



PROGRAMAÇÃO POR METAS GOAL PROGRAMMING

VALERIANA CUNHA

PROGRAMAÇÃO POR METAS



Programação por Metas ponderada (*Weighted Goal Programming – WGP*)

São atribuídos pesos para as variáveis desvios (para mais ou para menos) com relação às metas estabelecidas para os objetivos



Programação por Metas com priorização (*Lexicographic Goal Programming – LGP*)

Também conhecida por *Preemptive Goal Programming*, nela os objetivos são ordenados de acordo com sua importância, a partir de uma priorização (hierarquização) feita pelos decisores a priori

PRIORIDADES

- 1.
- 2.
- 3.



PROGRAMAÇÃO POR METAS

$$\text{Meta 1} \quad \sum_{j=1}^n c_{j1} x_j = g_1$$

$$|y|$$

$$\text{Meta 2} \quad \sum_{j=1}^n c_{j2} x_j = g_2$$

$$y_k = \sum_{j=1}^n c_{jk} x_j - g_k$$

$$|y| = y^+ + y^-$$

...

$$\min Z = \sum_{k=1}^K |y_k| = \sum_{k=1}^K y_k^+ + y_k^-$$

$$\text{Meta K} \quad \sum_{j=1}^n c_{jk} x_j = g_k$$

Restrições que definem os desvios:

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} x_j - (y_k^+ - y_k^-) = g_k \quad (k = 1, 2, \dots, K)$$

$$y_k^+ \geq 0$$

$$y_k^- \geq 0$$

$$x_j \geq 0$$

$$(k = 1, 2, \dots, K)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

PROGRAMAÇÃO POR METAS

PESOS PARA OS DESVIOS

$$\sum_{k=1}^K (y_k^+ + y_k^-)$$

$$\sum_{k=1}^K (w_k^+ y_k^+ + w_k^- y_k^-)$$

PRIORIZAÇÃO DE DESVIOS

$$\sum_{k=1}^K (y_k^+ + y_k^-)$$

$$P_k \sum_{k=1}^K (y_k^+ + y_k^-)$$

UNIFORMIZAÇÃO DE UNIDADES

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} x_j = g_k$$

$$\frac{1}{g_k} \sum_{j=1}^n c_{jk} x_j = 1$$

METAS BILATERAIS – definidas por igualdades

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} x_j = g_k$$

METAS UNILATERAIS – definidas por desigualdades

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} x_j \leq g_k \quad (k = 1, \dots, K)$$

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} x_j - g_k \leq 0$$

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} x_j \geq g_k \quad (k = 1, \dots, K)$$

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} x_j - g_k \geq 0$$

$$\min Z = \sum_{k=1}^K y_k^+$$

$$\min Z = \sum_{k=1}^K y_k^-$$

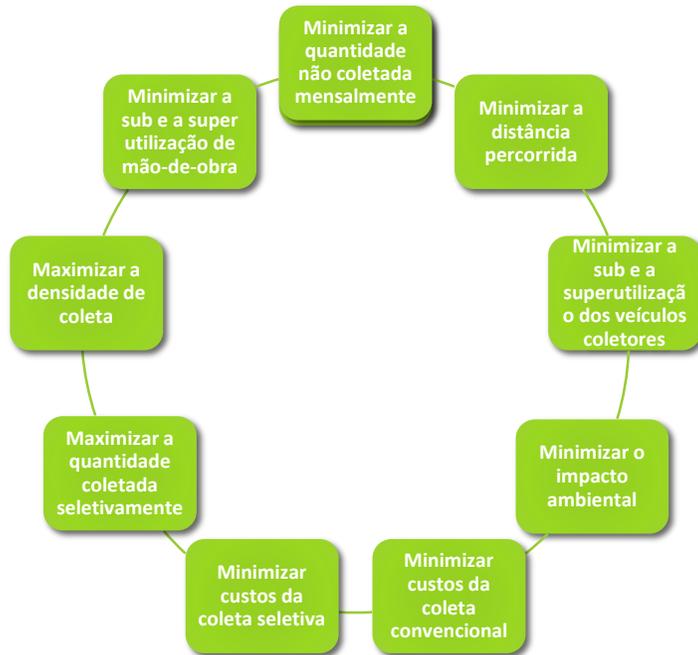
PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



$$\text{Min } Z = P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^-$$

A cidade de **Piracicaba** foi dividida em n setores i , sendo que cada **setor** tinha sua respectiva **taxa de geração de lixo mensal**, que foi definida como meta a ser coletada, representada por **$M1_i$** .

$M1_i$ primeira meta do modelo que representa a quantidade estimada de geração de resíduos em cada setor i

A restrição relacionada a essa meta é representada por:

$$X_i + dc_i^- - dc_i^+ \geq M1_i \quad \text{para todo } i$$

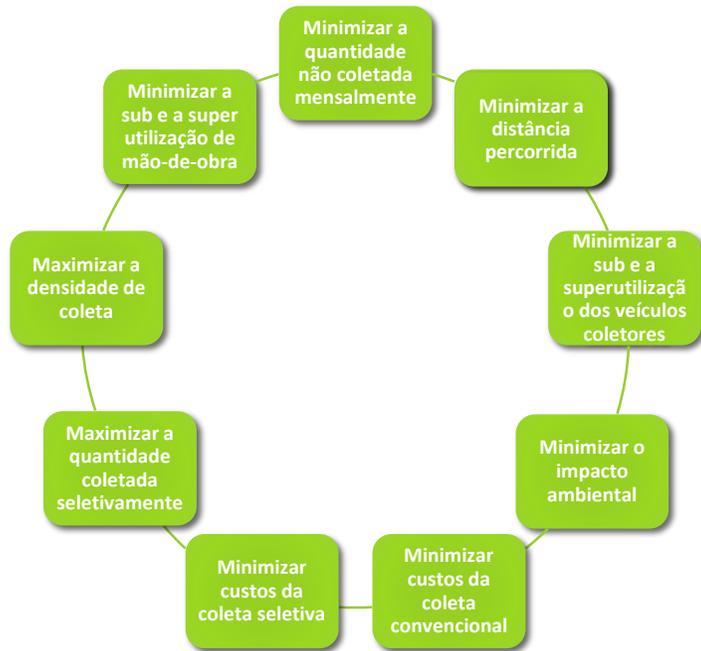
X_i quantidade transportada de cada setor i até o aterro sanitário

dc_i^- desvio negativo da quantidade coletada em cada setor

dc_i^+ desvio positivo da quantidade coletada em cada setor

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



A segunda meta do modelo diz respeito ao percurso mensal, **por setor**, realizado pelos caminhões coletores.

$M2_i$ segunda meta do modelo que corresponde à quilometragem a ser alcançada mensalmente em cada setor i

A restrição relacionada a essa meta é representada por:

não linearidade

$$2 * e_i * v_i * dias_i + dg * 2 * dias_i + \frac{X_i}{dens_i} + dp_i^- - dp_i^+ \leq M2_i \text{ para todo } i$$

e_i é a distância média de cada setor i ao aterro

v_i é o número de viagens diárias realizadas de cada setor i ao aterro

$dias_i$ é o número de dias em um mês de coleta em cada um dos setores

dg é a distância do aterro à garagem

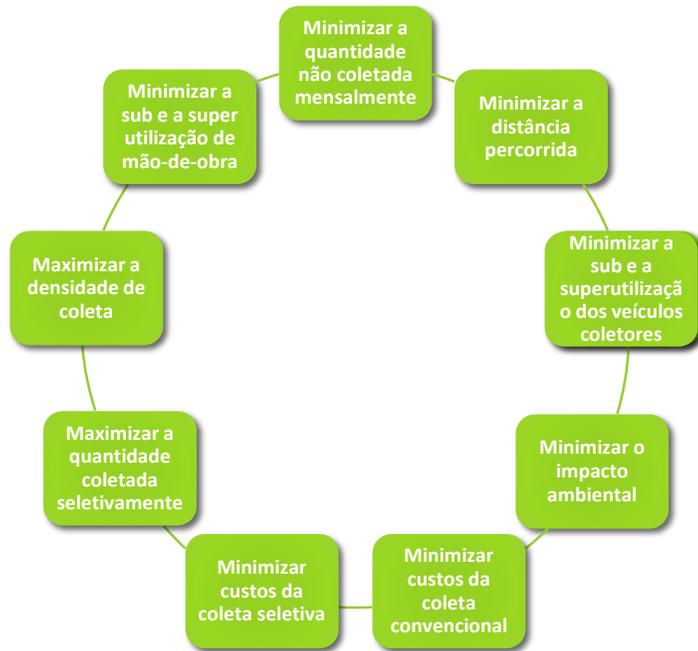
$\frac{X_i}{dens_i}$ é a quilometragem percorrida em um mês em cada setor i

$$\text{Min } Z = P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^- + P_2 \sum_{i=1}^n dp_i^+$$

$dens_i$ é a densidade $\left(\frac{\text{kg}}{\text{km}}\right)$ de coleta de cada setor i

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



A terceira meta do modelo diz respeito a sub e a super utilização dos veículos coletores

M3 terceira meta do modelo, relacionado ao número de veículos a serem utilizados no mês

A restrição relacionada a essa meta é representada por:

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n v_i * dias_i * cap} + dv^- - dv^+ = M3$$

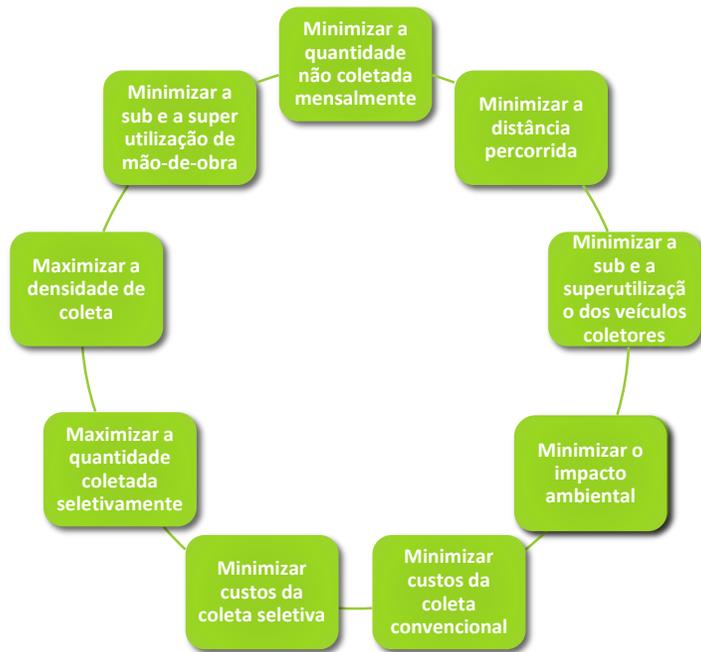
cap capacidade dos caminhões

$$\text{Min } Z = P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^- + P_2 \sum_{i=1}^n dp_i^+ + P_3 wv_3 dv^- + P_3 wv'_3 dv^+$$

wv_3 e wv'_3 são os pesos atribuídos aos desvios positivo e negativo

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



$$\text{Min } Z = P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^- + P_2 \sum_{i=1}^n dp_i^+ + P_3 wv_3 dv^- + P_3 wv'_3 dv^+ + P_4 da^-$$

Quanto menos lixo chegar aos aterros, maior será sua vida útil e menos problemas a cidade enfrentará na procura de novos locais para disposição final dos resíduos. Quanto maior for a utilização de usinas de triagem e reciclagem, melhor.

M4 quarta meta do modelo, diz respeito à minimização da quantidade de resíduos sólidos que é transportada diretamente das zonas i para o aterro sanitário

As restrições relacionadas a essa meta são representada por:

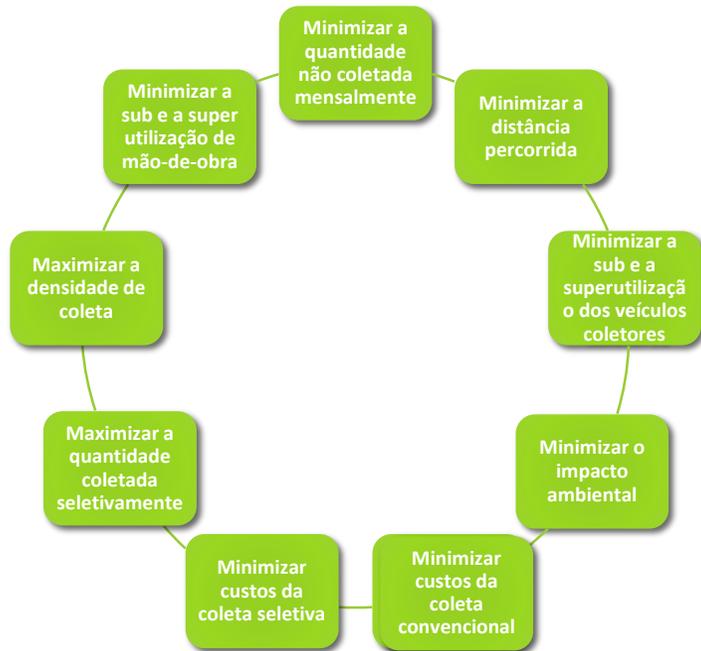
$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n Y_{ti} + da^- - da^+ \geq M4$$

Y_{ti} quantidade coletada seletivamente do material reciclável t em cada setor i

da^- e da^+ desvios relacionados à qualidade ambiental

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



$M5_i$ quinta meta do modelo, diz respeito à minimização dos custos com coleta, transferência, tratamento e disposição final do lixo coletado de maneira convencional

A restrição relacionada a essa meta é representada por:

$$c_i + do_i^- - do_i^+ \leq M5_i \quad \text{para todo } i$$

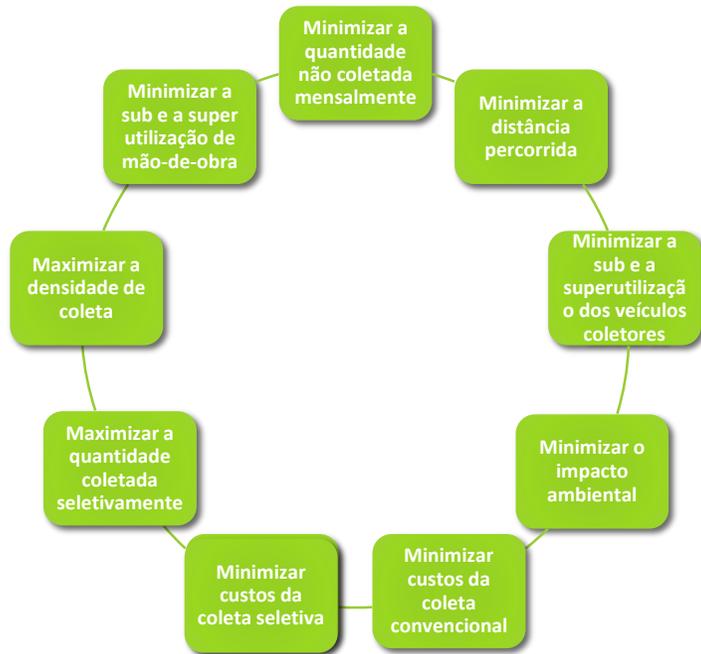
c_i custo total em reais (R\$) de coleta e transferência do lixo dos setores i para o aterro mais custo de disposição no aterro

do_i^- e do_i^+ desvios negativo e positivo, por setor, relacionados à meta orçamentária

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^- + P_2 \sum_{i=1}^n dp_i^+ \\ & + P_3 wv_3 dv^- + P_3 wv'_3 dv^+ + P_4 da^- \\ & + P_5 \sum_{i=1}^n do_i^+ \end{aligned}$$

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



$M6_i$ sexta meta do modelo, diz respeito à minimização dos custos com coleta seletiva

A restrição relacionada a essa meta é representada por:

$$m_i + dos_i^- - dos_i^+ \leq M6_i \quad \text{para todo } i$$

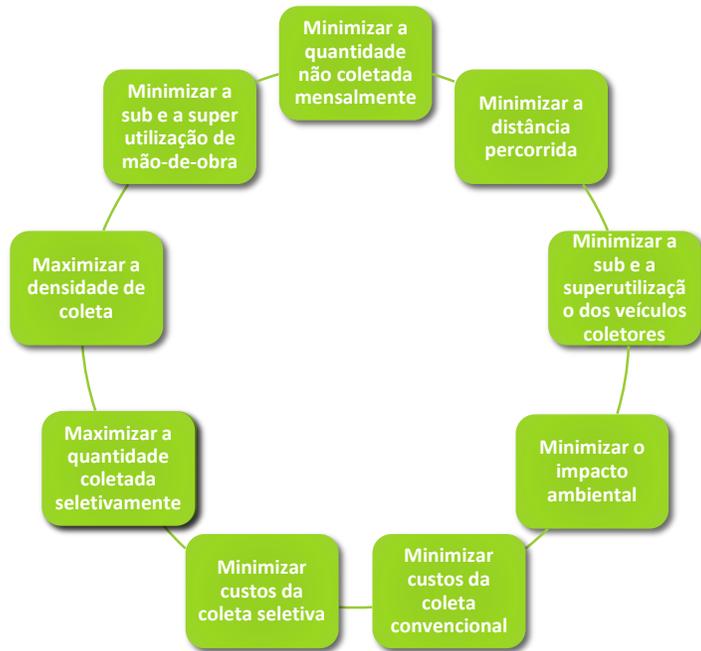
m_i custo em reais (R\$) de processamento do lixo reciclável de cada setor i

dos_i^- e dos_i^+ desvios negativo e positivo, por setor, relacionados à meta orçamentária

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^- + P_2 \sum_{i=1}^n dp_i^+ \\ & + P_3 wv_3 dv^- + P_3 wv'_3 dv^+ + P_4 da^- \\ & + P_5 \sum_{i=1}^n do_i^+ + P_6 \sum_{i=1}^n dos_i^+ \end{aligned}$$

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



$M7_i$ sétima meta do modelo, diz respeito de um percentual mínimo de material coletado seletivamente por setor

A restrição relacionada a essa meta é representada por:

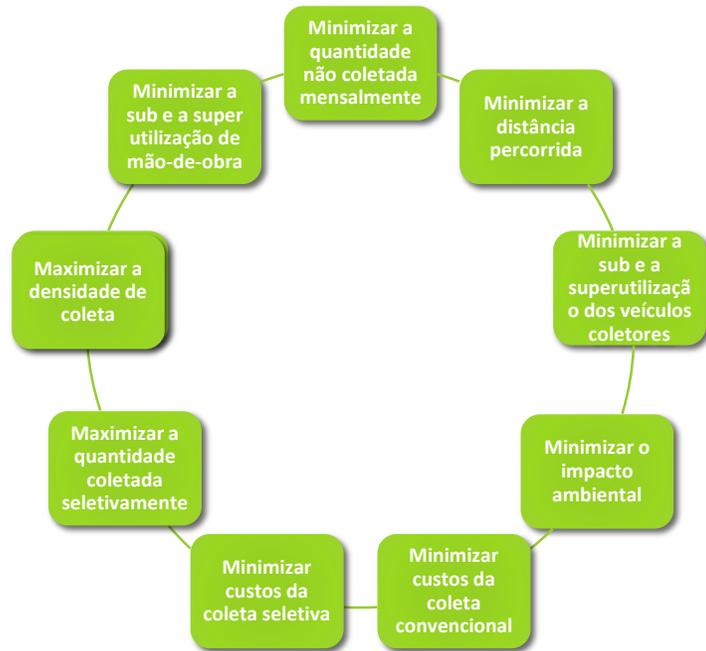
$$\sum_{t=1}^T Y_{ti} + ds_i^- - ds_i^+ \geq M7_i \quad \text{para todo } t$$

ds_i^- e ds_i^+ desvios negativo e positivo, por setor, relacionados à meta

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^- + P_2 \sum_{i=1}^n dp_i^+ \\ & + P_3 wv_3 dv^- + P_3 wv'_3 dv^+ + P_4 da^- \\ & + P_5 \sum_{i=1}^n do_i^+ + P_6 \sum_{i=1}^n dos_i^+ + P_7 \sum_{i=1}^n ds_i^- \end{aligned}$$

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



$M8_i$ oitava meta do modelo, diz respeito ao alcance de uma densidade média a ser obtida por setor

A restrição relacionada a essa meta é representada por:

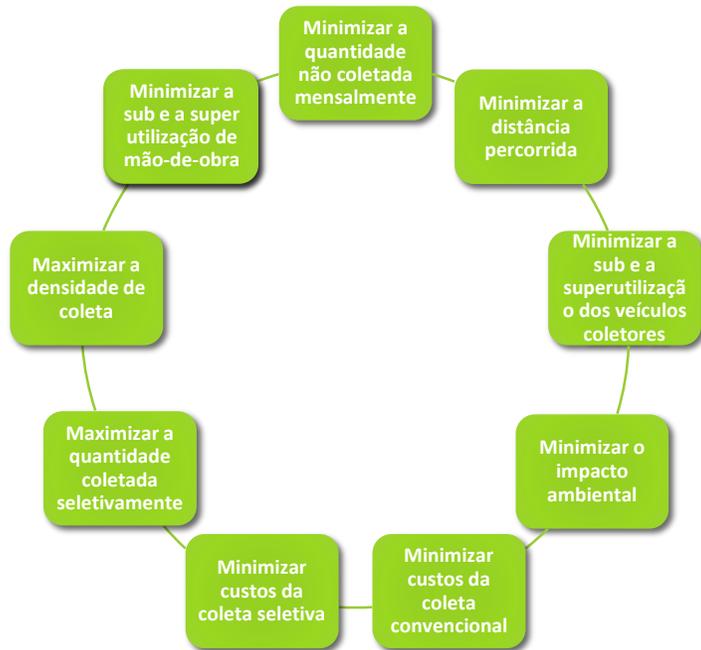
$$dens_i + dd_i^- - dd_i^+ = M8_i \quad \text{para todo } i$$

dd_i^- e dd_i^+ desvios negativo e positivo, por setor, relacionados à densidade de lixo coletado

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^- + P_2 \sum_{i=1}^n dp_i^+ \\ & + P_3 wv_3 dv^- + P_3 wv'_3 dv^+ + P_4 da^- \\ & + P_5 \sum_{i=1}^n do_i^+ + P_6 \sum_{i=1}^n dos_i^+ + P_7 \sum_{i=1}^n ds_i^- \\ & + P_8 wd_8 \sum_{i=1}^n dd_i^- + P_8 wd'_8 \sum_{i=1}^n dd_i^+ \end{aligned}$$

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos



$M9_i$ nona meta do modelo está relacionada à produtividade dos coletores em cada setor

A restrição relacionada a essa meta é representada por:

$$X_i + dpr_i^- - dpr_i^+ = M9_i \quad \text{para todo } i$$

dpr_i^- e dpr_i^+ desvios negativo e positivo, por setor, relacionados à produtividade dos coletores

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & P_1 \sum_{i=1}^n dc_i^- + P_2 \sum_{i=1}^n dp_i^+ \\ & + P_3 wv_3 dv^- + P_3 wv'_3 dv^+ + P_4 da^- \\ & + P_5 \sum_{i=1}^n do_i^+ + P_6 \sum_{i=1}^n dos_i^+ + P_7 \sum_{i=1}^n ds_i^- \\ & + P_8 wd_8 \sum_{i=1}^n dd_i^- + P_8 wd'_8 \sum_{i=1}^n dd_i^+ \\ & + P_9 wpr_9 \sum_{i=1}^n dpr_i^- + P_9 wpr'_9 \sum_{i=1}^n dpr_i^+ \end{aligned}$$

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Uma aplicação ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos

RESTRIÇÕES DO MODELO

Restrição da Quantidade Coletada

$$X_i + \sum_{t=1}^T Y_{ti} + B_i \leq g_i \quad \text{para todo } i$$

X_i quantidade transportada de cada setor i até o aterro sanitário

Y_{ti} quantidade coletada seletivamente do material reciclável t em cada setor i

B_i quantidade coletada convencionalmente, em cada setor i , a ser enviada à usina de triagem/compostagem

g_i quantidade de resíduos gerados em cada setor

Restrição da capacidade da usina de triagem e compostagem

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n Y_{ti} + \sum_{i=1}^n B_i \leq CAPAC$$

Y_{ti} quantidade coletada seletivamente do material reciclável t em cada setor i

B_i quantidade coletada convencionalmente, em cada setor i , a ser enviada à usina de triagem/compostagem

RESTRIÇÕES ADICIONAIS DO MODELO PARA CIDADES ONDE HÁ COLETA SELETIVA

$$\sum_{i=1}^n B_i * \text{índice}_{1t} = A_t \quad \text{para todo } t$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n Y_{ti} * \text{índice}_{2t} = R_t \quad \text{para todo } t$$

$$\sum_{i=1}^n B_i * \text{índice}_3 = W$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n Y_{ti} * \text{índice}_4 = WW$$

$$\sum_{i=1}^n X_i + \left[\sum_{i=1}^n B_i - \sum_{t=1}^T A_t \right] + \left[\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n Y_{ti} - \sum_{t=1}^T R_t \right] + \left[\sum_{i=1}^n B_i - W \right] + \left[\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n Y_{ti} - WW \right] = QAT$$

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Lição de Casa

A equipe de um candidato à prefeitura de Piracicaba está planejando a sua campanha publicitária. Um dos pontos importantes do planejamento é avaliar como serão as inserções de propagandas nos próximos dias. Foram produzidas duas propagandas para a campanha. Uma delas tem 30 segundos e é positiva, mostra a família do candidato em um jantar discutindo questões do interesse dos eleitores. A segunda é de um minuto e é negativa, pois ataca seu principal oponente. São 4 opções disponíveis, apresentadas na tabela a seguir:

Tipo de transmissão/horário	Disponibilidade (minutos)	Exposições por inserção	Custo por inserção (R\$)	
			30s	60s
Aberta/tarde	70	45.000	7.000	10.000
Aberta/noite	35	250.000	25.000	40.000
Cabo/noite	140	40.000	5.000	6.000
Cabo/madrugada	200	8.000	1.500	2.000

PROGRAMAÇÃO POR METAS

Lição de Casa

As metas para a campanha são:

Prioridade 1:

Meta 1: No mínimo 50% das propagandas devem ser positivas

Prioridade 2:

Meta 2: Gastar, no máximo, R\$ 1 milhão com a campanha

Prioridade 3:

Meta 3: As propagandas devem gerar pelo menos 5 milhões de exposições

Prioridade 4: (o não atendimento das metas 4 e 7 é duas vezes mais penalizado do que o não atendimento das metas 5 e 6)

Meta 4: A campanha deve ter pelo menos 100 inserções

Meta 5: A campanha deve ter pelo menos 5 propagandas positivas em cada um dos 4 tipos de opções

Meta 6: A campanha deve veicular pelo menos 10 propagandas em cada uma das 4 opções

Meta 7: A campanha deve veicular pelo menos 35 propagandas à noite.

Prazo para entrega:
20/10 – 19 horas

Formule e resolva o problema para otimizar a tomada de decisão.



REFERÊNCIAS

COLIN, Emerson C. **Pesquisa Operacional: 170 Aplicacoes em Estrategia, Financas, Logistica, Producao, Marketing e Vendas.** Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CUNHA, Valeriana. **Gerenciamento da coleta de resíduos sólidos urbanos:** estruturação e aplicação de modelo não-linear de programação por metas. 2001. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2001. doi:10.11606/D.11.2019.tde-20190821-131859. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/11/11132/tde-20190821-131859/pt-br.php>. Acesso em: 2020-10-16.

CUNHA, Valeriana; CAIXETA FILHO, José Vicente. Gerenciamento da coleta de resíduos sólidos urbanos: estruturação e aplicação de modelo não-linear de programação por metas. **Gest. Prod.**, São Carlos , v. 9, n. 2, p. 143-161, Aug. 2002 . Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-530X2002000200004&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 2020-10-16.