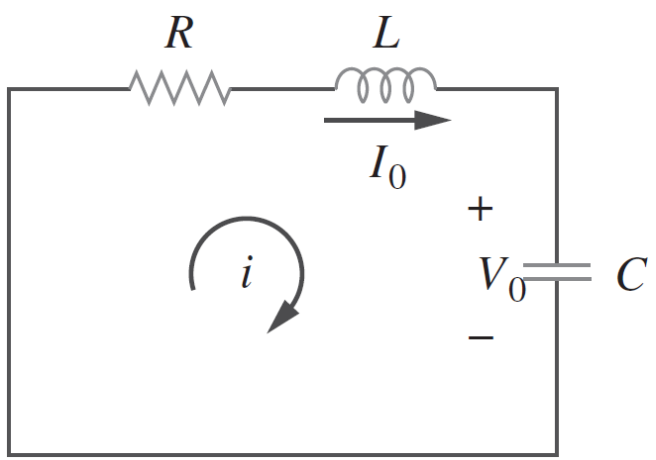
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Frequências Naturais

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2} \qquad s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2}$$

Circuito RLC Série: Resposta Natural

- Resposta de um circuito RLC série sem fonte, considerando a corrente inicial I_0 e o capacitor carregado com tensão inicial V_0.



$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2} \qquad s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2}$$

Duas soluções possíveis: $i_1 = A_1 e^{s_1 t}$ $\quad i_2 = A_2 e^{s_2 t}$

A solução total é combinação linear das soluções individuais!!

$$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

De acordo com os valores de α e ω_0 é possível inferir três tipos de soluções:

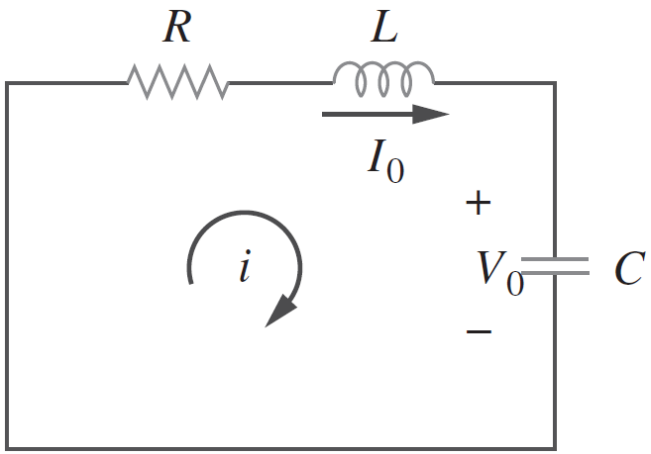
1. $\alpha > \omega_0$ — Amortecimento supercrítico: duas raízes reais e distintas
2. $\alpha = \omega_0$ — Amortecimento crítico: duas raízes reais e iguais
3. $\alpha < \omega_0$ — Subamortecimento: raízes complexas

Amortecimento supercrítico: $\alpha > \omega_0$

Ocorre quando: $C > \dfrac{4L}{R^2}$

Verificação: $\alpha = \dfrac{R}{2L}$ $\quad \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\frac{R}{2L} > \sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad \left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC} \qquad \frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC} \qquad \frac{R^2}{4L} > \frac{1}{C} \qquad C > \frac{4L}{R^2}$$

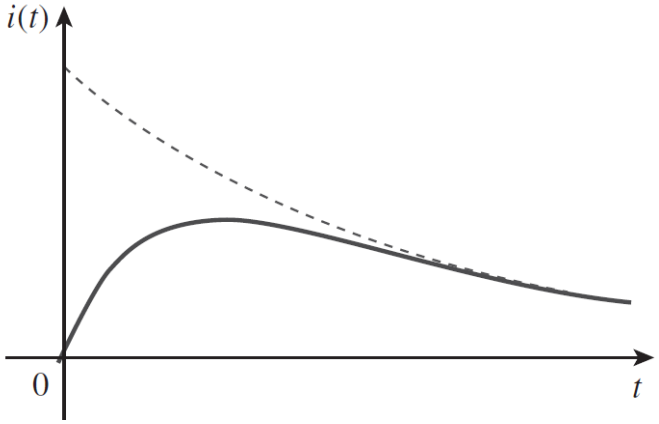


Nesse caso as raízes (frequências naturais) serão reais e negativas.

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2} < 0 \qquad s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2} < 0$$

$$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

A corrente decai exponencialmente à zero!!!

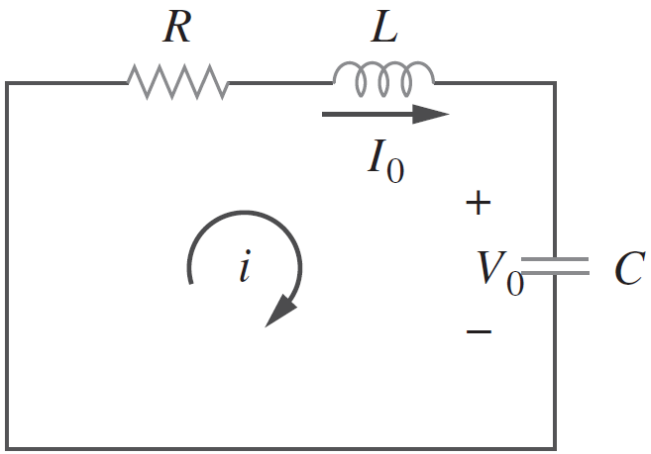


Amortecimento crítico : $\alpha = \omega_0$

Ocorre quando: $C = \dfrac{4L}{R^2}$

Verificação: $\alpha = \dfrac{R}{2L}$ $\quad \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\frac{R}{2L} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad \left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC} \qquad \frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC} \qquad \frac{R^2}{4L} = \frac{1}{C} \qquad C = \frac{4L}{R^2}$$



Nesse caso as raízes (frequências naturais) serão iguais à α.

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2} \qquad s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2} \qquad s_1 = s_2 = -\alpha$$

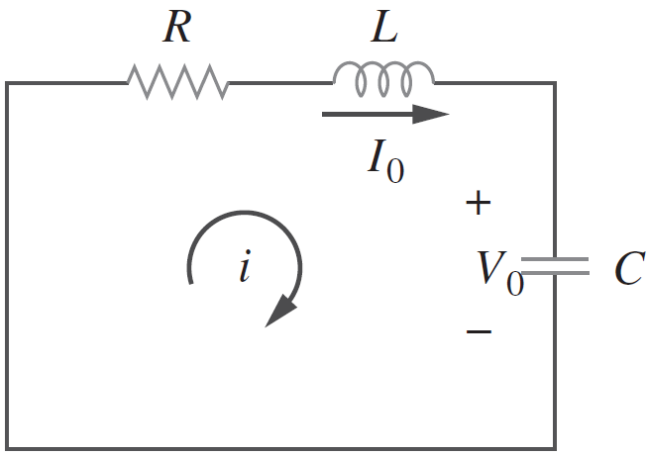
$$i(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 e^{-\alpha t} = (A_1 + A_2)e^{-\alpha t} = A_3 e^{-\alpha t}$$

Não é possível encontrar uma solução pois são necessárias duas constantes para definir as condições iniciais em uma equação diferencial de segundo grau!

Amortecimento crítico : $\alpha = \omega_0$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Ocorre quando: $C = \dfrac{4L}{R^2}$



Assim, partimos novamente da equação diferencial

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0 \quad = \quad \frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha\frac{di}{dt} + \alpha^2 i = 0 \quad = \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{di}{dt} + \alpha i\right) + \alpha\left(\frac{di}{dt} + \alpha i\right) = 0$$

$$f = \frac{di}{dt} + \alpha i \qquad \frac{df}{dt} + \alpha f = 0$$

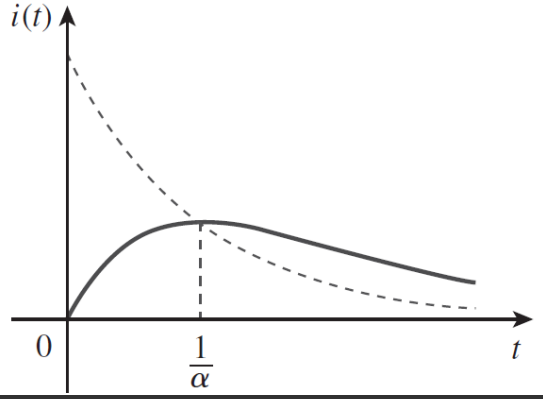
Possível Solução

$$f = A_1 e^{-\alpha t} \qquad \frac{di}{dt} + \alpha i = A_1 e^{-\alpha t}$$

$$e^{\alpha t}\frac{di}{dt} + \alpha e^{\alpha t} i = A_1 \qquad \frac{d}{dt}(e^{\alpha t} i) = A_1 \qquad \int \frac{d}{dt}(e^{\alpha t} i) = \int A_1$$

$$e^{\alpha t} i = A_1 t + A_2$$

$$i(t) = (A_1 t + A_2)e^{-\alpha t}$$

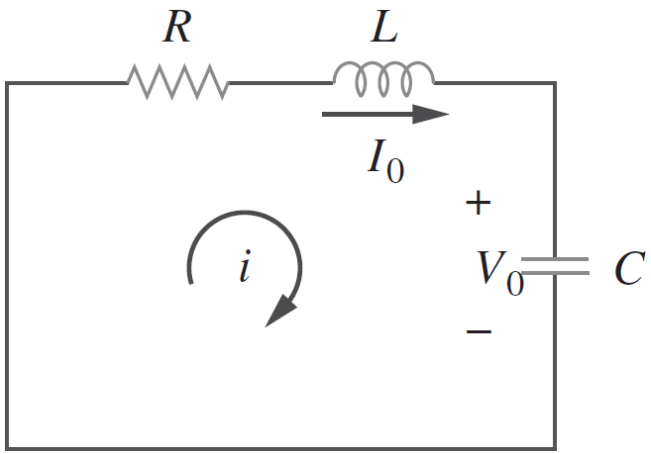


Subamortecimento : $\alpha < \omega_0$

Ocorre quando: $C < \frac{4L}{R^2}$

Verificação: $\alpha = \frac{R}{2L}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\frac{R}{2L} < \sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad \left(\frac{R}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC} \qquad \frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \qquad \frac{R^2}{4L} < \frac{1}{C} \qquad C < \frac{4L}{R^2}$$



Nesse caso as raízes (frequências naturais) serão complexas.

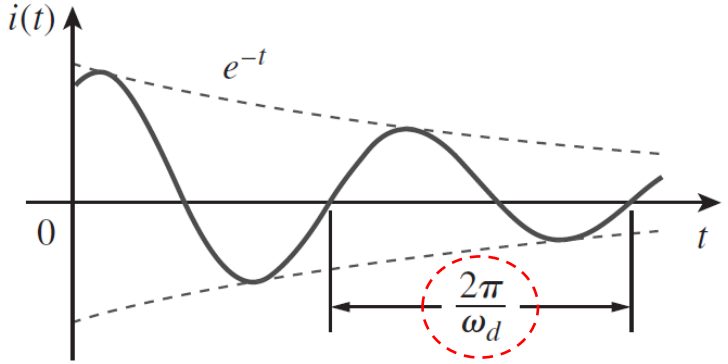
$$s_1 = -\alpha + \sqrt{-(\omega_0{}^2 - \alpha^2)} = -\alpha + j\omega_d \qquad s_2 = -\alpha - \sqrt{-(\omega_0{}^2 - \alpha^2)} = -\alpha - j\omega_d$$

Frequência Natural Amortecida $\omega_d = \sqrt{\omega_0{}^2 - \alpha^2}$

$$i(t) = A_1 e^{-(\alpha - j\omega_d)t} + A_2 e^{-(\alpha + j\omega_d)t}$$

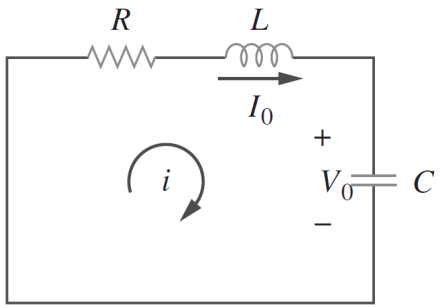
$$i(t) = e^{-\alpha t}\left(A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t}\right)$$

$$i(t) = e^{-\alpha t}(B_1 \cos \omega_d t + B_2 \sin \omega_d t)$$



Circuito RLC Série: Resposta Natural

Resumo



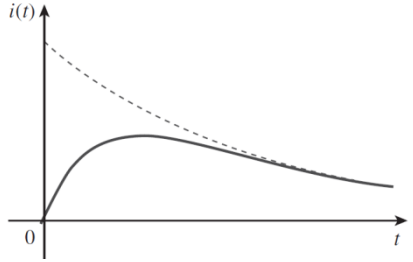
$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

O fator de amortecimento define a taxa na qual a resposta é amortecida. As perdas de energia se devem a presença da resistência R.

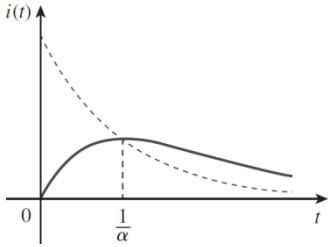
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

A frequência natural não amortecida define a taxa de transferência de energia entre os elementos de armazenamento (L e C).

1. Amortecimento supercrítico — $\alpha > \omega_0$ — $C > \frac{4L}{R^2}$ — $i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

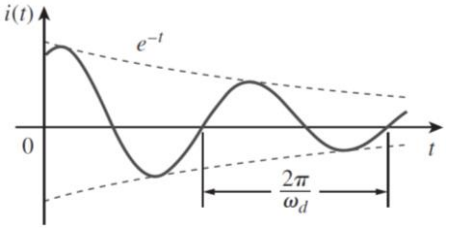


2. Amortecimento crítico — $\alpha = \omega_0$ — $C = \frac{4L}{R^2}$ — $i(t) = (A_1 t + A_2)e^{-\alpha t}$



3. Subamortecimento — $\alpha < \omega_0$ — $C < \frac{4L}{R^2}$ — $i(t) = e^{-\alpha t}\left(A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t}\right)$

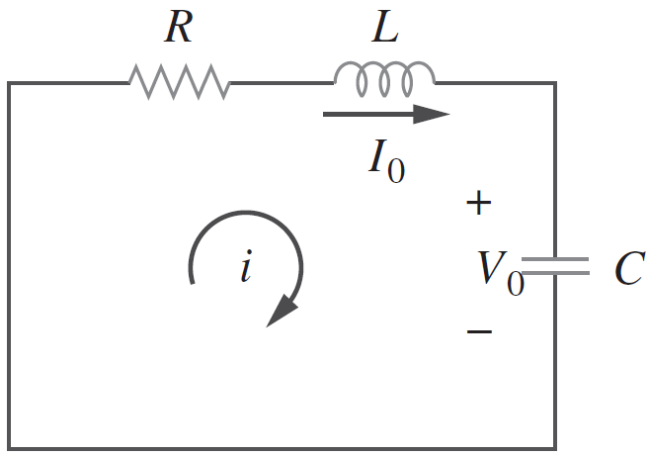
$$\omega_d = \sqrt{{\omega_0}^2 - \alpha^2}$$



Circuito RLC Série: Resposta Natural

- Exemplo 1: Considerando $R = 40\Omega$, $L = 4\ H$ e $C = 250\ mF$, determine as frequências naturais do circuito e o tipo de amortecimento.

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{40}{2 \times 4} = 5\ rad/s \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{4 \times 0{,}25}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1\ rad/s$$



Amortecimento supercrítico

$\alpha > \omega_0$

$5 > 1$

$C > \frac{4L}{R^2}$

$$0{,}25 > \frac{4 \times 4}{40^2} > 0{,}005$$

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2} = -5 + \sqrt{5^2 - 1^2} = -5 + \sqrt{24} = -5 + \sqrt{24} = -0{,}101$$

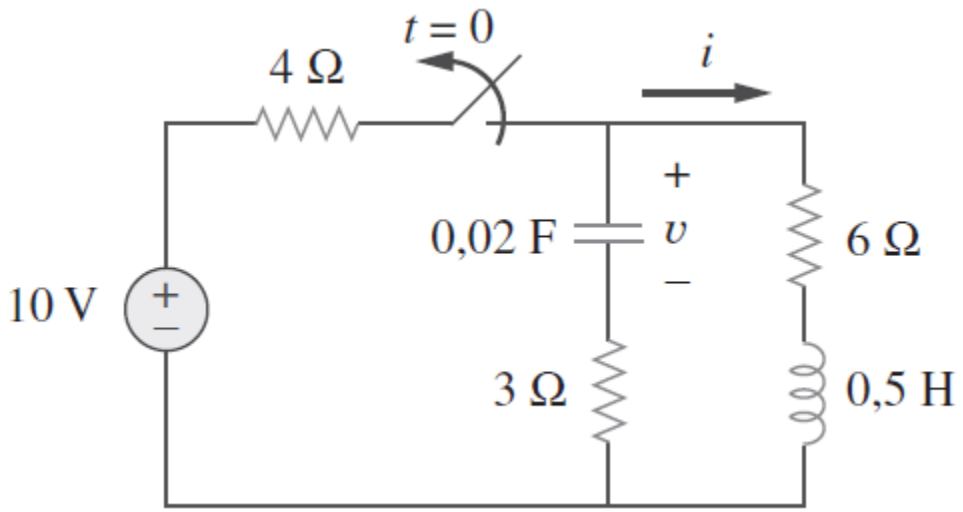
$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - {\omega_0}^2} = -5 - \sqrt{5^2 - 1^2} = -5 - \sqrt{24} = -5 - \sqrt{24} = -9{,}899$$

$$i(t) = A_1 e^{-0{,}101t} + A_2 e^{-9{,}899t}$$

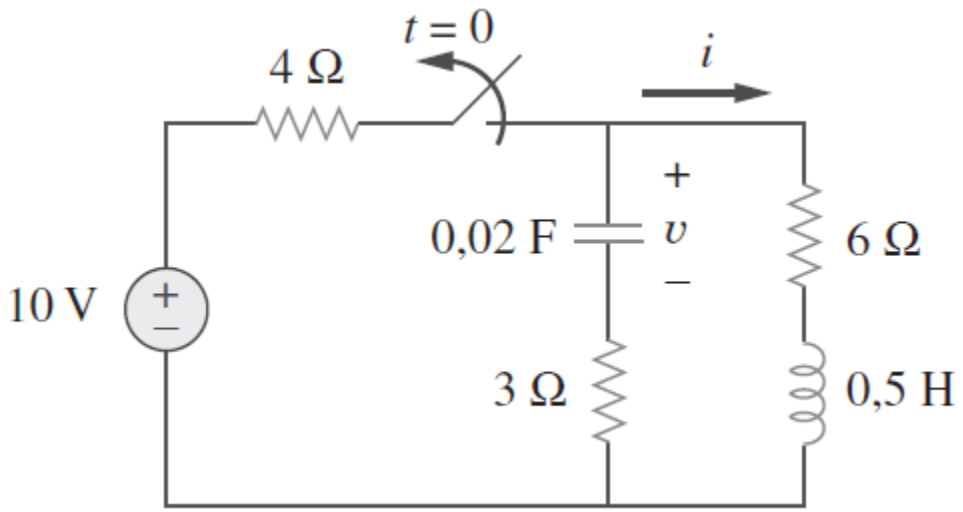
Necessário definir as condições iniciais para calcular A1 e A2

Circuito RLC Série: Resposta Natural

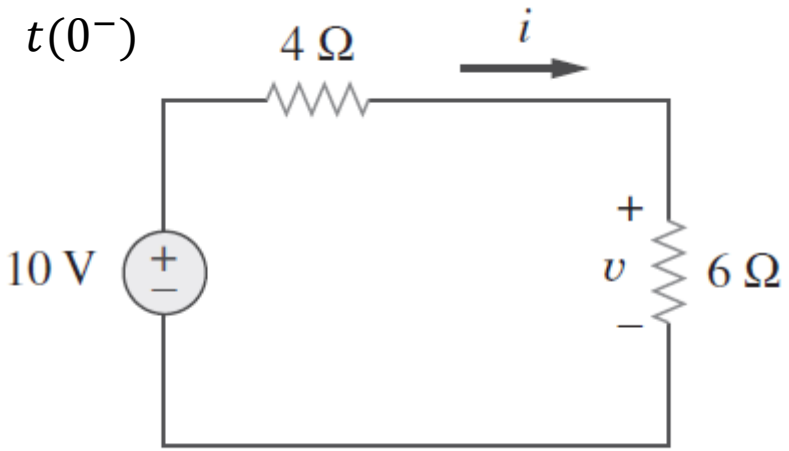
- Exemplo 2: Determinar a resposta $i(t)$ considerando que o circuito permaneceu com a chave fechada em $t(0^-)$.



- Exemplo 2: Determinar a resposta $i(t)$ considerando que o circuito permaneceu com a chave fechada em $t(0^-)$.



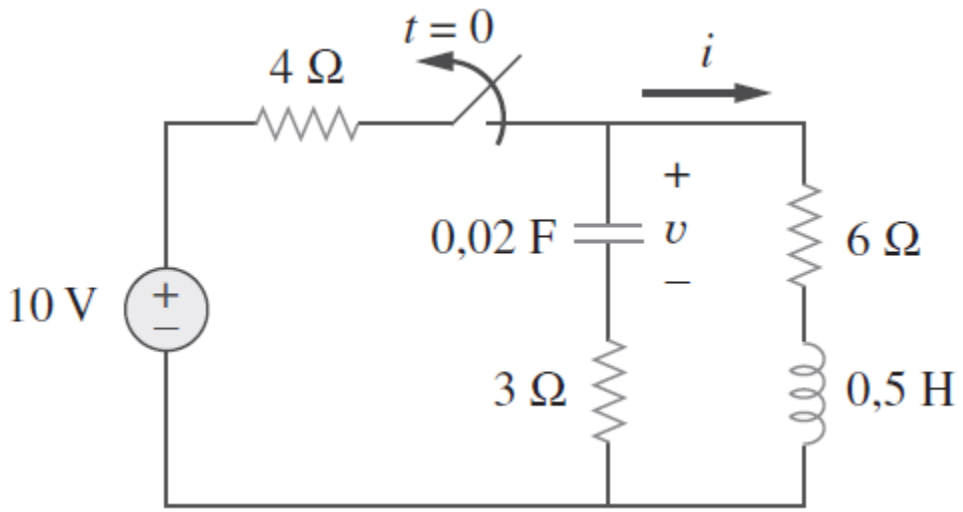
1 – Determinar as condições iniciais



$$i(0^+) = i(0^-) = \frac{10}{4+6} = 1\ A$$

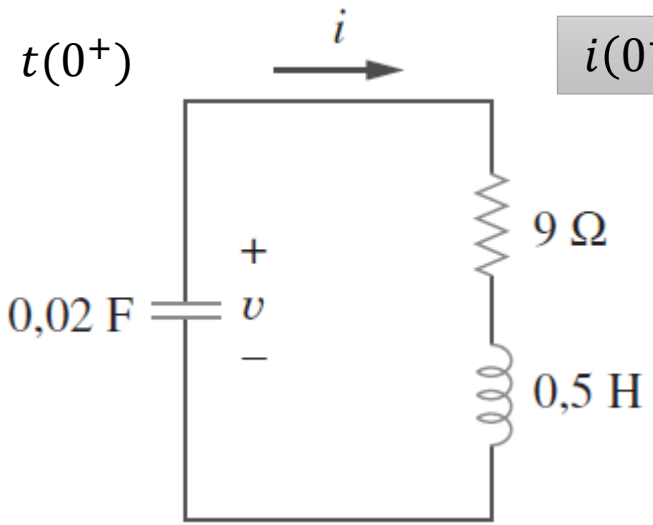
$$v(0^+) = v(0^-) = 6i(0^-) = 6\ V$$

- Exemplo 2: Determinar a resposta $i(t)$ considerando que o circuito permaneceu com a chave fechada em $t(0^-)$.



1 – Determinar as condições iniciais

$t(0^+)$



$i(0^+) = 1\ A$

$v(0^+) = 6\ V$

$$\frac{dv(0^+)}{dt} = \frac{i_C(0^+)}{C}$$

$$\frac{dv(0^+)}{dt} = \frac{1}{0{,}02} = 50\ V/s$$

LKT

$$9i(0^+) + v_L(0^+) - v(0^+) = 0\ V$$

$$v_L(0^+) = -9 + 6 = -3\ V$$

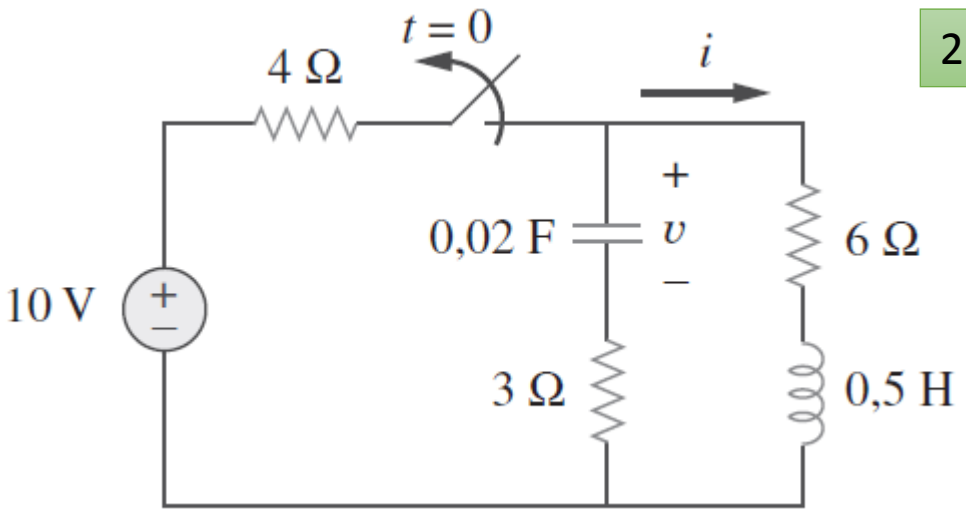
$$\frac{di(0^+)}{dt} = \frac{v_L(0^+)}{L}$$

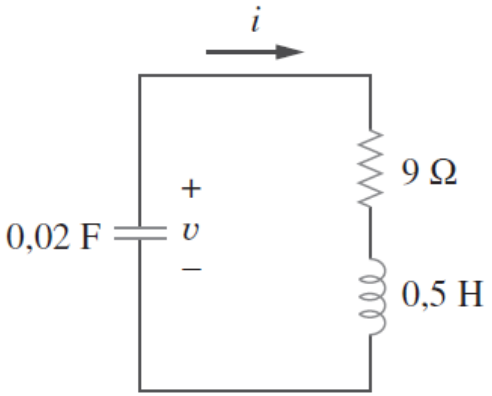
$$\frac{di(0^+)}{dt} = \frac{-3}{0{,}5} = -6\ A/s$$

$i(\infty) = 0\ A$

$v(\infty) = 0\ V$

Exemplo 2: Determinar a resposta $i(t)$ considerando que o circuito permaneceu com a chave fechada em $t(0^-)$.





2 – Obter as raízes da equação característica e definir o tipo de amortecimento

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{9}{2 \times 0{,}5} = 9\ rad/s$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}5 \times 0{,}02}} = 10\ rad/s$$

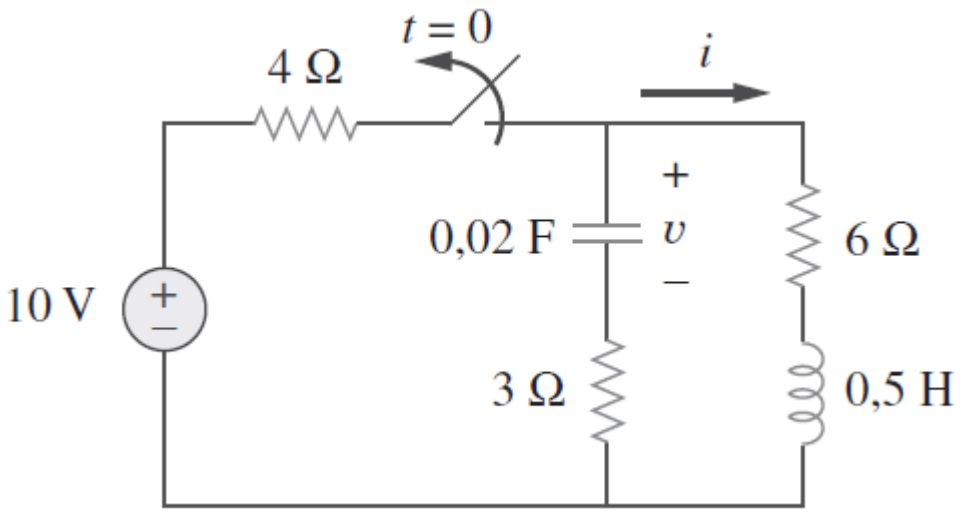
$\alpha < \omega_0$ Subamortecimento: Raízes Complexas

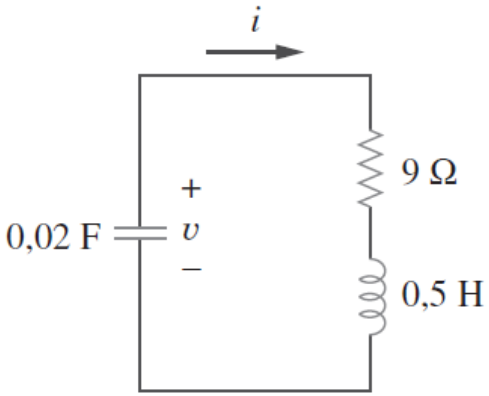
$$\omega_d = \sqrt{{\omega_0}^2 - \alpha^2} = \sqrt{10^2 - 9^2} = 4{,}359\ rad/s$$

$s_1 = -9 + j4{,}359$ $s_2 = -9 - j4{,}359$

$i(t) = e^{-9t}\left(A_1 e^{j4{,}359t} + A_2 e^{-j4{,}359t}\right)$ ou $i(t) = e^{-9t}(B_1 \cos 4{,}359t + B_2 \sin 4{,}359t)$

Exemplo 2: Determinar a resposta $i(t)$ considerando que o circuito permaneceu com a chave fechada em $t(0^-)$.





3 – Definir as constantes a partir das condições iniciais

$$i(t) = e^{-9t}\left(A_1 e^{j4,359t} + A_2 e^{-j4,359t}\right)$$

$i(0)$

$$i(0) = 1\ A$$

$$i(0) = e^{-0}(A_1 e^{0} + A_2 e^{-0}) \qquad i(0) = A_1 + A_2 = 1$$

$$\frac{di(0)}{dt} = -6\ A/s$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{d}{dt} e^{-9t}\left(A_1 e^{j4,359t} + A_2 e^{-j4,359t}\right)$$

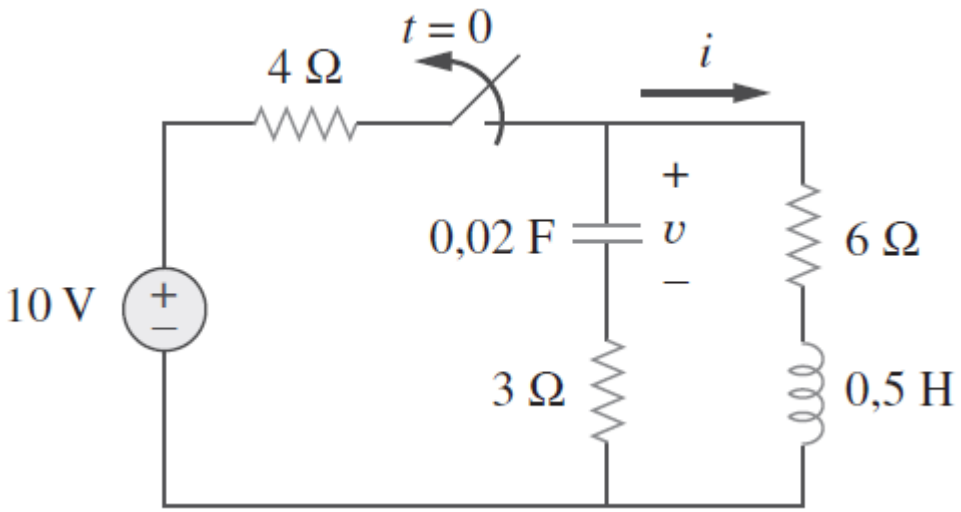
$$\frac{di(t)}{dt} = -9e^{-9t}\left(A_1 e^{j4,359t} + A_2 e^{-j4,359t}\right) + e^{-9t}\left(j4,359 A_1 e^{j4,359t} - j4,359 A_2 e^{-j4,359t}\right)$$

$$\frac{di(0)}{dt} = -9(A_1 + A_2) + j4,359(A_1 - A_2) = -6$$

$$-9(A_1 + A_2) + j4,359(A_1 - A_2) = -6$$

$$A_1 + A_2 = 1$$

Exemplo 2: Determinar a resposta $i(t)$ considerando que o circuito permaneceu com a chave fechada em $t(0^-)$.



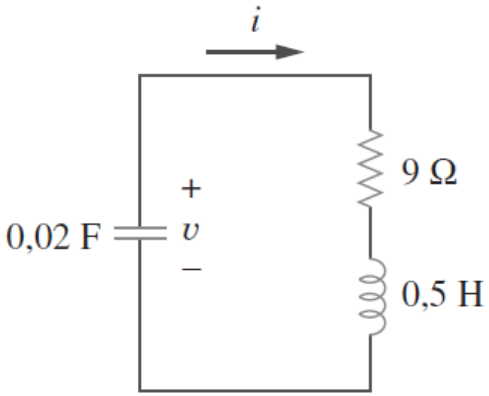
3 – Definir as constantes a partir das condições iniciais

$$\frac{di(0)}{dt} = -6\ A/s$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{d}{dt}e^{-9t}\left(A_1 e^{j4,359t} + A_2 e^{-j4,359t}\right)$$

$$-9(A_1 + A_2) + j4,359(A_1 - A_2) = -6$$

$$A_1 + A_2 = 1$$



$$-9 + j4,359(A_1 - A_2) = -6$$

$$j4,359(A_1 - A_2) = 3$$

$$A_1 - A_2 = \frac{3}{j4,359} = -j0,688$$

$$1 - A_2 - A_2 = -j0,688$$

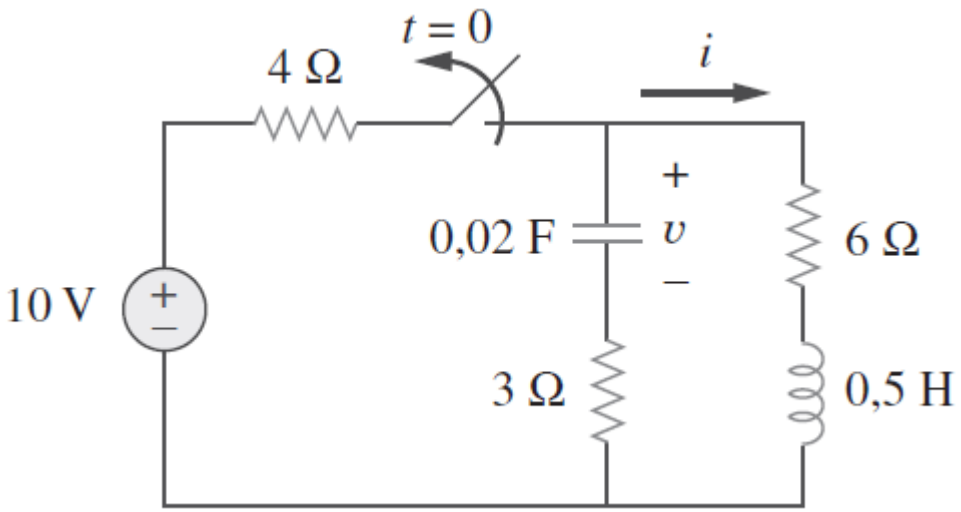
$$-2A_2 = -1 - j0,688$$

$$A_2 = 0,5 + j0,344$$

$$A_1 = 1 - (0,5 + j0,344)$$

$$A_1 = 0.5 - j0,344$$

- Exemplo 2: Determinar a resposta $i(t)$ considerando que o circuito permaneceu com a chave fechada em $t(0^-)$.



$\alpha = 9\,rad/s$ $\omega_0 = 10\,rad/s$

$\alpha < \omega_0$ Subamortecimento: Raízes Complexas

$\omega_d = 4{,}359\,rad/s$

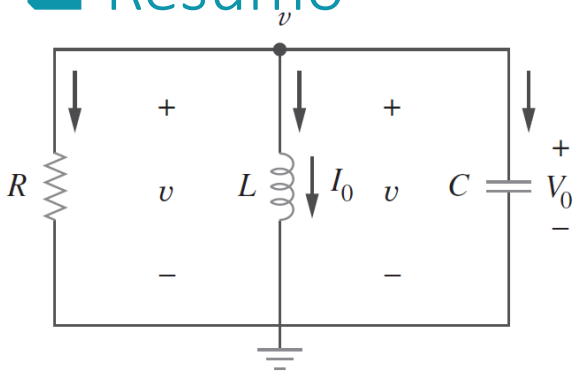
$$i(t) = e^{-\alpha t}\left(A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t}\right)$$

$A_1 = 0{,}5 - j0{,}344$ $A_2 = 0{,}5 + j0{,}344$

$$i(t) = e^{-9t}\left[(0{,}5 - j0{,}344)e^{j4{,}359t} + (0{,}5 + j0{,}344)e^{-j4{,}359t}\right]$$

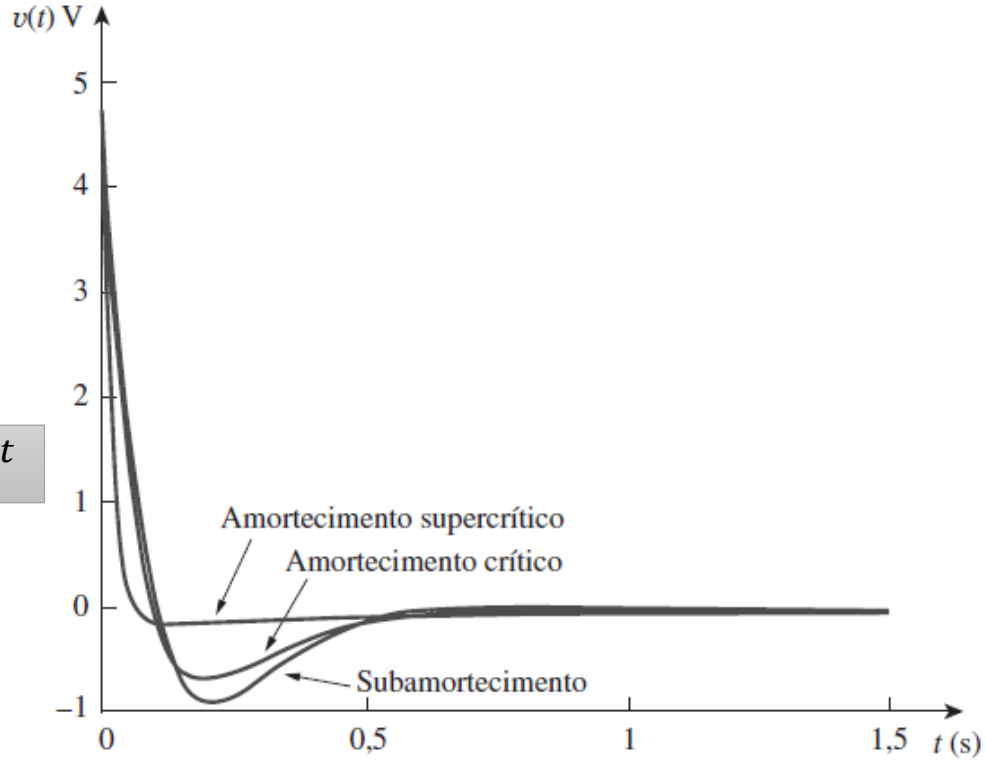
Circuito RLC Paralelo: Resposta Natural

Resumo



$$\alpha = \frac{1}{2RC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



1. Amortecimento supercrítico — $\alpha > \omega_0$ — $L > 4R^2C$ — $v(t) = A_1 e^{-s_1 t} + A_2 e^{-s_2 t}$

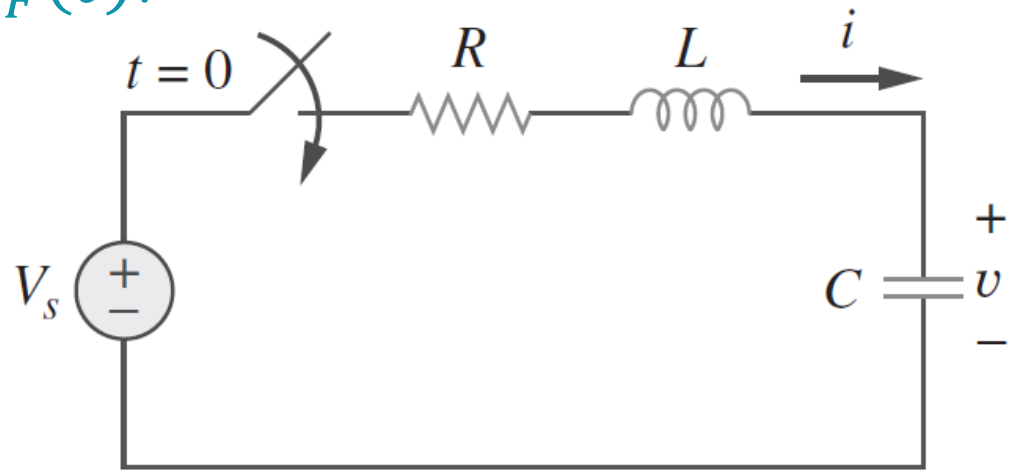
2. Amortecimento crítico — $\alpha = \omega_0$ — $L = 4R^2C$ — $v(t) = (A_1 t + A_2)e^{-\alpha t}$

3. Subamortecimento — $\alpha < \omega_0$ — $L < 4R^2C$ — $v(t) = e^{-\alpha t}\left(A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t}\right)$

$$\omega_d = \sqrt{{\omega_0}^2 - \alpha^2}$$

Circuito RLC Série: Resposta ao Degrau

- A resposta ao degrau de um circuito RLC série pode ser obtida através do princípio da superposição, ou seja, a resposta total $v(t)$ será a somatória da resposta natural $v_N(t)$ e da resposta forçada $v_F(t)$.



$$v(t) = v_N(t) + v_F(t)$$

A resposta natural é obtida a partir do instante $t(0^+)$

A resposta forçada é obtida considerando o circuito em regime estável $t(\infty)$

$$v_F(t) = v(\infty) = V_S$$

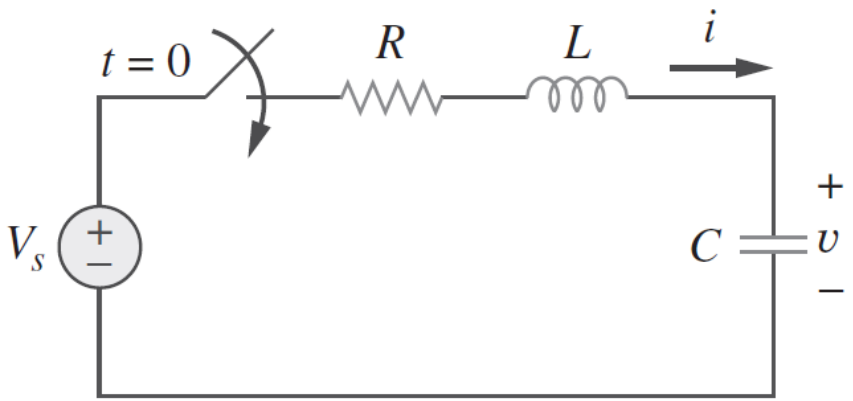
$$v(t) = v_N(t) + V_S$$

Circuito RLC Série: Resposta ao Degrau

Resumo

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



1. Amortecimento supercrítico — $\alpha > \omega_0$ — $C > \frac{4L}{R^2}$ — $v(t) = V_S + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

2. Amortecimento crítico — $\alpha = \omega_0$ — $C = \frac{4L}{R^2}$ — $v(t) = V_S + (A_1 t + A_2) e^{-\alpha t}$

3. Subamortecimento — $\alpha < \omega_0$ — $C < \frac{4L}{R^2}$ — $v(t) = V_S + \left(A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t}\right) e^{-\alpha t}$

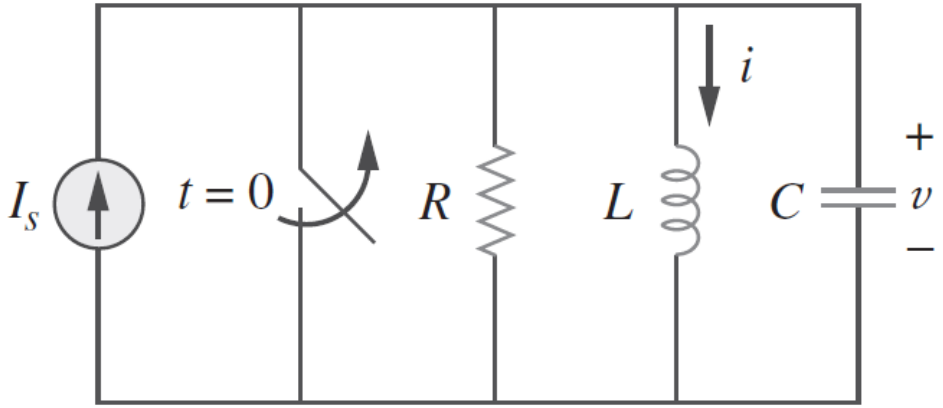
$$\omega_d = \sqrt{{\omega_0}^2 - \alpha^2}$$

Circuito RLC Paralelo: Resposta ao Degrau

Resumo

$$\alpha = \frac{1}{2RC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



1. Amortecimento supercrítico — $\alpha > \omega_0$ — $L > 4R^2C$ — $i(t) = I_S + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

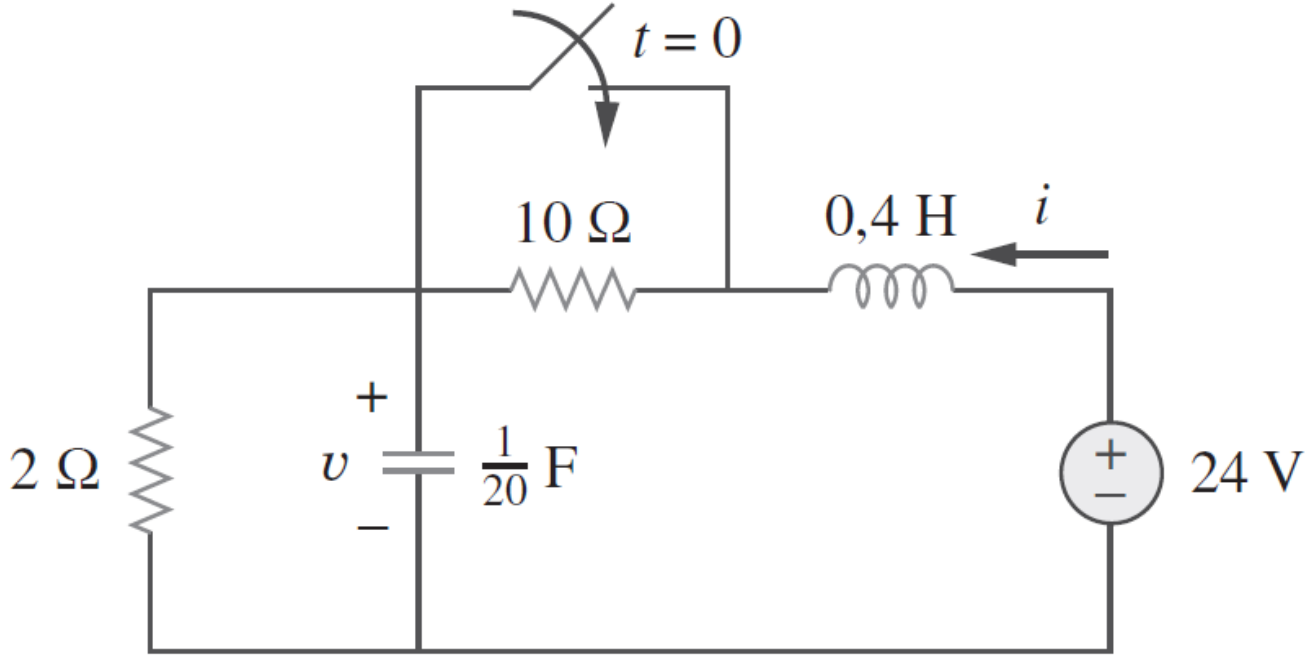
2. Amortecimento crítico — $\alpha = \omega_0$ — $L = 4R^2C$ — $i(t) = I_S + (A_1 t + A_2)e^{-\alpha t}$

3. Subamortecimento — $\alpha < \omega_0$ — $L < 4R^2C$ — $i(t) = I_S + \left(A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t}\right)e^{-\alpha t}$

$$\omega_d = \sqrt{{\omega_0}^2 - \alpha^2}$$

Exercícios Propostos

- 1 – Considerando que a chave ficou aberta por um longo tempo, determine para $t = 0$: a) $i(0^+)$ e $v(0^+)$; b) $di(0^+)/dt$ e $dv(0^+)/dt$; c) $i(\infty)$ e $v(\infty)$.



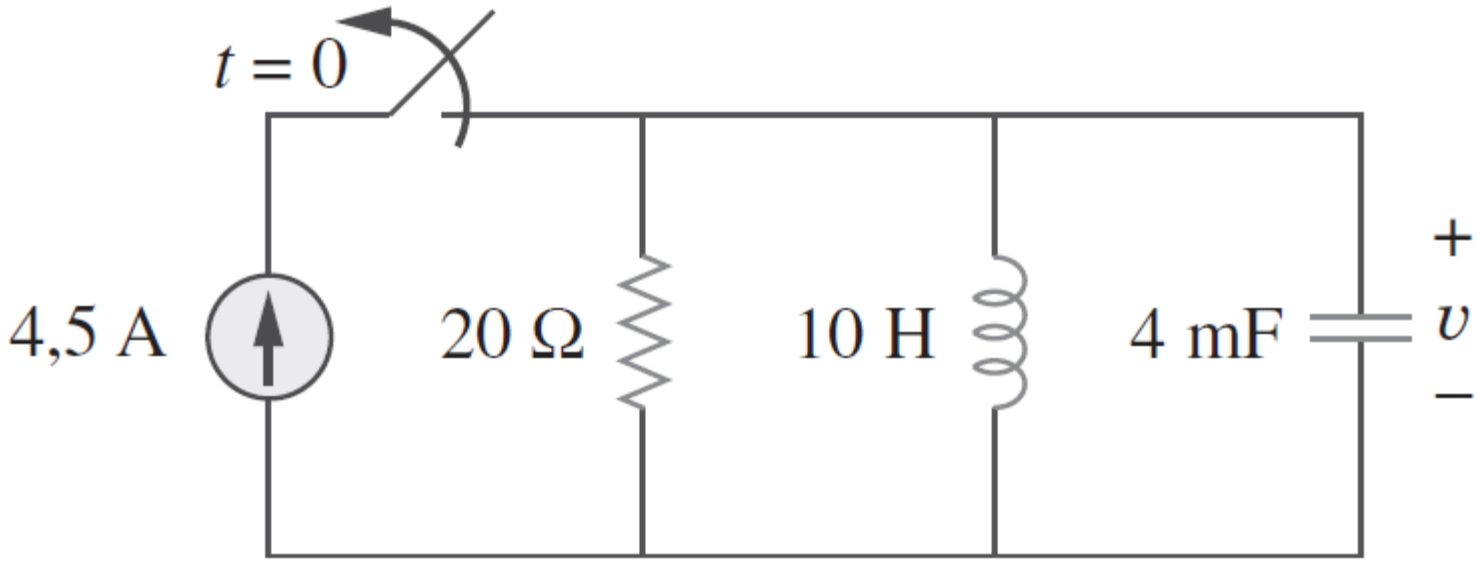
$i(0^+) = 2\ A$ $\quad$ $v(0^+) = 4\ V$

$\dfrac{di(0^+)}{dt} = 50\ A/s$ $\quad$ $\dfrac{dv(0^+)}{dt} = 0\ V/s$

$i(\infty) = 12\ A$ $\quad$ $v(\infty) = 24\ V$

Exercícios Propostos

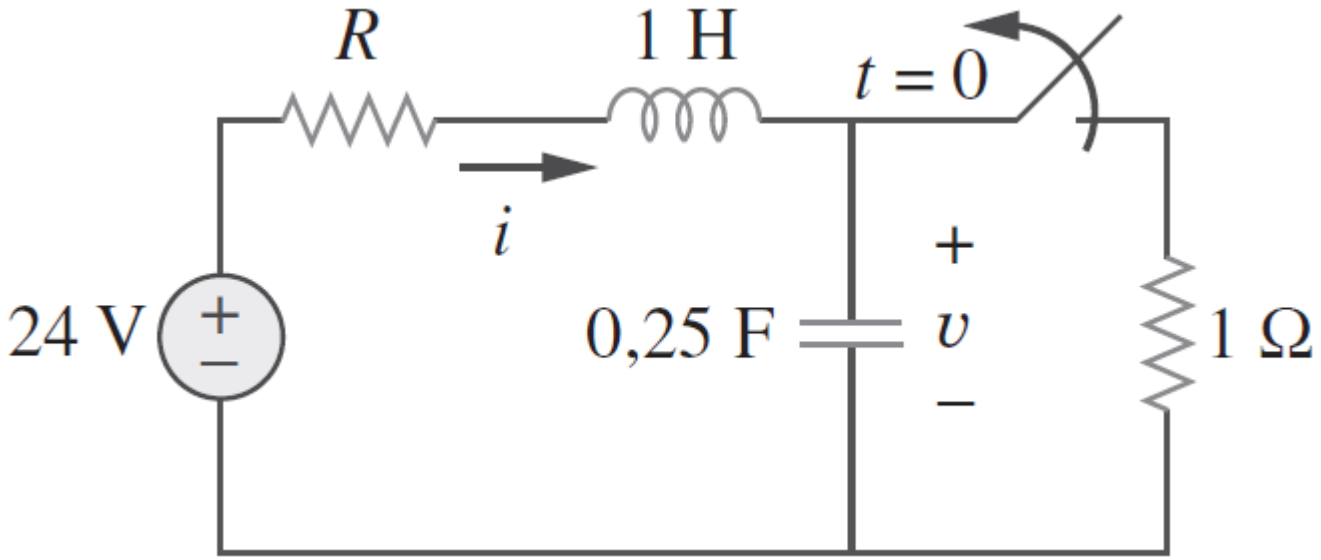
- 2 – Considerando que a chave ficou fechada por um longo tempo, determine $v(t)$ para $t > 0$.



$$v(t) = 150(e^{-10t} - e^{-2,5t})\ [V]$$

Exercícios Propostos

- 3 – Determine $i(t)$ e $v(t)$ para $t > 0$ e $R = 5\Omega$.



$$v(t) = 24 + \frac{4}{3}(-16e^{-t} + 1e^{-4t})\ [V]$$

$$i(t) = \frac{4}{3}(4e^{-t} - 1e^{-4t})\ [A]$$

Referências Bibliográficas

- J. W. Nilsson, e S. A. Riedel, “Electric Circuits”, 9 ed., New York, Prentice Hall (2011).
- W. H. Hyat, J. E. Kemmerly, e S. M Durbin, “Análise de Circuitos em Engenharia”, 7 ed., São Paulo, McGraw-Hill (2008).
- C. K. Alexander, e M. N. O. Sadiku, “Fundamentos de Circuitos Elétricos”, 5 ed., Porto Alegre, AMGH (2013).
- M. N. O. Sadiku, “Elementos de Eletromagnetismo”, 3 ed., Porto Alegre, Bookman (2004).