Física 1 (4310145) - Vetores

Informações

- Data de entrega da Lista 1 - 09/10/2020

jader.pereira.santos@gmail.com (11-963653978)

Sumário

3. Vetores
3.1 Definições basicas
3.2 Adição e subtração de vetores
3.3 Componentes de um vetor
3.4 Multiplicando um vetor por um escalar
3.5 Vetores Unitários
3.6 Multiplicação de vetores
- Produto escalar
- Produto vetorial

Sumário

3. Vetores

3.1 Definições basicas

3.2 Adição e subtração de vetores

3.3 Componentes de um vetor

3.4 Multiplicando um vetor por um escalar

3.5 Vetores Unitários

3.6 Multiplicação de vetores

- Produto escalar
- Produto vetorial

Sumário

3. Vetores

3.1 Definições basicas

3.2 Adição e subtração de vetores

3.3 Componentes de um vetor

3.4 Multiplicando um vetor por um escalar

3.5 Vetores Unitários

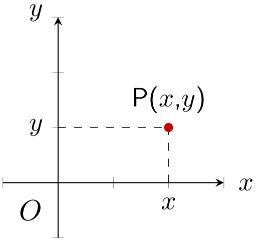
3.6 Multiplicação de vetores

- Produto escalar
- Produto vetorial

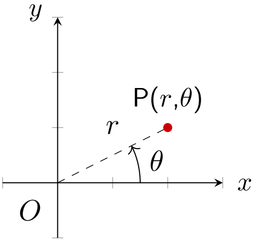
Definições basicas

- Até aqui estudamos apenas o movimento em uma dimensão (unidimensional)
- Queremos agora estudar o movimento em duas e três dimensões
- Sistema de coordenadas em duas dimensões:

Coordenadas cartesianas



Coordenadas polares



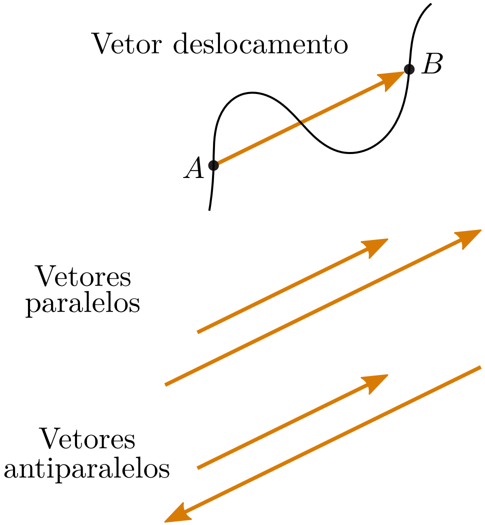
- Podemos escrever

$$x = r\cos\theta \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r\sin\theta \qquad \theta = \arctan(y/x) = \tan^{-1}(y/x)$$

Definições basicas

- O sistema de coordenadas escolhidos para descrever o movimento tem um caráter acessório!
- É possível dar uma descrição intrínseca do movimento com auxílio do conceito de vetores!
    - O comprimento da seta representa a magnitude
    - A orientação da seta representa a orientação de A para B



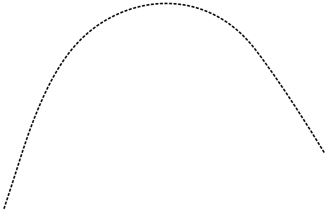
Sumário

3. Vetores
3.1 Definições basicas
3.2 Adição e subtração de vetores
3.3 Componentes de um vetor
3.4 Multiplicando um vetor por um escalar
3.5 Vetores Unitários
3.6 Multiplicação de vetores
- Produto escalar
- Produto vetorial

Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

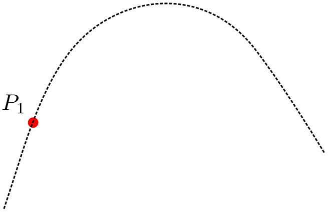
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

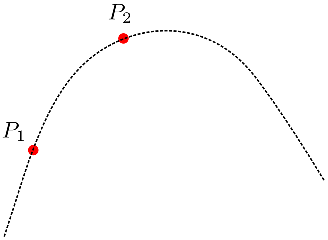
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

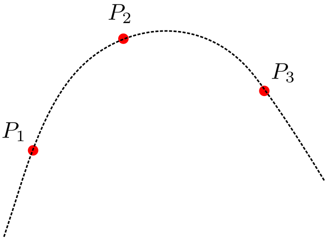
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

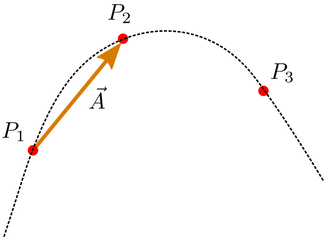
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

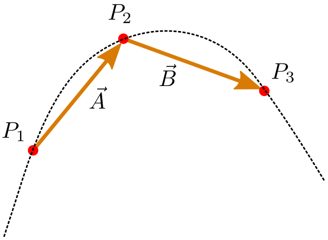
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

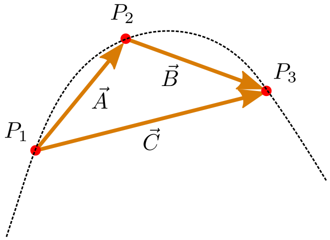
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

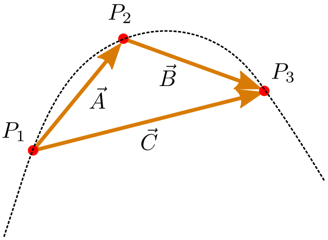
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

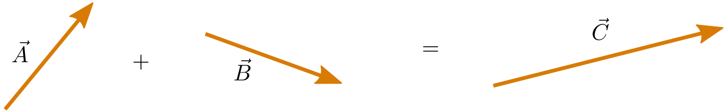
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

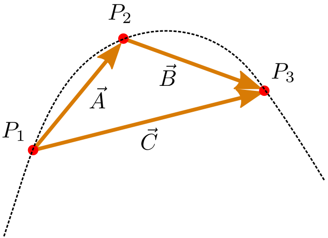


Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

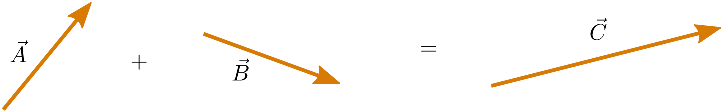


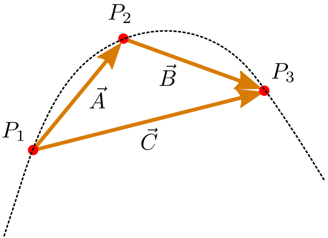


Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



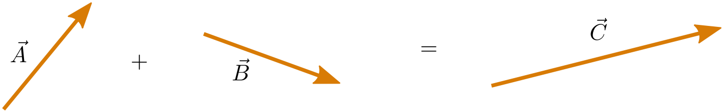


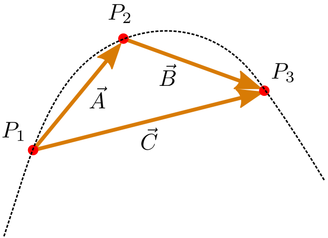
método geométrico

Adição e subtração de vetores

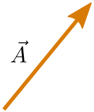
- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$





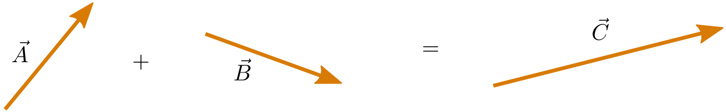
método geométrico

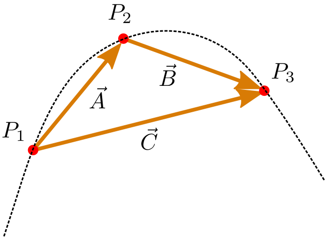


Adição e subtração de vetores

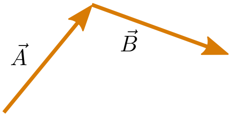
- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



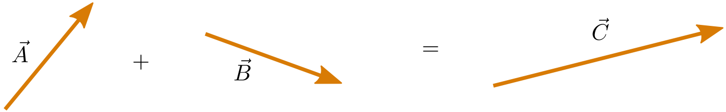


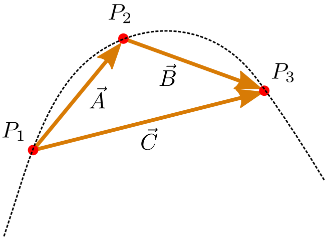
método geométrico



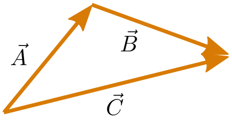
- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$





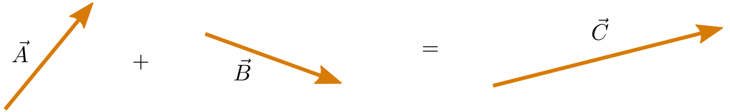
método geométrico

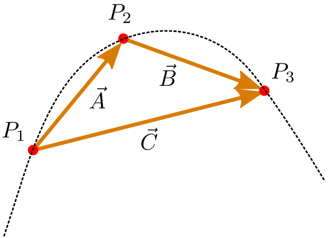


Adição e subtração de vetores

- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

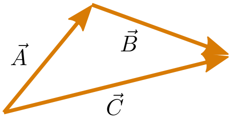
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$





método geométrico

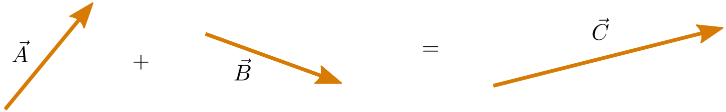
método do paralelogramo

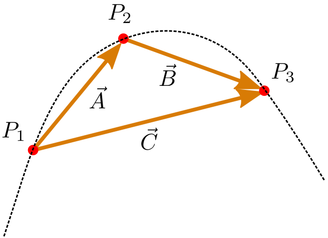


Adição e subtração de vetores

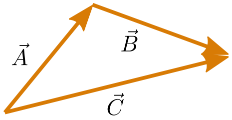
- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

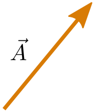




método geométrico



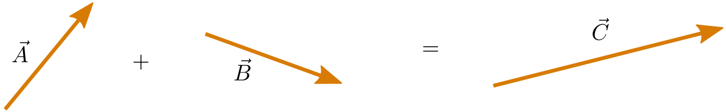
método do paralelogramo

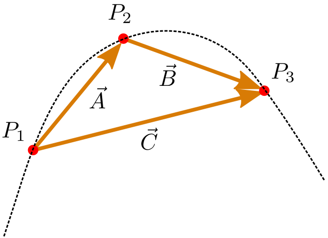


Adição e subtração de vetores

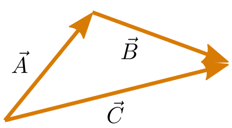
- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

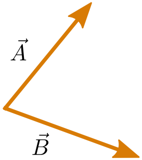




método geométrico



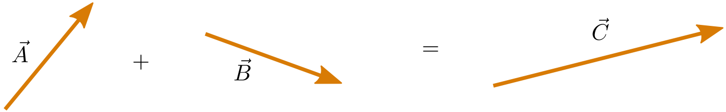
método do paralelogramo

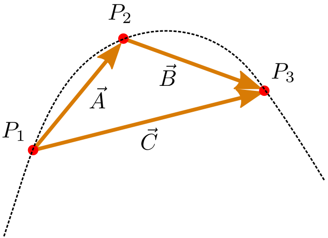


Adição e subtração de vetores

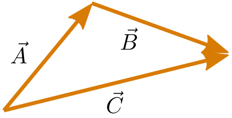
- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

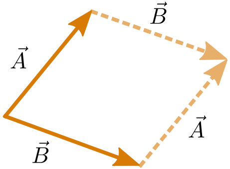




método geométrico

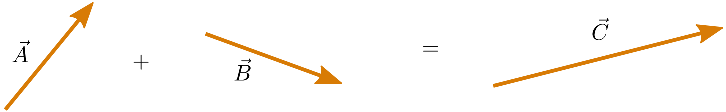


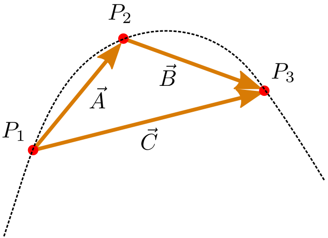
método do paralelogramo



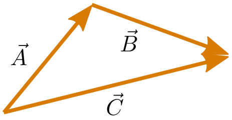
- O deslocamento efetivo de P_1 para P_3 é um novo vetor $\vec{C}$ e é a soma vetorial dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

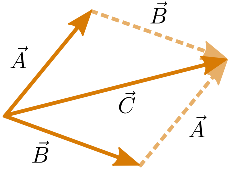




<u>método geométrico</u>



<u>método do paralelogramo</u>



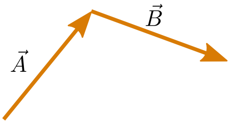
Adição e subtração de vetores

- A Soma é comutativa

- Soma de vários vetores

Adição e subtração de vetores

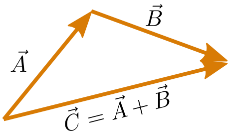
- A Soma é comutativa



- Soma de vários vetores

Adição e subtração de vetores

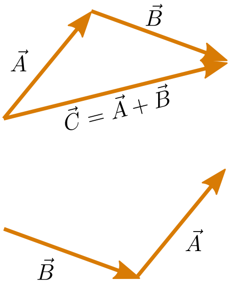
- A Soma é comutativa



- Soma de vários vetores

Adição e subtração de vetores

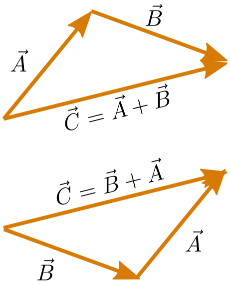
- A Soma é comutativa



- Soma de vários vetores

Adição e subtração de vetores

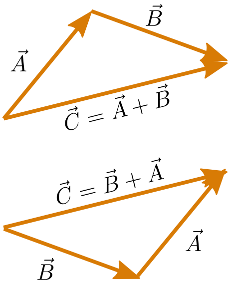
- A Soma é comutativa



- Soma de vários vetores

Adição e subtração de vetores

- A Soma é comutativa



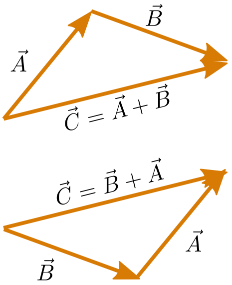
A soma é comutativa

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

- Soma de vários vetores

Adição e subtração de vetores

- A Soma é comutativa

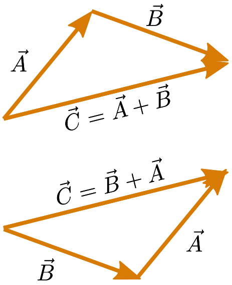


A soma é comutativa

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

- Soma de vários vetores

- A Soma é comutativa



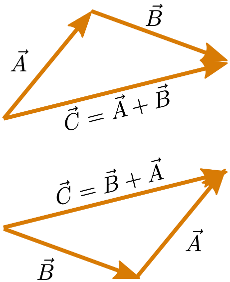
A soma é comutativa

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

- Soma de vários vetores

Adição e subtração de vetores

- A Soma é comutativa



A soma é comutativa

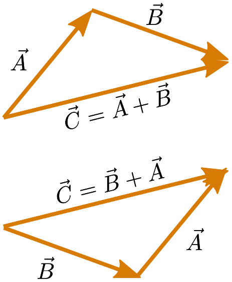
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

- Soma de vários vetores

$$\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \ ?$$

Adição e subtração de vetores

- A Soma é comutativa



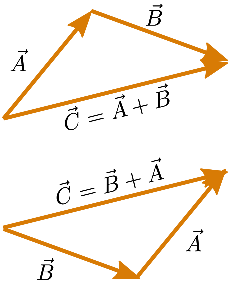
A soma é comutativa

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

- Soma de vários vetores

$$\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \ ?$$

- A Soma é comutativa

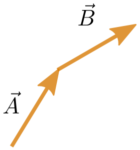


$$\underline{\text{A soma é comutativa}}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

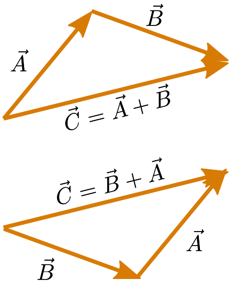
- Soma de vários vetores

$$\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \ ?$$



Adição e subtração de vetores

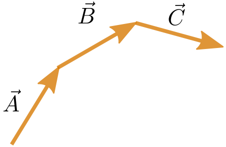
- A Soma é comutativa



$$\frac{\text{A soma é comutativa}}{\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}}$$

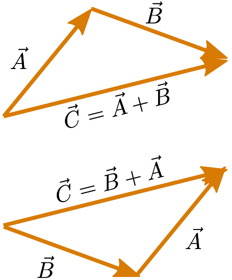
- Soma de vários vetores

$$\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \ ?$$



Adição e subtração de vetores

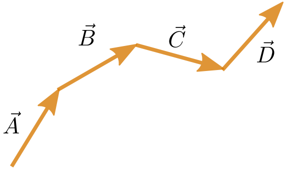
- A Soma é comutativa



$$\frac{\text{A soma é comutativa}}{\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}}$$

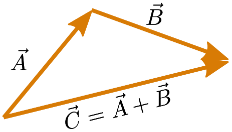
- Soma de vários vetores

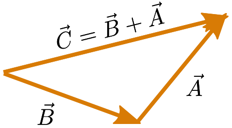
$$\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \ ?$$



Adição e subtração de vetores

- A Soma é comutativa



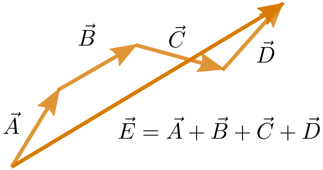


A soma é comutativa

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

- Soma de vários vetores

$$\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \ ?$$

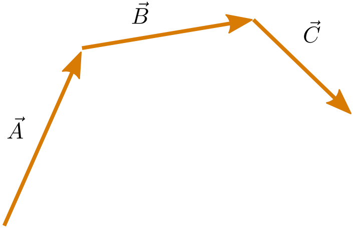


Adição e subtração de vetores

- A soma dos vetores é associativa

$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

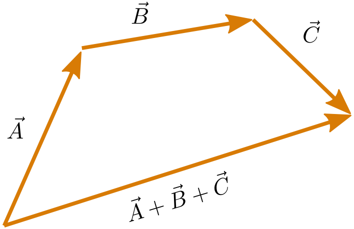
- A soma dos vetores é associativa



$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

Adição e subtração de vetores

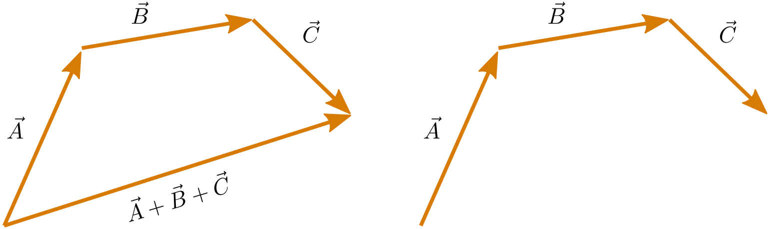
- A soma dos vetores é associativa



$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

Adição e subtração de vetores

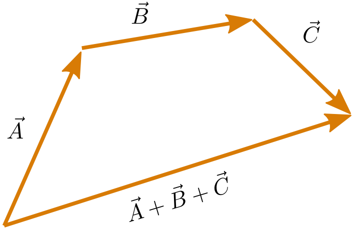
- A soma dos vetores é associativa

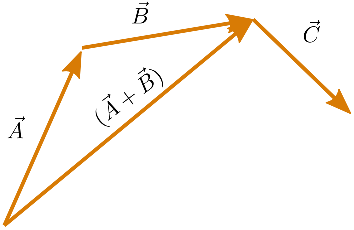


$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

Adição e subtração de vetores

- A soma dos vetores é associativa

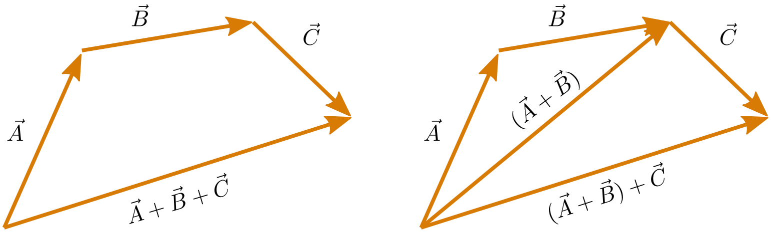




$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

Adição e subtração de vetores

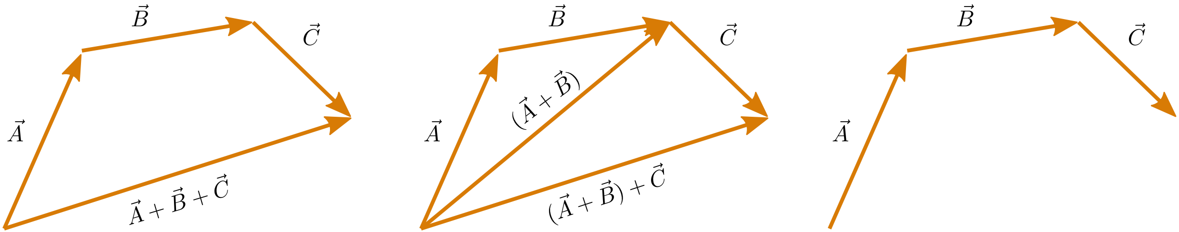
- A soma dos vetores é associativa



$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

Adição e subtração de vetores

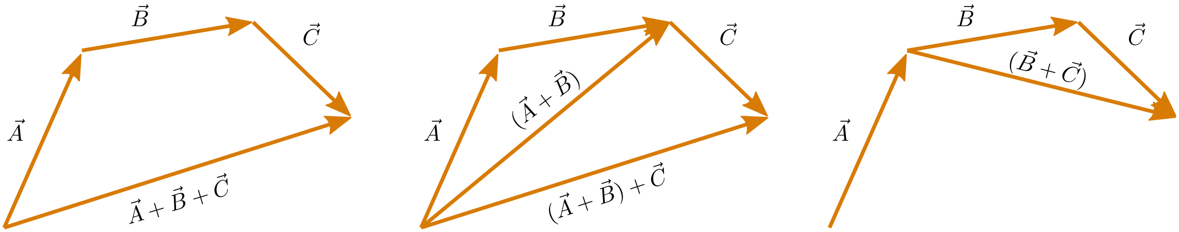
- A soma dos vetores é associativa



$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

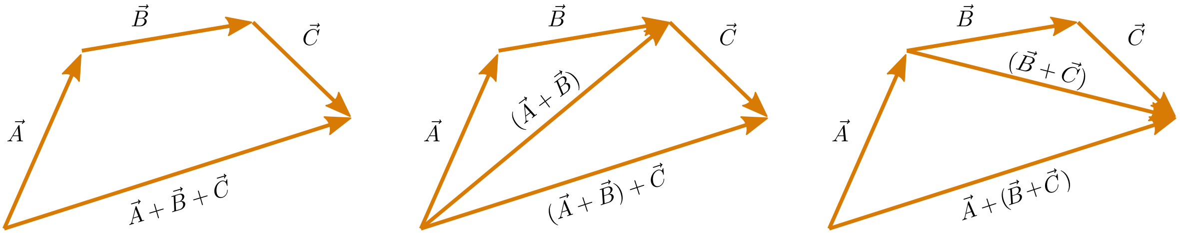
Adição e subtração de vetores

- A soma dos vetores é associativa



$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

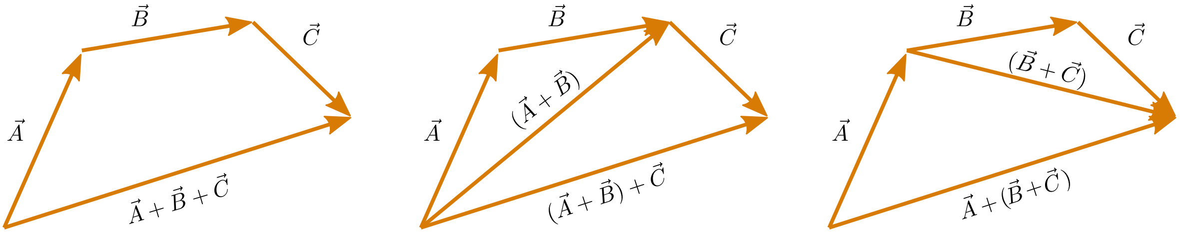
- A soma dos vetores é associativa



$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

Adição e subtração de vetores

- A soma dos vetores é associativa



$$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$

Vetor nulo

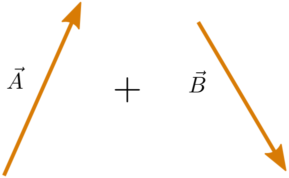
- Se os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são iguais em magnitude e opostos em orientação, então o vetor $\vec{A} + \vec{B}$ é um vetor de magnitude zero é o chamado vetor zero $\vec{0}$
- A orientação de um vetor de magnitude zero não tem significado!
- É comum escrever 0 ao invés de $\vec{0}$
- Podemos também definir o vetor $-\vec{A}$ como

$$\vec{A} + \vec{B} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{B} = -\vec{A} \quad \Longrightarrow \quad \vec{A} + (-\vec{A}) = 0$$

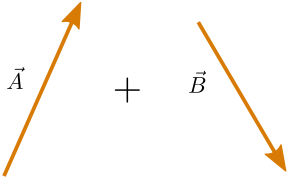
- O vetor $-\vec{A}$ é um vetor com mesmo módulo e direção que $\vec{A}$ e o sentido oposto!

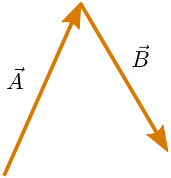
Subtração de vetores

Subtração de vetores

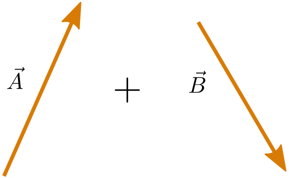


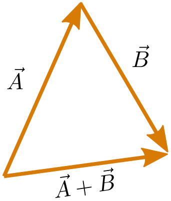
Subtração de vetores



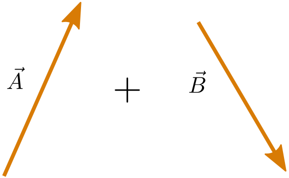


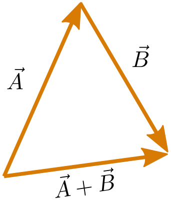
Subtração de vetores





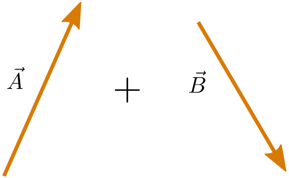
Subtração de vetores

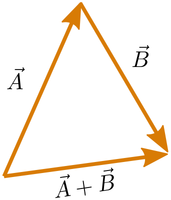


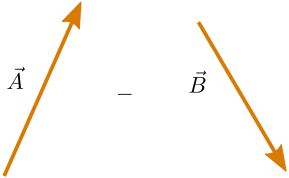


$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

Subtração de vetores

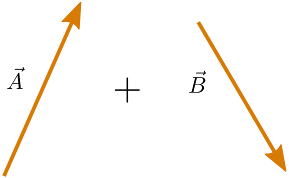


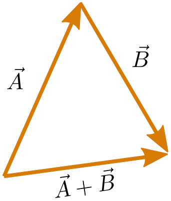


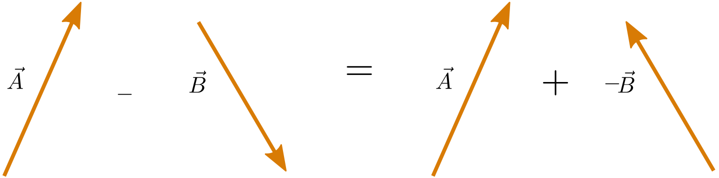


$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$$

Subtração de vetores

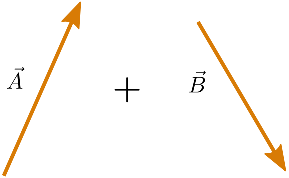


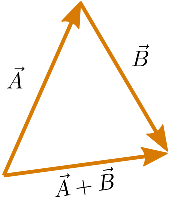


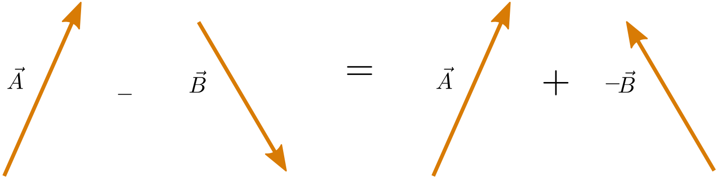


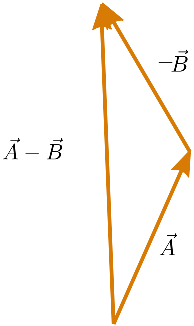
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

Subtração de vetores









$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

Teste

Os módulos dos deslocamentos $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são 3m e 4m, respectivamente, e $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Considerando as varias orientações possíveis de $\vec{a}$ e $\vec{b}$, (a) qual é o maior e (b) qual é o menor valor possível do módulo de $\vec{c}$?

Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala $1\text{cm} = 1\text{km}$, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste

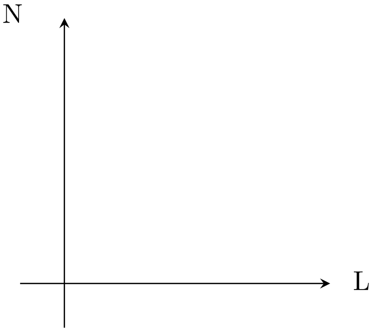
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala 1cm $=$ 1km, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



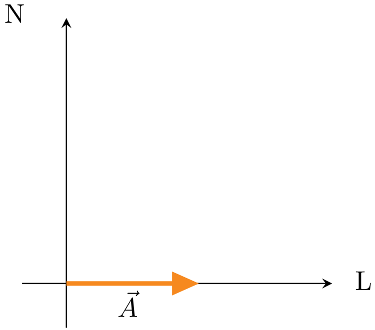
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala 1cm $= 1$km, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



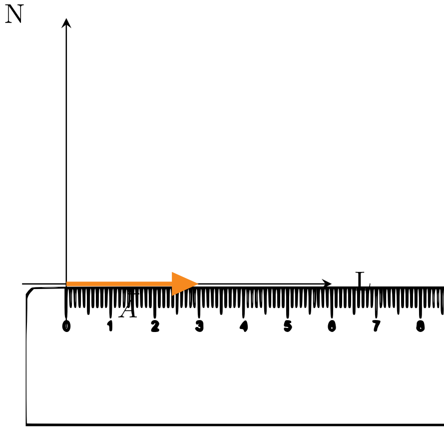
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala 1cm $= 1$km, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



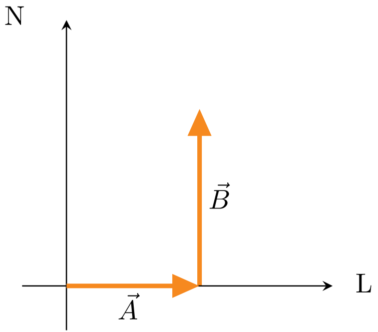
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00\text{km}$ para o leste de depois $4,00\text{km}$ para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala $1\text{cm} = 1\text{km}$, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00\text{cm}$ de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00\text{km}$
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



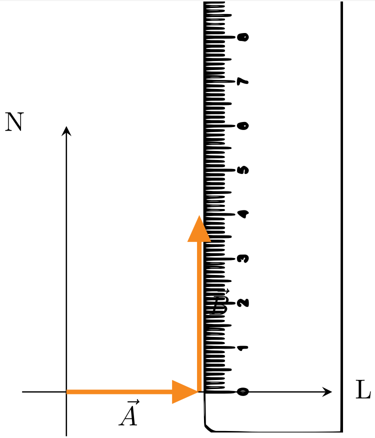
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala 1cm $=$ 1km, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



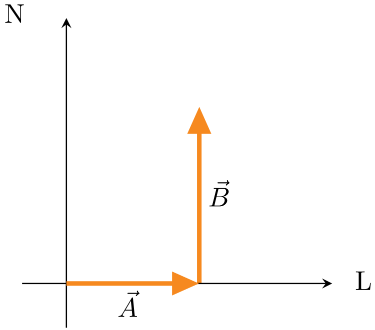
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala $1\text{cm} = 1\text{km}$, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



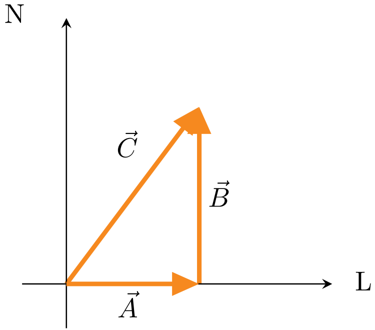
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala 1cm $= 1$km, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



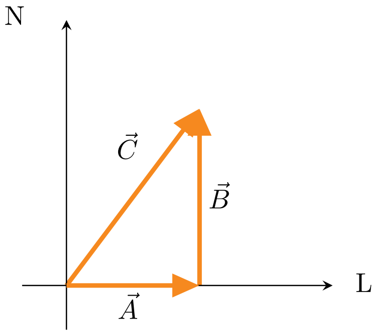
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala $1\text{cm} = 1\text{km}$, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



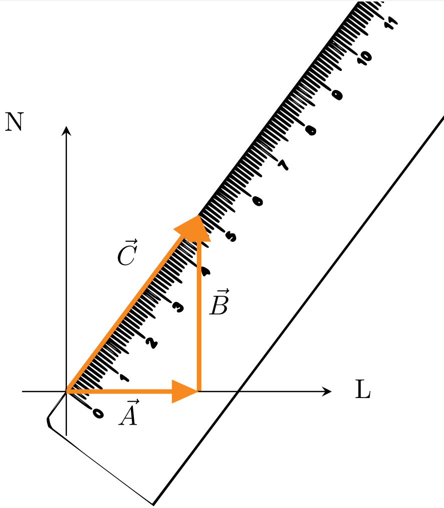
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00\text{km}$ para o leste de depois $4,00\text{km}$ para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala $1\text{cm} = 1\text{km}$, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00\text{cm}$ de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00\text{km}$
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



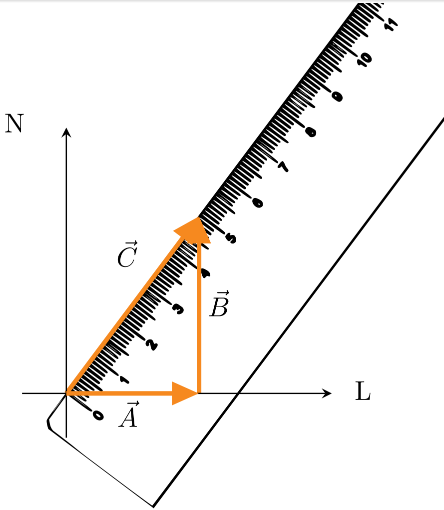
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala 1cm $=$ 1km, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



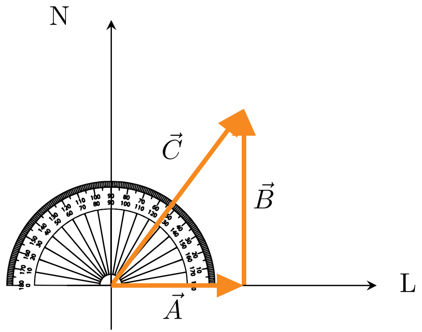
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala 1cm $= 1$km, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



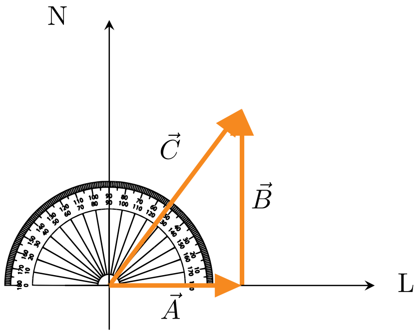
Exemplo: deslocamento

Você caminha $3,00$km para o leste de depois $4,00$km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

- Deslocamento resultante

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Usando uma escala $1\text{cm} = 1\text{km}$, o vetor que representa $\vec{C}$ tem $5,00$cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de $5,00$km
- Podemos usar um transferidor para encontrar a orientação do vetor $\vec{C}$ é de $\sim 53°$ para norte do leste



Sumário

3. Vetores

3.1 Definições basicas

3.2 Adição e subtração de vetores

3.3 Componentes de um vetor

3.4 Multiplicando um vetor por um escalar

3.5 Vetores Unitários

3.6 Multiplicação de vetores

- Produto escalar
- Produto vetorial

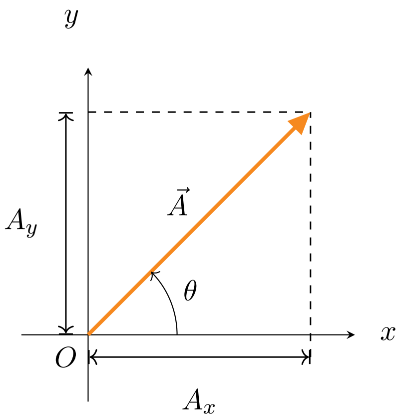
Componentes de um vetor

- Vamos agora introduzir as componentes de um vetor em relação a um sistema de coordenadas
- Por enquanto vamos ficar em 2D e usar o sistema de coordenadas cartesianas
- Chama-se
  - A_x: componente de $\vec{A}$ ao longo do eixo x
  - A_y: componente de $\vec{A}$ ao longo do eixo y
- A magnitude (ou módulo) de $\vec{A}$ é dada por

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

- Podemos calcular as projeções A_x e A_y como

$$A_x = |\vec{A}|\cos\theta \qquad A_y = |\vec{A}|\sin\theta$$



Componentes de um vetor

- Podemos calcular as projeções A_x e A_y como

$$A_x = -|\vec{A}| \sin \phi \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \cos \phi$$

- ou ainda

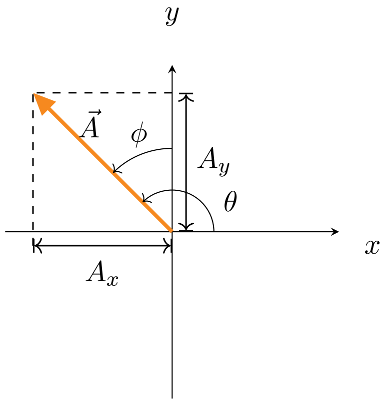
$$A_x = -|\vec{A}| \sin(\theta - 90°) \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \cos(\theta - 90°)$$

- Usando

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$$

- Obtemos

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$



Componentes de um vetor

- Podemos calcular as projeções A_x e A_y como

$$A_x = -|\vec{A}| \sin\phi \qquad A_y = |\vec{A}| \cos\phi$$

- ou ainda

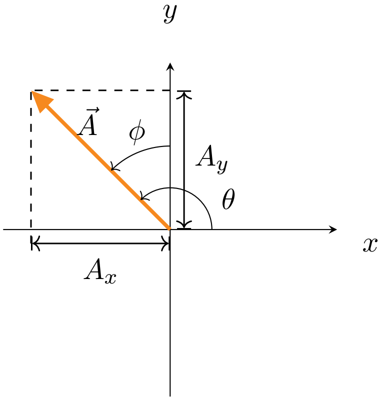
$$A_x = -|\vec{A}| \sin(\theta - 90°) \qquad A_y = |\vec{A}| \cos(\theta - 90°)$$

- Usando

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

- Obtemos

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$



Componentes de um vetor

- Podemos calcular as projeções A_x e A_y como

$$A_x = -|\vec{A}| \sin\phi \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \cos\phi$$

- ou ainda

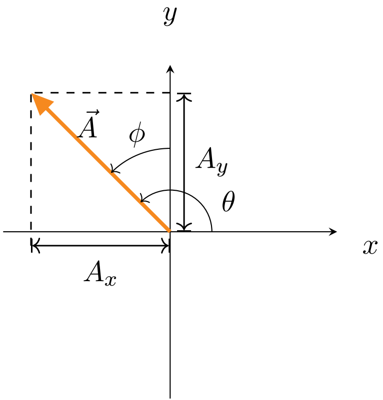
$$A_x = -|\vec{A}| \sin(\theta - 90°) \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \cos(\theta - 90°)$$

- Usando

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

- Obtemos

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$



Componentes de um vetor

- Podemos calcular as projeções A_x e A_y como

$$A_x = -|\vec{A}| \sin\phi \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \cos\phi$$

- ou ainda

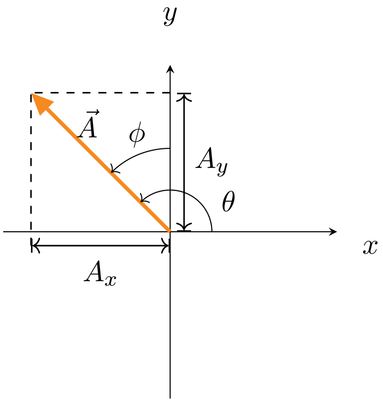
$$A_x = -|\vec{A}| \sin(\theta - 90°) \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \cos(\theta - 90°)$$

- Usando

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

- Obtemos

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$



Exemplo: vetores

Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}| \cos\theta$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}| \sin\theta$$

Exemplo: vetores

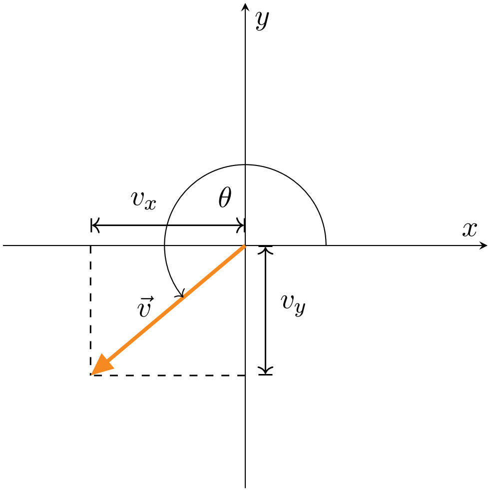
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}|\cos\theta = (25\text{m/s})\cos(220°)$$
$$v_x = -19,1511108\ldots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}|\sin\theta = (25\text{m/s})\sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\ldots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Exemplo: vetores

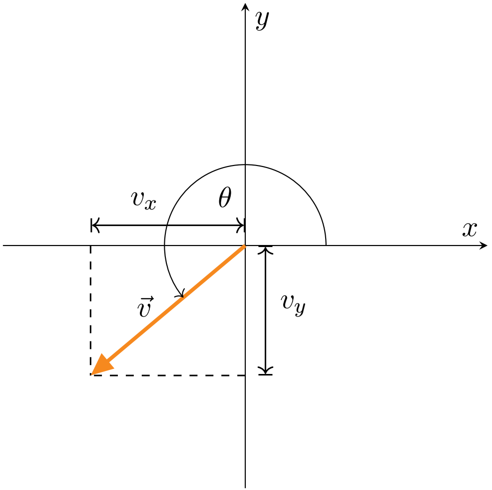
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}| \cos\theta = (25\text{m/s})\cos(220°)$$
$$v_x = -19,15111108\ldots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}| \sin\theta = (25\text{m/s})\sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\ldots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Exemplo: vetores

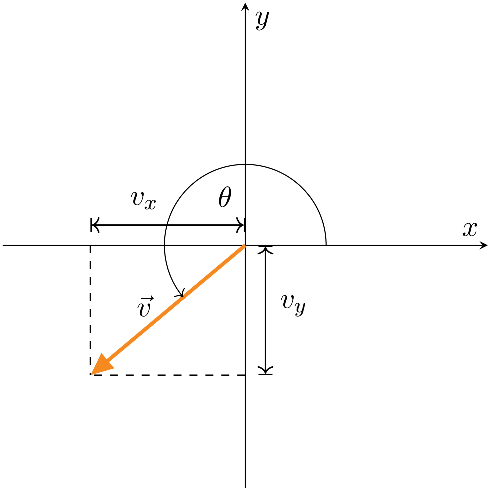
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}|\cos\theta = (25\text{m/s})\cos(220°)$$
$$v_x = -19,15111108\ldots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}|\sin\theta = (25\text{m/s})\sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\ldots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Exemplo: vetores

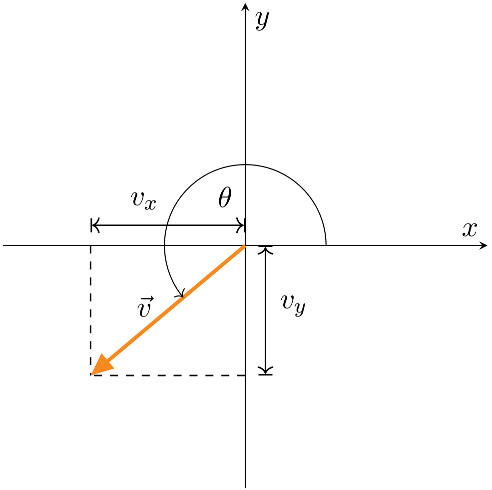
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}| \cos\theta = (25\text{m/s}) \cos(220°)$$
$$v_x = -19,15111108\ldots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}| \sin\theta = (25\text{m/s}) \sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\ldots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Exemplo: vetores

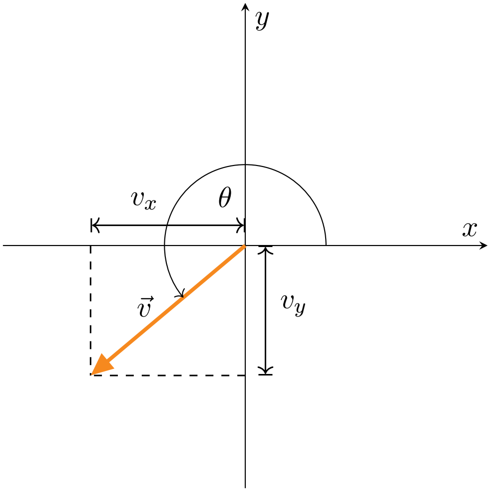
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}|\cos\theta = (25\text{m/s})\cos(220°)$$
$$v_x = -19,15111108\dots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}|\sin\theta = (25\text{m/s})\sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\dots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Exemplo: vetores

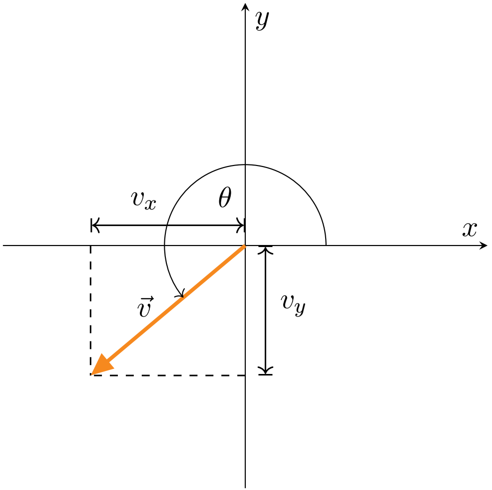
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}| \cos\theta = (25\text{m/s})\cos(220°)$$
$$v_x = -19,15111108\ldots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}| \sin\theta = (25\text{m/s})\sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\ldots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Exemplo: vetores

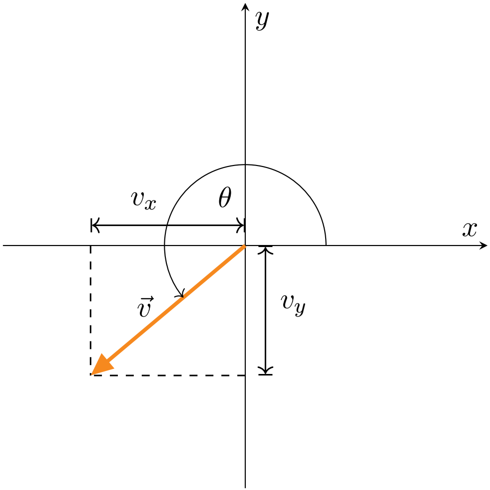
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}|\cos\theta = (25\text{m/s})\cos(220°)$$
$$v_x = -19,15111108\ldots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}|\sin\theta = (25\text{m/s})\sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\ldots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Exemplo: vetores

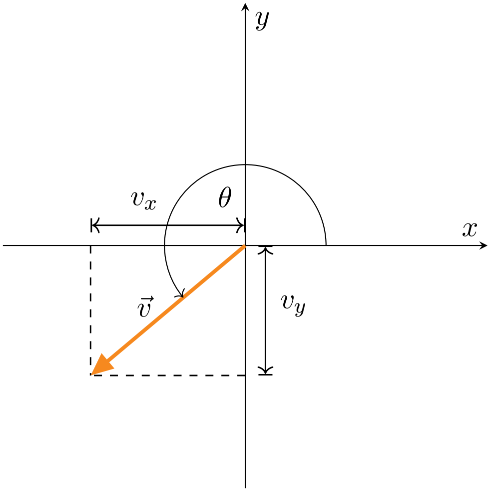
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}|\cos\theta = (25\text{m/s})\cos(220°)$$
$$v_x = -19,15111108\ldots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}|\sin\theta = (25\text{m/s})\sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\ldots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Exemplo: vetores

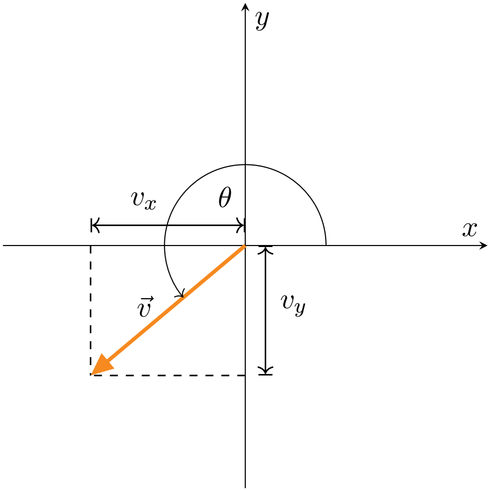
Determine as componentes x e y do seguinte vetor no plano xy: Um vetor velocidade de 25m/s que forma um angulo de $40°$ no sentido anti-horário com o eixo $-x$

- Podemos agora calcular

$$v_x = |\vec{v}|\cos\theta = (25\text{m/s})\cos(220°)$$
$$v_x = -19,15111108\ldots$$
$$\boxed{v_x = -19\text{m/s}}$$

- e ainda

$$v_y = |\vec{v}|\sin\theta = (25\text{m/s})\sin(220°)$$
$$v_y = -16,069690\ldots$$
$$\boxed{v_y = -16\text{m/s}}$$



Componentes de um vetor

- Aprendemos a calcular as componentes a partir do módulo do vetor e do seu angulo com o eixo x positivo

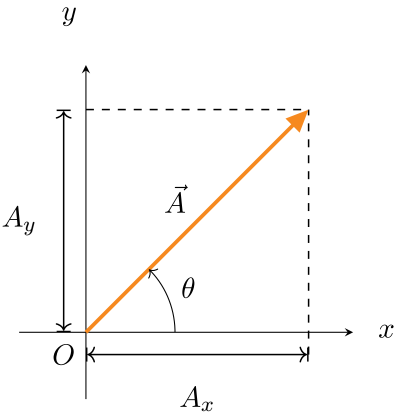
$$A_x = |\vec{A}|\cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}|\sin\theta$$

- Podemos também fazer o contrário, encontrar o módulo $|\vec{A}|$ e o angulo θ a partir das componentes

$$A_x^2 + A_y^2 =$$

- e o angulo θ é calculado como

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{|\vec{A}|\sin\theta}{|\vec{A}|\cos\theta} = \tan\theta$$



Componentes de um vetor

- Aprendemos a calcular as componentes a partir do módulo do vetor e do seu angulo com o eixo x positivo

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

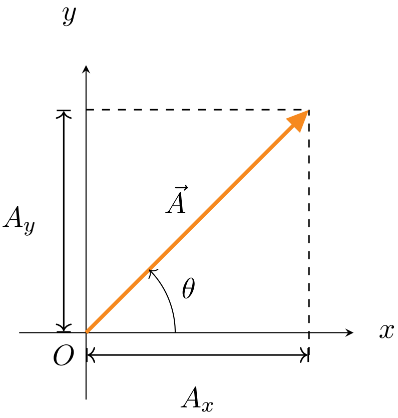
- Podemos também fazer o contrário, encontrar o módulo $|\vec{A}|$ e o angulo θ a partir das componentes

$$A_x^2 + A_y^2 = |\vec{A}|^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = |\vec{A}|^2$$

$$\boxed{|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$

- e o angulo θ é calculado como

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{|\vec{A}|\sin\theta}{|\vec{A}|\cos\theta} = \tan\theta \longrightarrow \boxed{\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)}$$



Componentes de um vetor

- Aprendemos a calcular as componentes a partir do módulo do vetor e do seu angulo com o eixo x positivo

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

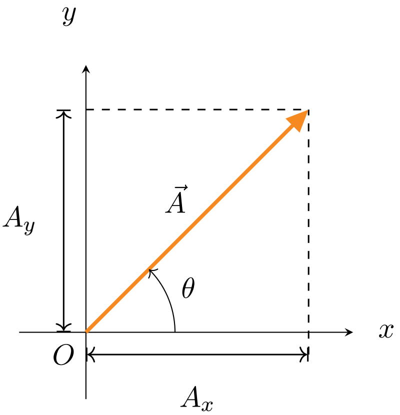
- Podemos também fazer o contrário, encontrar o módulo $|\vec{A}|$ e o angulo θ a partir das componentes

$$A_x^2 + A_y^2 = |\vec{A}|^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = |\vec{A}|^2$$

$$\boxed{|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$

- e o angulo θ é calculado como

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{|\vec{A}|\sin\theta}{|\vec{A}|\cos\theta} = \tan\theta \longrightarrow \boxed{\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)}$$



Componentes de um vetor

- Aprendemos a calcular as componentes a partir do módulo do vetor e do seu angulo com o eixo x positivo

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

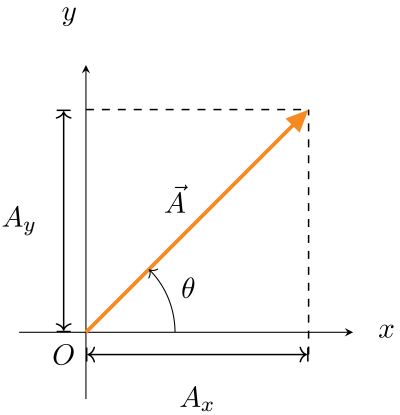
- Podemos também fazer o contrário, encontrar o módulo $|\vec{A}|$ e o angulo θ a partir das componentes

$$A_x^2 + A_y^2 = |\vec{A}|^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = |\vec{A}|^2$$

$$\boxed{|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$

- e o angulo θ é calculado como

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{|\vec{A}|\sin\theta}{|\vec{A}|\cos\theta} = \tan\theta \implies \boxed{\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)}$$



Componentes de um vetor

- Aprendemos a calcular as componentes a partir do módulo do vetor e do seu angulo com o eixo x positivo

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

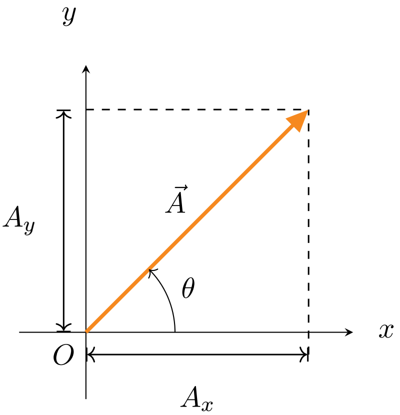
- Podemos também fazer o contrário, encontrar o módulo $|\vec{A}|$ e o angulo θ a partir das componentes

$$A_x^2 + A_y^2 = |\vec{A}|^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = |\vec{A}|^2$$

$$\boxed{|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$

- e o angulo θ é calculado como

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{|\vec{A}|\sin\theta}{|\vec{A}|\cos\theta} = \tan\theta \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)}$$



- Aprendemos a calcular as componentes a partir do módulo do vetor e do seu angulo com o eixo x positivo

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

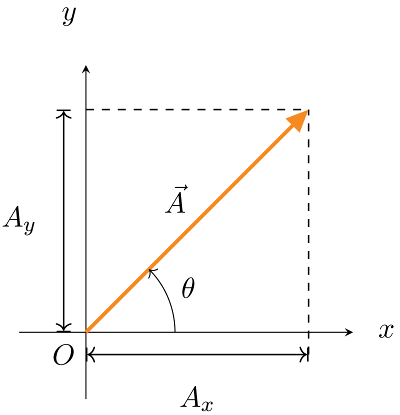
- Podemos também fazer o contrário, encontrar o módulo $|\vec{A}|$ e o angulo θ a partir das componentes

$$A_x^2 + A_y^2 = |\vec{A}|^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = |\vec{A}|^2$$

$$\boxed{|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$

- e o angulo θ é calculado como

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{|\vec{A}|\sin\theta}{|\vec{A}|\cos\theta} = \tan\theta \longrightarrow \boxed{\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)}$$



Componentes de um vetor

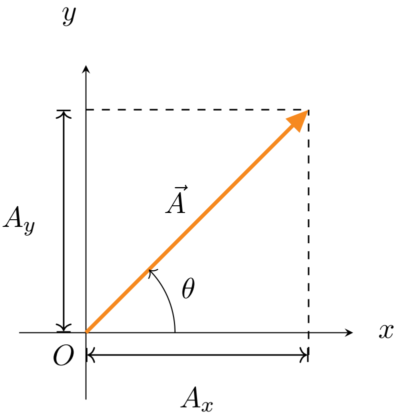
- Aprendemos a calcular as componentes a partir do módulo do vetor e do seu angulo com o eixo x positivo

$$A_x = |\vec{A}|\cos\theta \qquad A_y = |\vec{A}|\sin\theta$$

- Podemos também fazer o contrário, encontrar o módulo $|\vec{A}|$ e o angulo θ a partir das componentes

$$A_x^2 + A_y^2 = |\vec{A}|^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = |\vec{A}|^2$$

$$\boxed{|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$



- e o angulo θ é calculado como

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{|\vec{A}|\sin\theta}{|\vec{A}|\cos\theta} = \tan\theta \implies \boxed{\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)}$$

Componentes de um vetor

- Aprendemos a calcular as componentes a partir do módulo do vetor e do seu angulo com o eixo x positivo

$$A_x = |\vec{A}|\cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}|\sin\theta$$

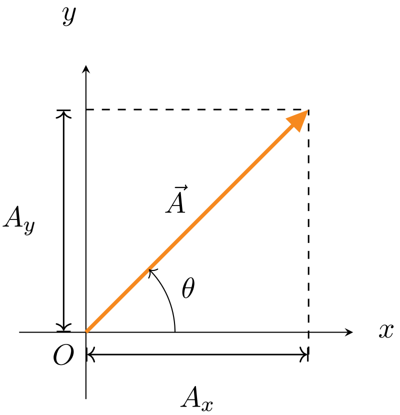
- Podemos também fazer o contrário, encontrar o módulo $|\vec{A}|$ e o angulo θ a partir das componentes

$$A_x^2 + A_y^2 = |\vec{A}|^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = |\vec{A}|^2$$

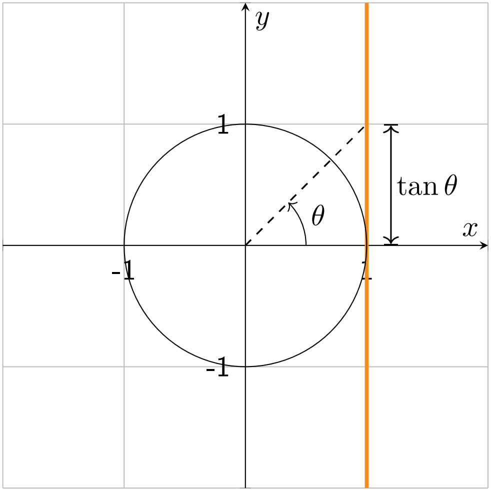
$$\boxed{|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$

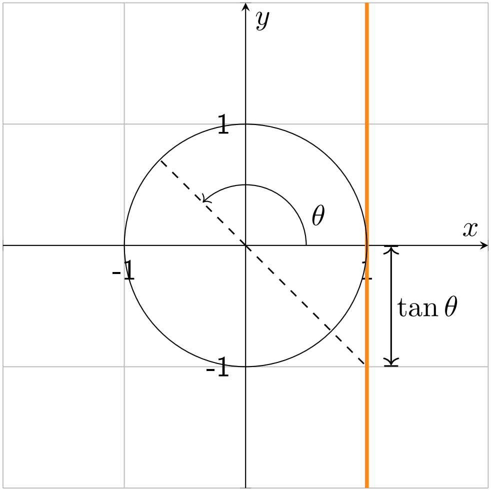
- e o angulo θ é calculado como

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{|\vec{A}|\sin\theta}{|\vec{A}|\cos\theta} = \tan\theta \implies \boxed{\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)}$$

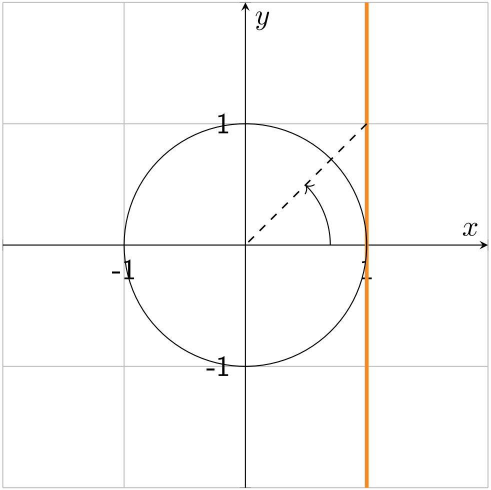


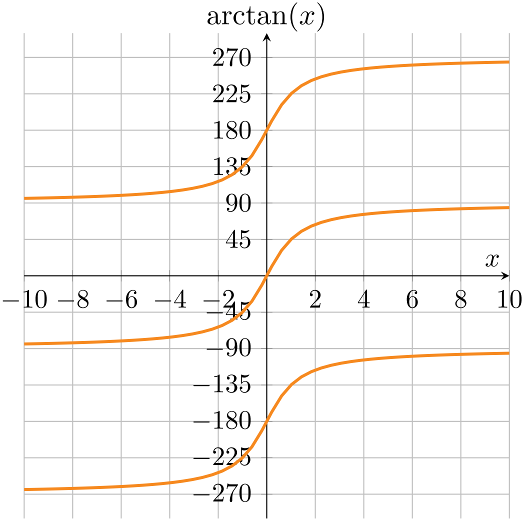
Função $\tan\theta$



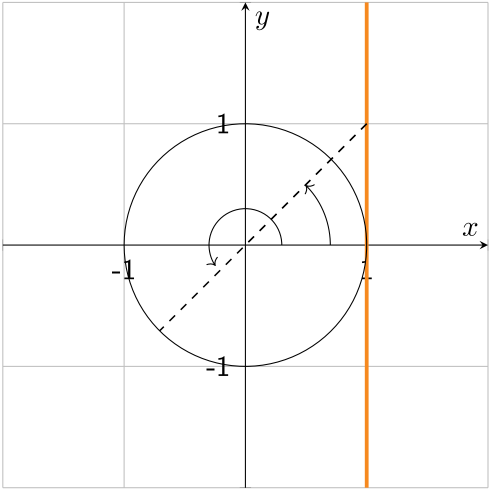


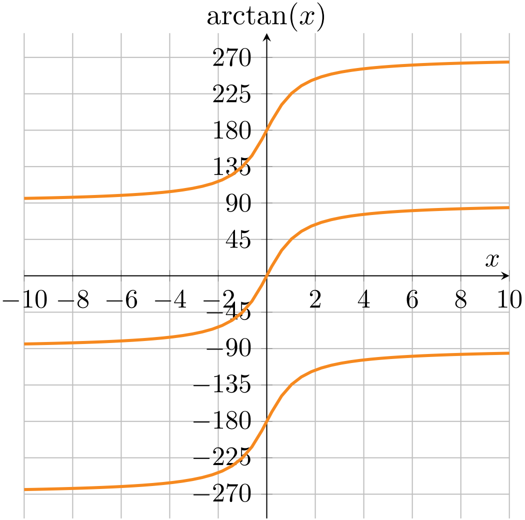
Função $\theta = \arctan x$





Lembre-se que $\arctan(x) = \tan^{-1}(x) \neq \frac{1}{\tan x}$





Lembre-se que $\arctan(x) = \tan^{-1}(x) \neq \frac{1}{\tan x}$

Função $\theta = \arctan x$

- A mensagem é a seguinte: a função inversa da tangente (arco tangente) é de valor múltiplo:

$$\arctan(0,3) = 16,69924423^\circ \qquad \phi = 16,69924423^\circ$$

$$\arctan(0,3) = \{\phi, \phi \pm 180^\circ, \phi \pm 360^\circ, \phi \pm 540^\circ, \cdots\}$$

- teste você mesmo

$$\tan(\phi) = \tan(\phi \pm 180^\circ) = \tan(\phi \pm 360^\circ) = \tan(\phi \pm 540^\circ) = 0,3$$

Componentes de um vetor

- Vimos que

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

- Portanto se tivermos θ e $|\vec{A}|$ é fácil encontrar as componentes A_x e A_y
- Por exemplo: $\theta = 173°$ e $|\vec{A}| = 4,00$

$$A_x = -3,97 \qquad\qquad A_y = 0,487$$

Componentes de um vetor

- Vimos que

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

- Portanto se tivermos θ e $|\vec{A}|$ é fácil encontrar as componentes A_x e A_y
- Por exemplo: $\theta = 173°$ e $|\vec{A}| = 4,00$

$$A_x = -3,97 \qquad\qquad A_y = 0,487$$

Componentes de um vetor

- Vimos que

$$A_x = |\vec{A}|\cos\theta \qquad\qquad A_y = |\vec{A}|\sin\theta$$

- Portanto se tivermos θ e $|\vec{A}|$ é fácil encontrar as componentes A_x e A_y
- Por exemplo: $\theta = 173°$ e $|\vec{A}| = 4,00$

$$A_x = -3,97 \qquad\qquad A_y = 0,487$$

Componentes de um vetor

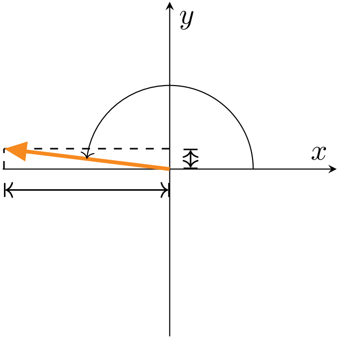
- Vimos que

$$A_x = |\vec{A}|\cos\theta \qquad A_y = |\vec{A}|\sin\theta$$

- Portanto se tivermos θ e $|\vec{A}|$ é fácil encontrar as componentes A_x e A_y

- Por exemplo: $\theta = 173°$ e $|\vec{A}| = 4,00$

$$A_x = -3,97 \qquad A_y = 0,487$$



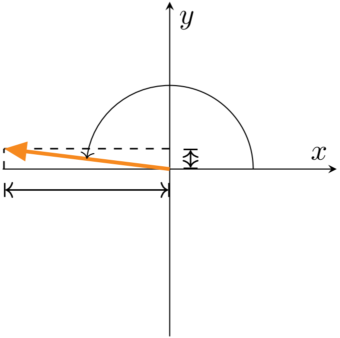
Componentes de um vetor

- Vimos que

$$A_x = |\vec{A}| \cos\theta \qquad A_y = |\vec{A}| \sin\theta$$

- Portanto se tivermos θ e $|\vec{A}|$ é fácil encontrar as componentes A_x e A_y
- Por exemplo: $\theta = 173°$ e $|\vec{A}| = 4,00$

$$A_x = -3,97 \qquad A_y = 0,487$$



Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$
- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

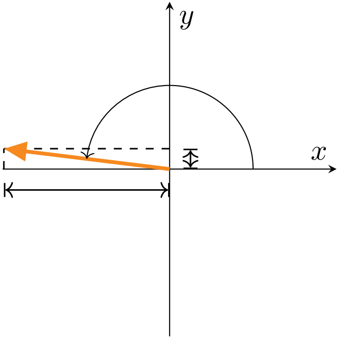
$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$
- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



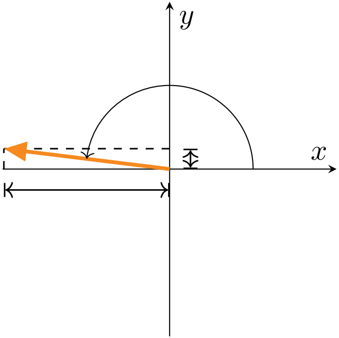
- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

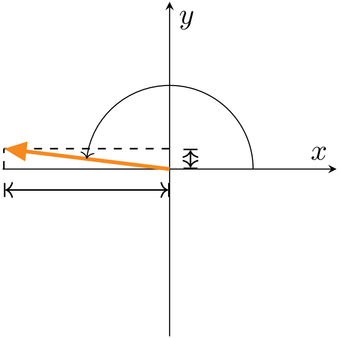
$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = +173^\circ \\ -7^\circ - 180^\circ = -187^\circ \end{cases}$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

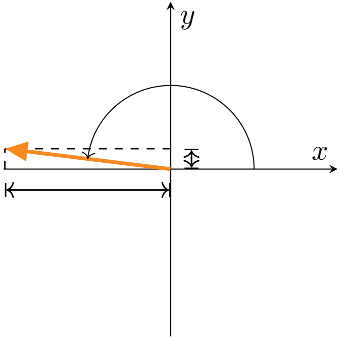
$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = 173^\circ \\ -7^\circ - 180^\circ = -187^\circ \end{cases}$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

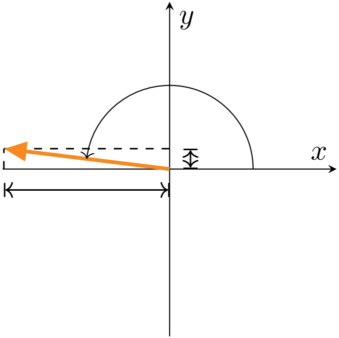
- Orientação:

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

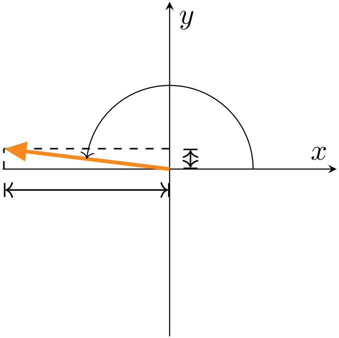
$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = +173^\circ \\ -7^\circ - 180^\circ = -187^\circ \end{cases}$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

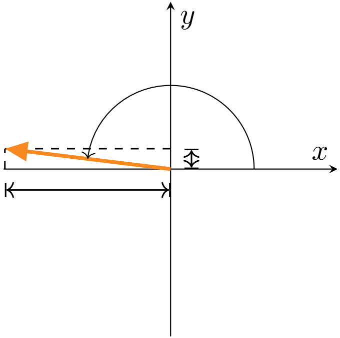
$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = & +173^\circ \checkmark \\ -7^\circ - 180^\circ = & -187^\circ \checkmark \end{cases}$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

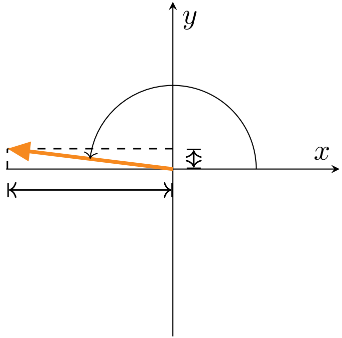
- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = & +173^\circ \checkmark \\ -7^\circ - 180^\circ = & -187^\circ \checkmark \end{cases}$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$
$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



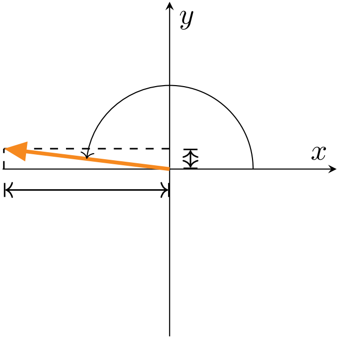
- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = & +173^\circ \checkmark \\ -7^\circ - 180^\circ = & -187^\circ \checkmark \end{cases}$$

Componentes de um vetor



- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

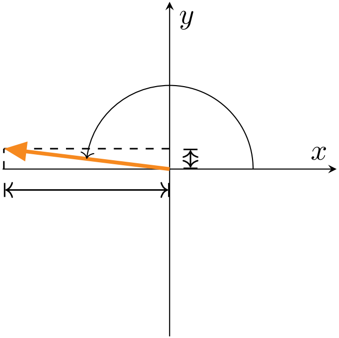
$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = & +173^\circ \checkmark \\ -7^\circ - 180^\circ = & -187^\circ \checkmark \end{cases}$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

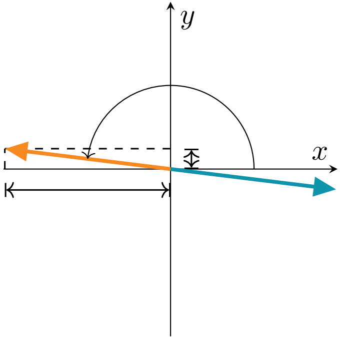
- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = & +173^\circ \checkmark \\ -7^\circ - 180^\circ = & -187^\circ \checkmark \end{cases}$$

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

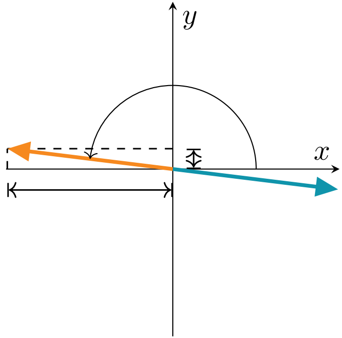
$$\theta = \arctan(-0,123) = -7^\circ = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = & +173^\circ \checkmark \\ -7^\circ - 180^\circ = & -187^\circ \checkmark \end{cases}$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

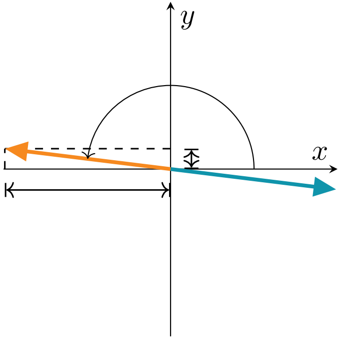
$$\theta = \arctan(-0,123) = \cancel{-7^\circ} = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = & +173^\circ \checkmark \\ -7^\circ - 180^\circ = & -187^\circ \checkmark \end{cases}$$

Componentes de um vetor

- Também vimos que

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



- Portanto se tivermos A_x e A_y podemos encontrar $|\vec{A}|$ e θ
- Por exemplo: $A_x = -3,97$ e $A_y = 0,487$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-3,97)^2 + (0,487)^2} = 4$$

- Orientação: $\tan\theta = A_y/A_x = -0,123$

$$\theta = \arctan(-0,123) = \cancel{-7^\circ} = \begin{cases} -7^\circ + 180^\circ = & +173^\circ \checkmark \\ -7^\circ - 180^\circ = & -187^\circ \checkmark \end{cases}$$

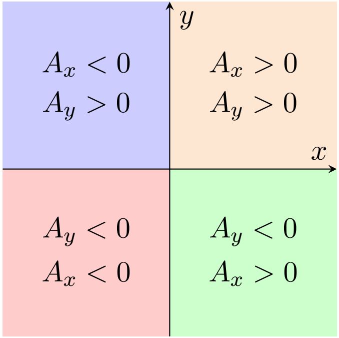
Componentes de um vetor

- Portanto, para obter θ (o angulo que o vetor faz com o eixo x positivo), temos de calcular

$$\theta = \arctan(A_y/A_x)$$

  e depois checar se o angulo obtido está no quadrante certo!

- Caso não esteja, temos de somar (ou subtrair) $180°$ para obter o angulo correto!



- Nesse caso, o módulo de $\vec{A}$ será

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

- Podemos descreve o vetor $\vec{A}$ usando as coordenadas cartesianas

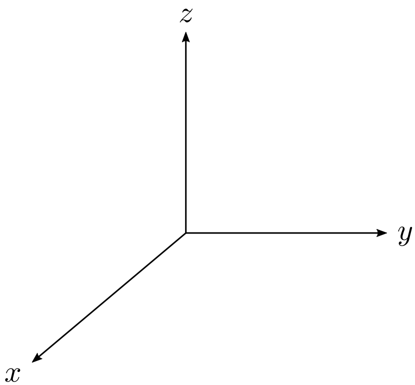
$$(A_x, A_y, A_z)$$

- ou as coordenadas esféricas

$$(A, \theta, \phi)$$

- A relação entre as coordenadas é

$$A_x = A\sin\theta\cos\phi \qquad A_y = A\sin\theta\sin\phi \qquad A_z = A\cos\theta$$



- Nesse caso, o módulo de $\vec{A}$ será

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

- Podemos descreve o vetor $\vec{A}$ usando as coordenadas cartesianas

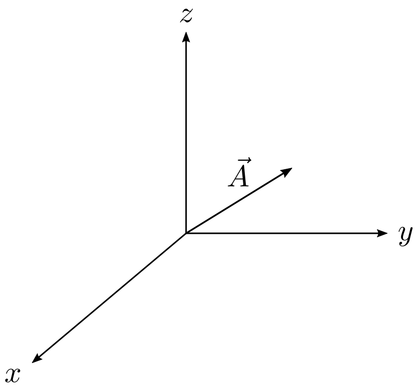
$$(A_x, A_y, A_z)$$

- ou as coordenadas esféricas

$$(A, \theta, \phi)$$

- A relação entre as coordenadas é

$$A_x = A\sin\theta\cos\phi \qquad A_y = A\sin\theta\sin\phi \qquad A_z = A\cos\theta$$



- Nesse caso, o módulo de $\vec{A}$ será

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

- Podemos descreve o vetor $\vec{A}$ usando as coordenadas cartesianas

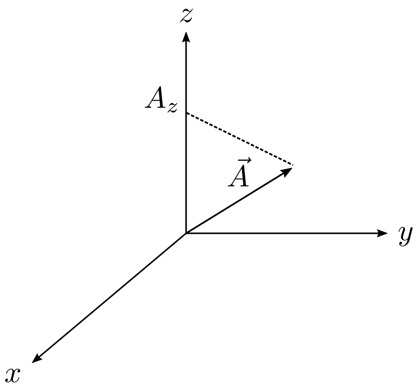
$$(A_x, A_y, A_z)$$

- ou as coordenadas esféricas

$$(A, \theta, \phi)$$

- A relação entre as coordenadas é

$$A_x = A\sin\theta\cos\phi \qquad A_y = A\sin\theta\sin\phi \qquad A_z = A\cos\theta$$



Caso tridimensional

Componentes de um vetor

- Nesse caso, o módulo de $\vec{A}$ será

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

- Podemos descreve o vetor $\vec{A}$ usando as coordenadas cartesianas

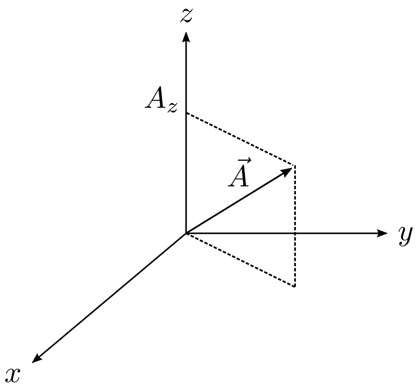
$$(A_x, A_y, A_z)$$

- ou as coordenadas esféricas

$$(A, \theta, \phi)$$

- A relação entre as coordenadas é

$$A_x = A\sin\theta\cos\phi \qquad A_y = A\sin\theta\sin\phi \qquad A_z = A\cos\theta$$



Caso tridimensional
Componentes de um vetor

- Nesse caso, o módulo de $\vec{A}$ será

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

- Podemos descreve o vetor $\vec{A}$ usando as coordenadas cartesianas

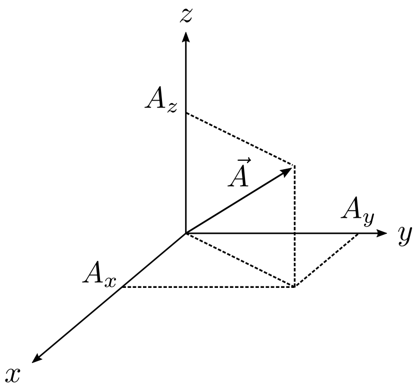
$$(A_x, A_y, A_z)$$

- ou as coordenadas esféricas

$$(A, \theta, \phi)$$

- A relação entre as coordenadas é

$$A_x = A \sin\theta \cos\phi \qquad A_y = A \sin\theta \sin\phi \qquad A_z = A \cos\theta$$



- Nesse caso, o módulo de $\vec{A}$ será

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

- Podemos descreve o vetor $\vec{A}$ usando as coordenadas cartesianas

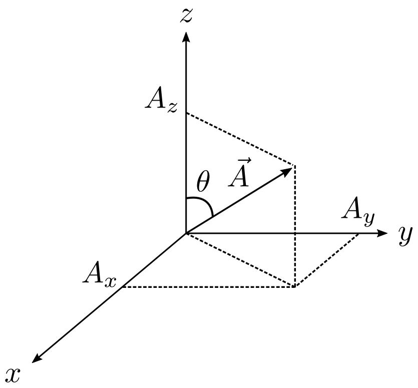
$$(A_x, A_y, A_z)$$

- ou as coordenadas esféricas

$$(A, \theta, \phi)$$

- A relação entre as coordenadas é

$$A_x = A \sin\theta\cos\phi \qquad A_y = A \sin\theta\sin\phi \qquad A_z = A\cos\theta$$



Caso tridimensional
Componentes de um vetor

- Nesse caso, o módulo de $\vec{A}$ será

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

- Podemos descreve o vetor $\vec{A}$ usando as coordenadas cartesianas

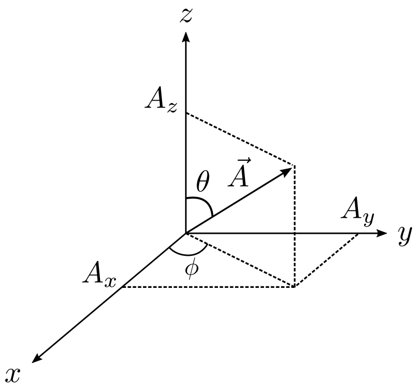
$$(A_x, A_y, A_z)$$

- ou as coordenadas esféricas

$$(A, \theta, \phi)$$

- A relação entre as coordenadas é

$$A_x = A \sin\theta \cos\phi \qquad A_y = A \sin\theta \sin\phi \qquad A_z = A \cos\theta$$



- Nesse caso, o módulo de $\vec{A}$ será

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

- Podemos descreve o vetor $\vec{A}$ usando as coordenadas cartesianas

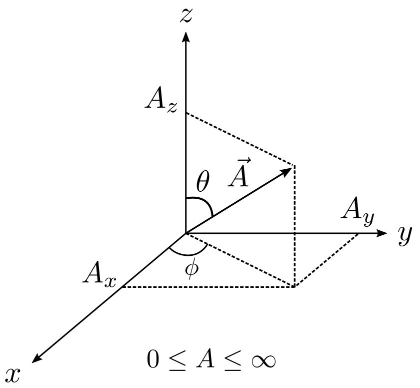
$$(A_x, A_y, A_z)$$

- ou as coordenadas esféricas

$$(A, \theta, \phi)$$

- A relação entre as coordenadas é

$$A_x = A\sin\theta\cos\phi \qquad A_y = A\sin\theta\sin\phi \qquad A_z = A\cos\theta$$



$$0 \leq A \leq \infty$$
$$0 \leq \theta \leq \pi$$
$$0 \leq \phi \leq 2\pi$$

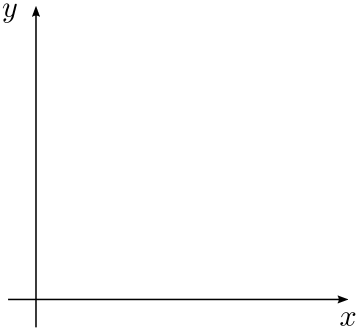
Manipulando as componentes
Componentes de um vetor

- Já vimos que

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Vemos que as componentes do vetor $\vec{C}$ podem ser escritas como

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$

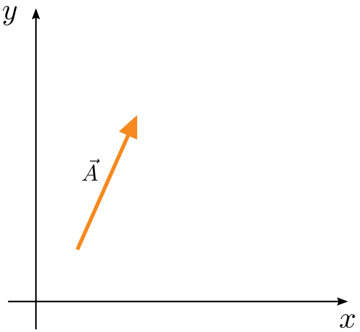


- Já vimos que

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Vemos que as componentes do vetor $\vec{C}$ podem ser escritas como

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$

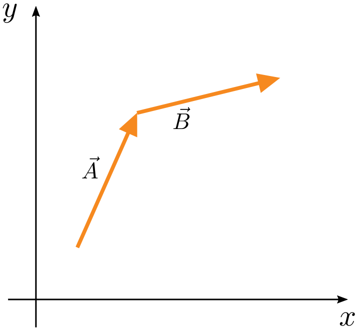


- Já vimos que

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Vemos que as componentes do vetor $\vec{C}$ podem ser escritas como

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$

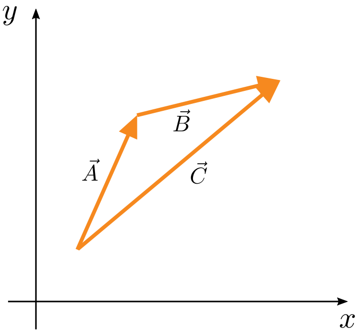


- Já vimos que

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Vemos que as componentes do vetor $\vec{C}$ podem ser escritas como

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$

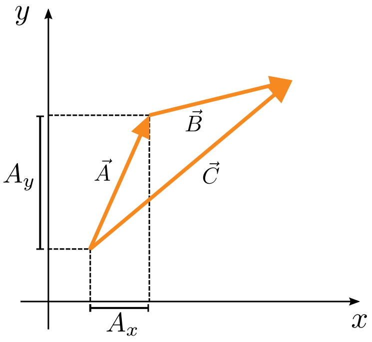


- Já vimos que

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Vemos que as componentes do vetor $\vec{C}$ podem ser escritas como

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$

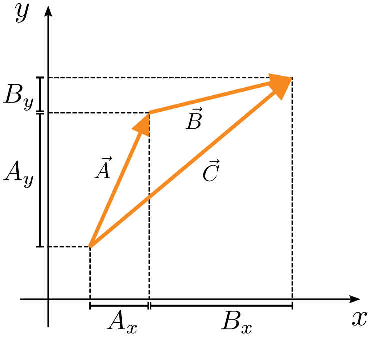


- Já vimos que

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Vemos que as componentes do vetor $\vec{C}$ podem ser escritas como

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$

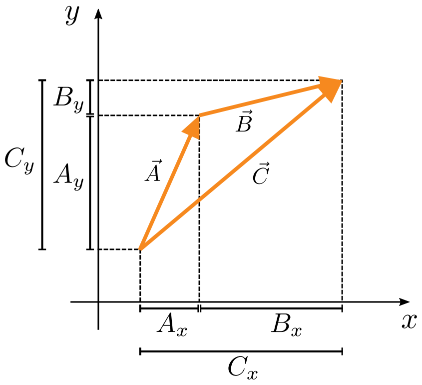


- Já vimos que

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

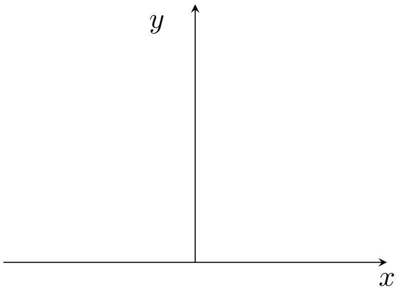
- Vemos que as componentes do vetor $\vec{C}$ podem ser escritas como

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$



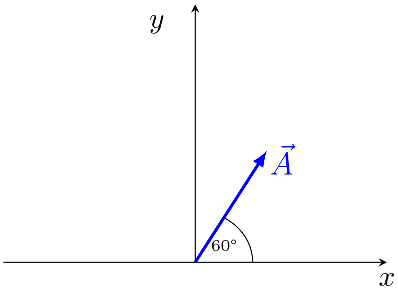
Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



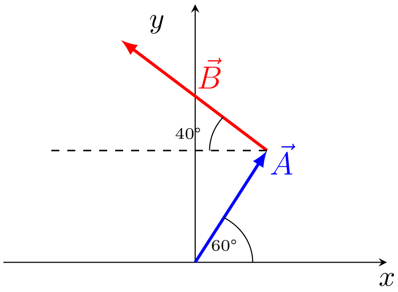
Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



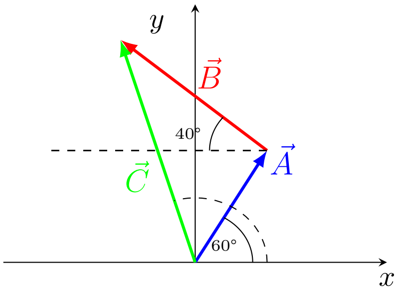
Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



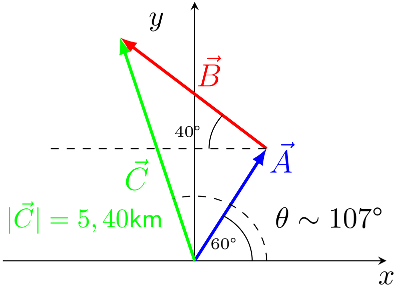
Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



$$A_x = |\vec{A}|\cos(60°) = (3,00\text{km})\cos(60°) = 1,50\text{km}$$

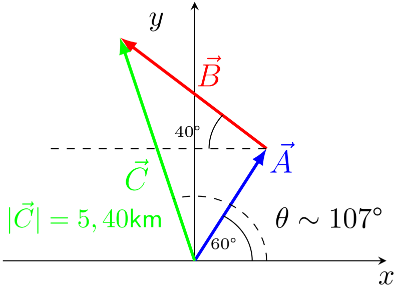
$$A_y = |\vec{A}|\sin(60°) = (3,00\text{km})\sin(60°) = 2,60\text{km}$$

$$B_x = |\vec{B}|\cos(140°) = (4,00\text{km})\cos(140°) = -3,06\text{km}$$

$$B_y = |\vec{B}|\sin(140°) = (4,00\text{km})\sin(140°) = 2,57\text{km}$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



$$A_x = |\vec{A}|\cos(60°) = (3,00\text{km})\cos(60°) = 1,50\text{km}$$

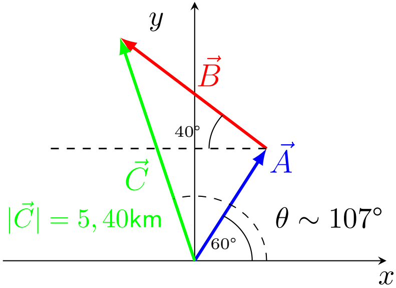
$$A_y = |\vec{A}|\sin(60°) = (3,00\text{km})\sin(60°) = 2,60\text{km}$$

$$B_x = |\vec{B}|\cos(140°) = (4,00\text{km})\cos(140°) = -3,06\text{km}$$

$$B_y = |\vec{B}|\sin(140°) = (4,00\text{km})\sin(140°) = 2,57\text{km}$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

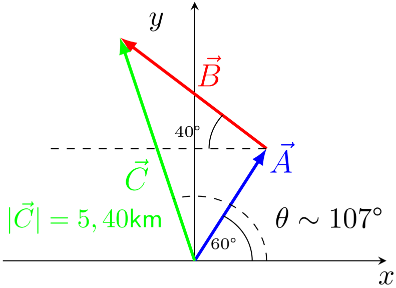
$$C_x = A_x + B_x = (1,50\text{km}) + (-3,06\text{km}) = -1,56\text{km}$$
$$C_y = A_y + B_y = (2,60\text{km}) + (2,57\text{km}) = 5,17\text{km}$$

módulo:

$$|\vec{C}| = \sqrt{(C_x)^2 + (C_y)^2} = \sqrt{(-1,56\text{km})^2 + (5.17\text{km})^2}$$
$$\boxed{|\vec{C}| = 5,40\text{km}}$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?

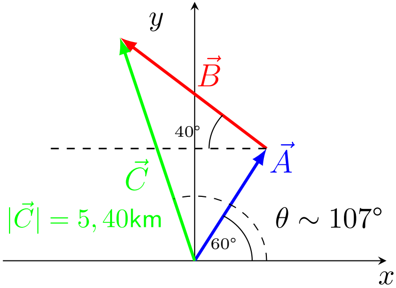


Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



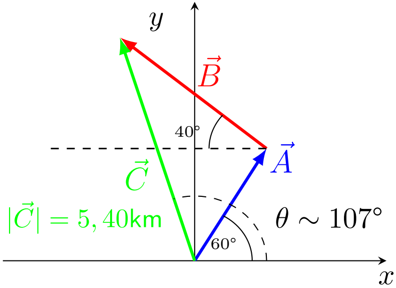
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right)$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



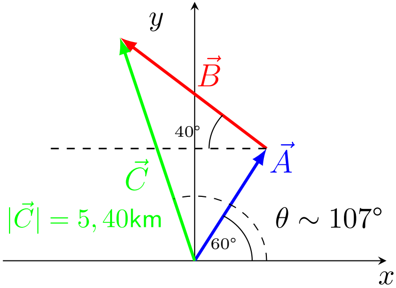
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right)$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



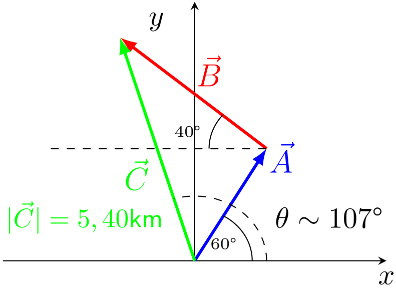
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = -73,2°$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



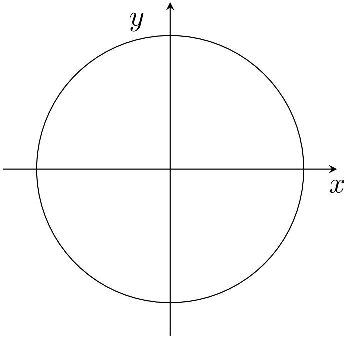
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = -73,2°$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



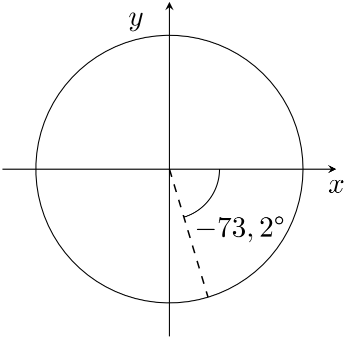
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = -73,2°$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



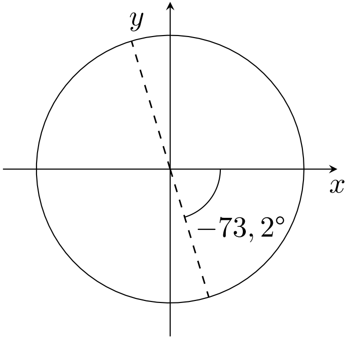
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = -73,2°$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



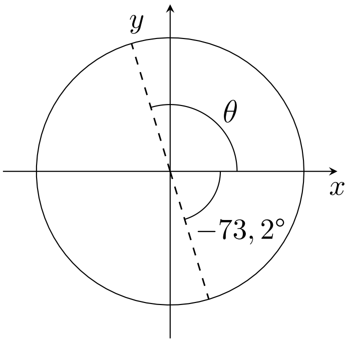
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \xcancel{-73,2°}$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?



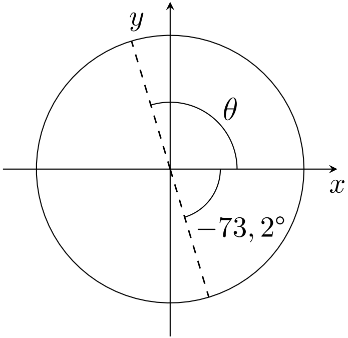
Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \cancel{-73,2°}$$

Exemplo: mapa do tesouro

Você recebeu um mapa e instruções para enterrar um tesouro em um dado local. As indicações são as de caminhar $3,00$ km apontando para $60°$ a norte do leste, e depois $4,00$ km apontando para $40°$ a norte do oeste. Para qual direção e quanto você deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa?

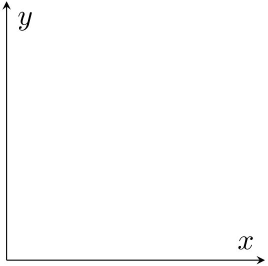


Ainda podemos calcular o angulo θ:

$$\tan(\theta) = C_y/C_x$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.17\cancel{\text{km}}}{-1,56\cancel{\text{km}}}\right) = \cancel{-73,2°}$$

finalmente $\boxed{\theta = -73,2° + 180° = 107°}$



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

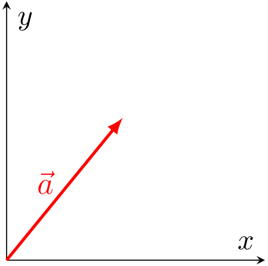
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a_x' = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a_y' = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

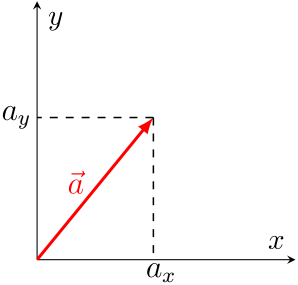
$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

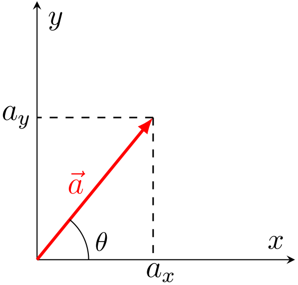
$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

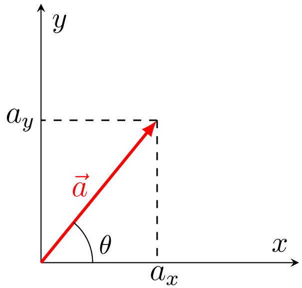
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a_x' = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a_y' = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema original



$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

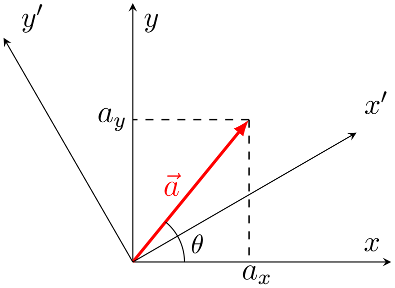
$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

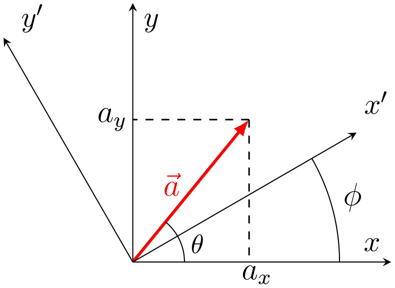
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a_x' = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a_y' = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema original



$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

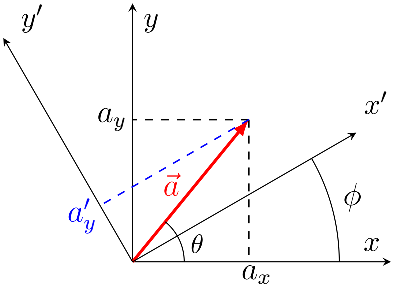
$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a'^2_x + a'^2_y} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a'^2_x + a'^2_y}}$$

Sistema original



$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$

$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

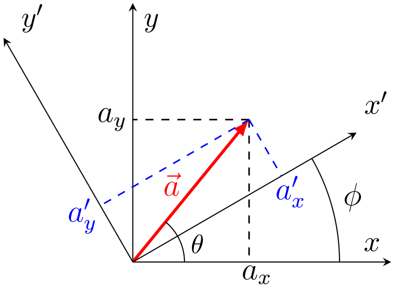
$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$



Sistema rotacionado

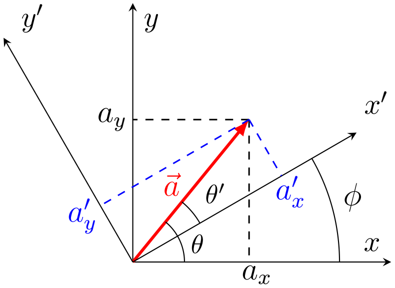
$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

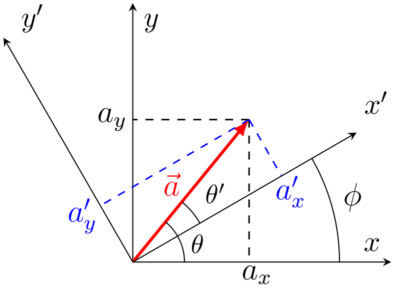
Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$

$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Vetores e as Leis da Física



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

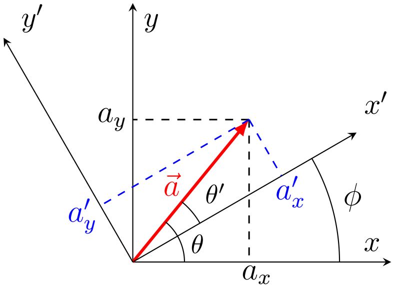
$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2\underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$



$$\boxed{\theta' = \theta - \phi}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}}$$

Sistema original

$$a_x = |\vec{a}|\cos(\theta) \qquad a_y = |\vec{a}|\sin(\theta)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sistema rotacionado

$$a'_x = |\vec{a}|\cos(\theta') = |\vec{a}|\cos(\theta - \phi)$$
$$a'_y = |\vec{a}|\sin(\theta') = |\vec{a}|\sin(\theta - \phi)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 \underbrace{(\cos^2(\theta') + \sin^2(\theta'))}_{=1}} = |\vec{a}|$$

Sumário

3. Vetores
3.1 Definições basicas
3.2 Adição e subtração de vetores
3.3 Componentes de um vetor
3.4 Multiplicando um vetor por um escalar
3.5 Vetores Unitários
3.6 Multiplicação de vetores
- Produto escalar
- Produto vetorial

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

$$\vec{a} \longrightarrow \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicando um vetor por um escalar

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicando um vetor por um escalar
Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicando um vetor por um escalar

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

Multiplicando um vetor por um escalar

Multiplicação de um vetor $\vec{a}$ por um escalar e

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

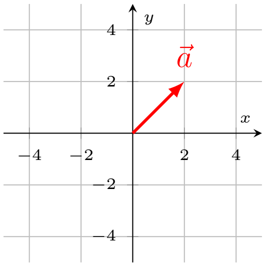
$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$



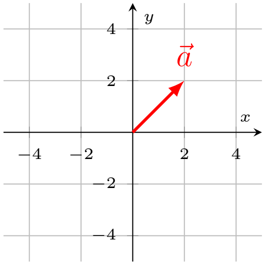
$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$



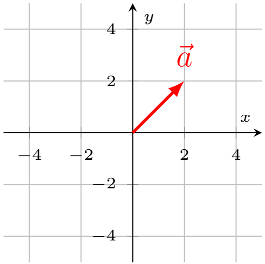
$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

$$\vec{b} = -2\vec{a}$$

- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$



- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

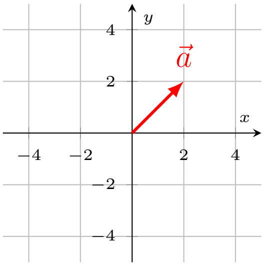
- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

$$\vec{b} = -2\vec{a}$$



$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$
$$|\vec{b}| = |-2||\vec{a}| = 4\sqrt{2}$$

$$\vec{a} \quad \longrightarrow \quad \vec{b} = e\vec{a}$$

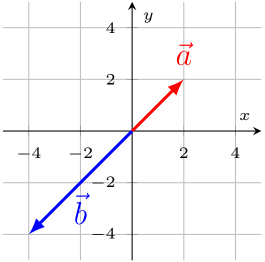
- Módulo, direção e sentido

$$|\vec{b}| = |e||\vec{a}|$$

- $\vec{b}$ tem a mesma direção de $\vec{a}$.
- O sentido de $\vec{b}$ é o mesmo de $\vec{a}$ se $e > 0$ e o sentido oposto se $e < 0$.
- Para dividir $\vec{b}$ por e, fazemos

$$\frac{\vec{a}}{e} = \left(\frac{1}{e}\right)\vec{a}$$

$$\vec{b} = -2\vec{a}$$



$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$
$$|\vec{b}| = |-2||\vec{a}| = 4\sqrt{2}$$

Sumário

3. Vetores

3.1 Definições basicas

3.2 Adição e subtração de vetores

3.3 Componentes de um vetor

3.4 Multiplicando um vetor por um escalar

3.5 Vetores Unitários

3.6 Multiplicação de vetores

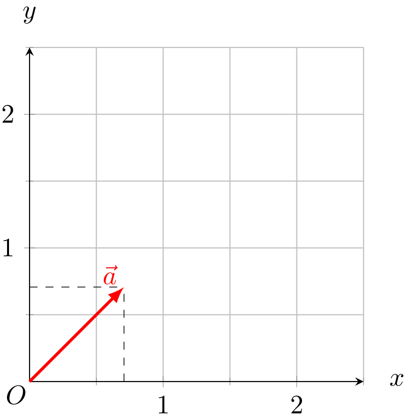
- Produto escalar
- Produto vetorial

- Chama-se vetor unitário um vetor de módulo igual a 1

$$
\begin{aligned}
|\vec{a}| &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \\
&= \sqrt{(1/\sqrt{2})^2 + (1/\sqrt{2})^2} \\
&= 1
\end{aligned}
$$

- O vetor unitário não possui dimensão nem unidade

$$\vec{a} \quad \Longrightarrow \quad \hat{a}$$



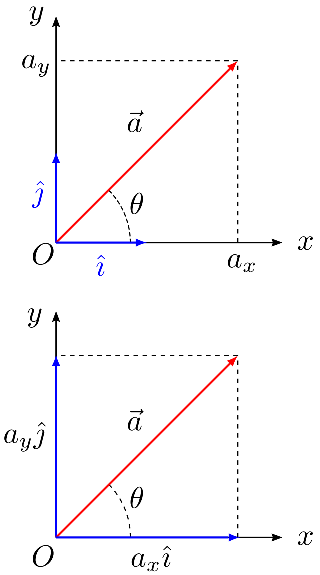
Vetores Unitários

- Os vetores unitários que apontam nas direções $+x$, $+y$ e $+z$ são designados por $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ e $\hat{k}$

$$|\hat{\imath}| = 1 \qquad |\hat{\jmath}| = 1 \qquad |\hat{k}| = 1$$

- Podemos decompor o vetor $\vec{a}$ como

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$



Vetores Unitários

- O módulo do vetor $\vec{a}$ é dado por

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5}$$

- $\vec{a}$ não é um vetor unitário. Podemos encontrar o vetor unitário que tem a mesma orientação de $\vec{a}$. Ele é dado por

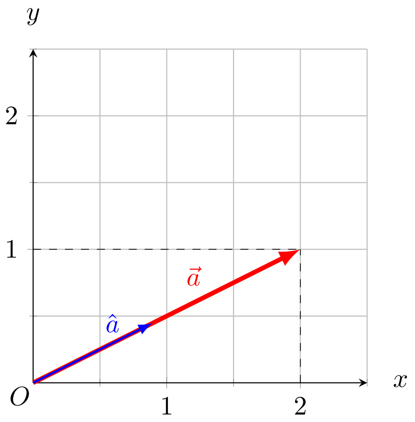
$$\boxed{\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{a}}{a}}$$

- Podemos checar isso

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{2\hat{\imath} + 1\hat{\jmath}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}\hat{\imath} + \frac{1}{\sqrt{5}}\hat{\jmath}$$

$$|\hat{a}| = \sqrt{(2/\sqrt{5})^2 + (1/\sqrt{5})^2} = 1$$

- Também podemos escrever: $\vec{a} = |\vec{a}|\hat{a}$



Sumário

3. Vetores
3.1 Definições basicas
3.2 Adição e subtração de vetores
3.3 Componentes de um vetor
3.4 Multiplicando um vetor por um escalar
3.5 Vetores Unitários
3.6 Multiplicação de vetores
- Produto escalar
- Produto vetorial

Multiplicação de Vetores

- Existe duas formas de multiplicar um vetor por um vetor
  - Produto escalar (produto interno) - resulta em um escalar
  - Produto vetorial (produto externo) - resulta em um vetor

Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

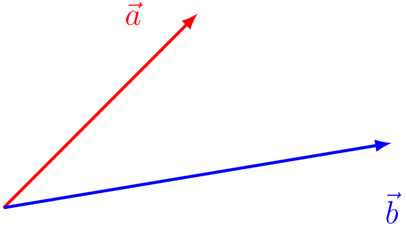
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

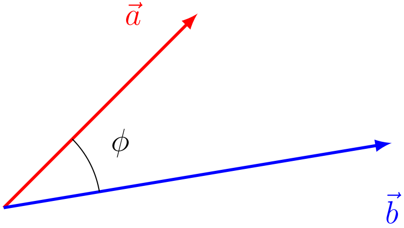
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}|\cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}|\cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

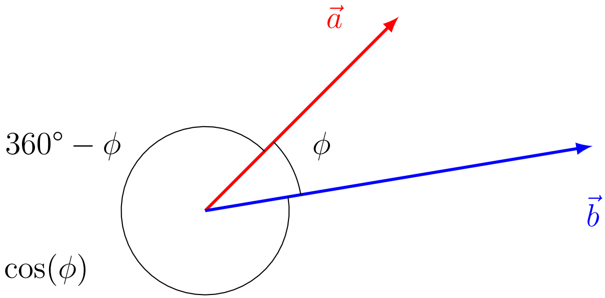
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}|\cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}|\cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

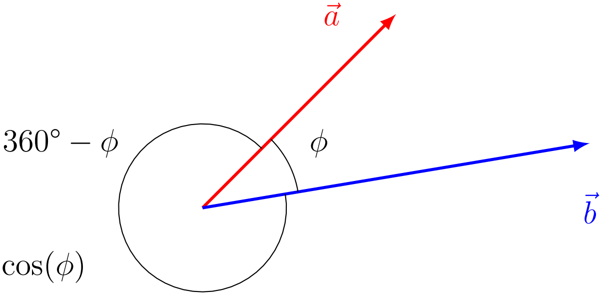


$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

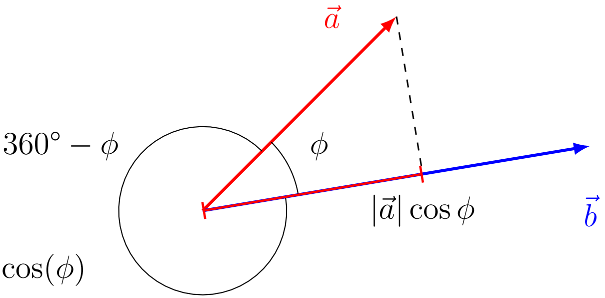
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}|\cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}|\cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

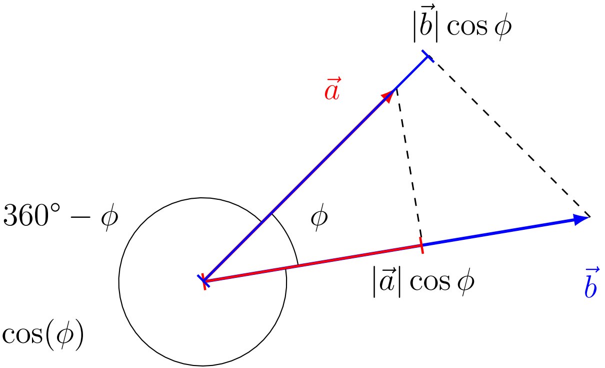
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

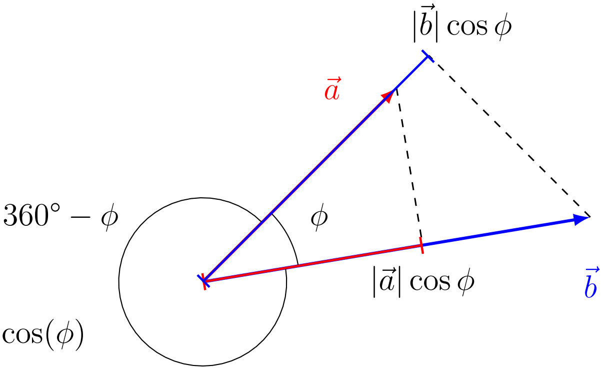
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

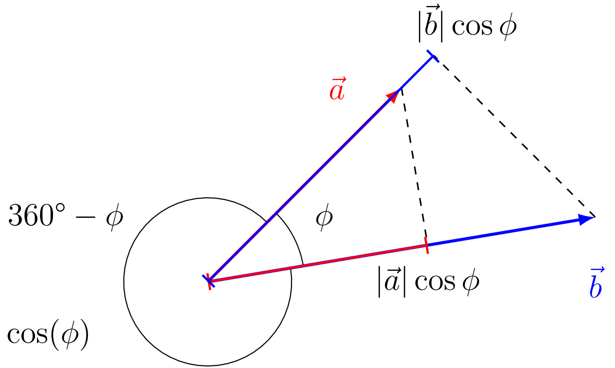
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}|\cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}|\cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

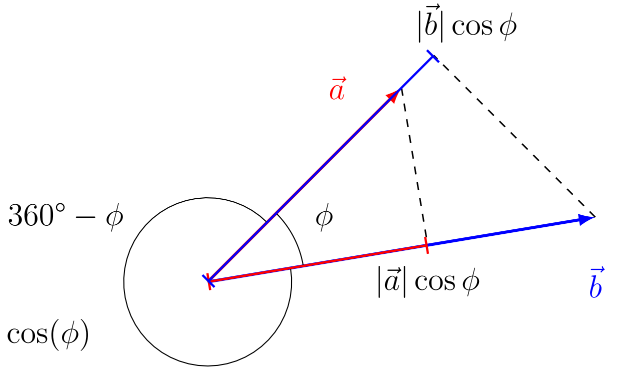
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}|\cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}|\cos(\phi)) = \vec{b}\cdot\vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

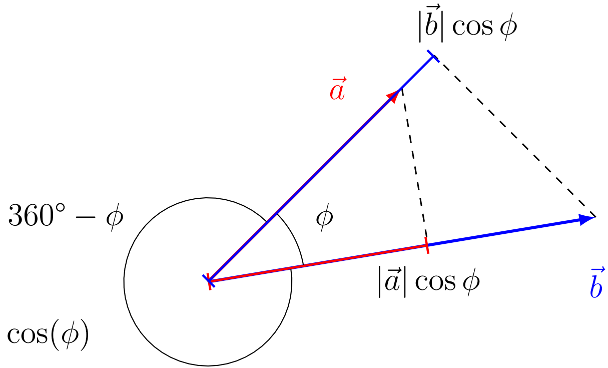
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}| \cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}| \cos(\phi)) = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- O produto escalar dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é definido como: $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{b}|(|\vec{a}|\cos(\phi)) = |\vec{a}|(|\vec{b}|\cos(\phi)) = \vec{b}\cdot\vec{a}$$



$$\cos(360° - \phi) = \cos(\phi)$$

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \cdot (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

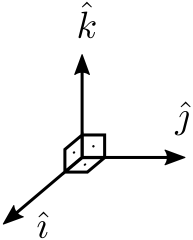
Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_xb_x\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} + a_xb_y\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + a_xb_z\hat{\imath}\cdot\hat{k} \\
&\quad + a_yb_x\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + a_yb_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\
&\quad + a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

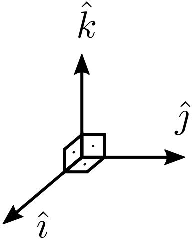
- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_xb_x\overset{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + a_xb_z\hat{\imath}\cdot\hat{k}$$

$$+ a_yb_x\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + a_yb_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k}$$

$$+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

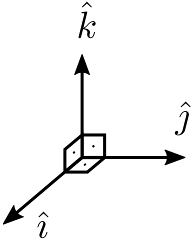
Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \cdot (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_x b_x \overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}}^{1} + a_x b_y \overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}}^{0} + a_x b_z \hat{\imath}\cdot\hat{k} \\
&+ a_y b_x \hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + a_y b_y \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_y b_z \hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\
&+ a_z b_x \hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_z b_y \hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

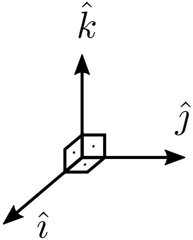
Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_xb_x\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}}^{1} + a_xb_y\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}}^{0} + a_xb_z\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{k}}^{0} \\
&+ a_yb_x\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + a_yb_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\
&+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

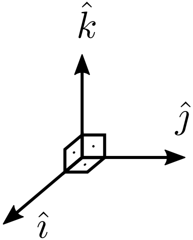
- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_xb_x\cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}}$$

$$+ a_yb_x\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_yb_y\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k}$$

$$+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

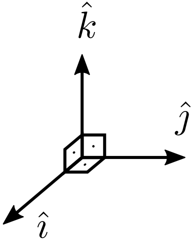
Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_xb_x\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}}^{1} + a_xb_y\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}}^{0} + a_xb_z\overbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{k}}^{0} \\
&+ a_yb_x\overbrace{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}}^{0} + a_yb_y\overbrace{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}}^{1} + a_yb_z\hat{\jmath}\cdot\hat{k} \\
&+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

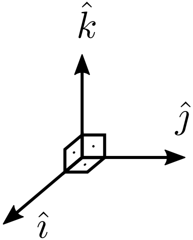
Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})\\
&= a_xb_x\cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}}\\
&+ a_yb_x\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_yb_y\cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_yb_z\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{k}}\\
&+ a_zb_x\hat{k}\cdot\hat{\imath} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

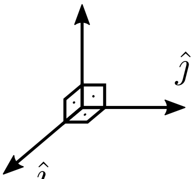
Multiplicação de Vetores
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_xb_x\cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_yb_x\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_yb_y\cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_yb_z\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_zb_x\cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\imath}} + a_zb_y\hat{k}\cdot\hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}
\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

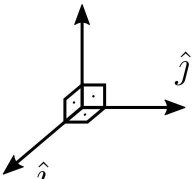
- Produto escalar

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_xb_x\cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}}$$

$$+ a_yb_x\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_yb_y\cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_yb_z\cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{k}}$$

$$+ a_zb_x\cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\imath}} + a_zb_y\cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\jmath}} + a_zb_z\hat{k}\cdot\hat{k}$$



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$$

Multiplicação de Vetores

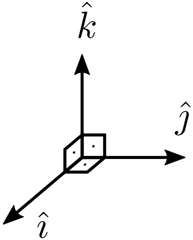
Produto escalar

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_x b_x \cancelto{1}{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}} + a_x b_y \cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}} + a_x b_z \cancelto{0}{\hat{\imath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_y b_x \cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}} + a_y b_y \cancelto{1}{\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}} + a_y b_z \cancelto{0}{\hat{\jmath}\cdot\hat{k}} \\
&+ a_z b_x \cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\imath}} + a_z b_y \cancelto{0}{\hat{k}\cdot\hat{\jmath}} + a_z b_z \cancelto{1}{\hat{k}\cdot\hat{k}}
\end{aligned}$$



$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\phi)$

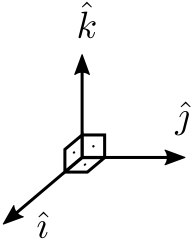
- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto escalar

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \cdot (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$



$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\phi)$

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab\sin\phi}$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360° - \phi) = -\sin(\phi)$$

Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

Multiplicação de Vetores
Produto vetorial

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin \phi}$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin\phi}$$

- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

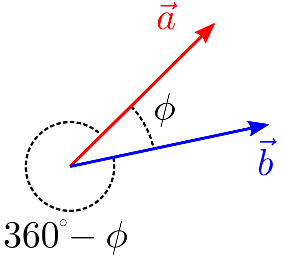
Multiplicação de Vetores
Produto vetorial

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin\phi}$$



- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

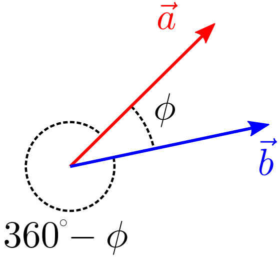
Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin\phi}$$



- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360^\circ - \phi) = -\sin(\phi)$$

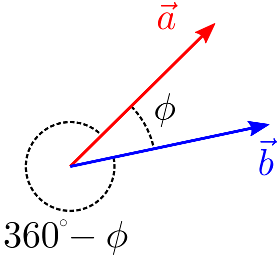
Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

- O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ ou $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- O produto vetorial resulta em um novo vetor

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Módulo de $\vec{c}$ é dado por

$$\boxed{|\vec{c}\,| = ab \sin \phi}$$



- ϕ é o menor dos dois angulos entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\sin(360° - \phi) = -\sin(\phi)$$

Lembre-se: $|\vec{a}| = a$

- Note que se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são paralelos ou antiparalelos:

$$|\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(0) = 0 \qquad |\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(180°) = 0$$

- Quando $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são mutuamente perpendiculares

$$|\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(90°) = ab$$

- Note que se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são paralelos ou antiparalelos:

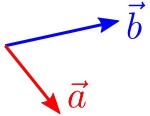
$$|\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(0) = 0 \qquad\qquad |\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(180°) = 0$$

- Quando $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são mutuamente perpendiculares

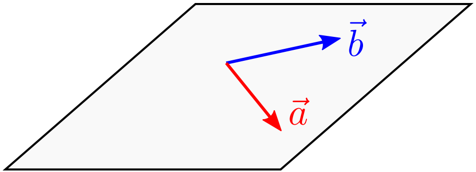
$$|\vec{a} \times \vec{b}\,| = ab\sin(90°) = ab$$

- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$

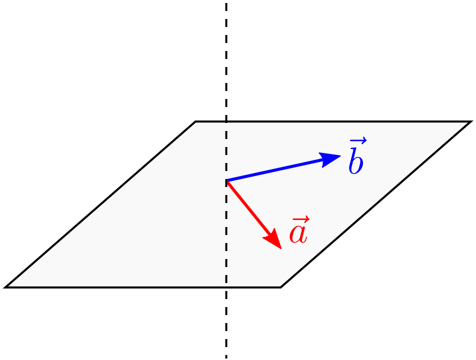
- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$



- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$

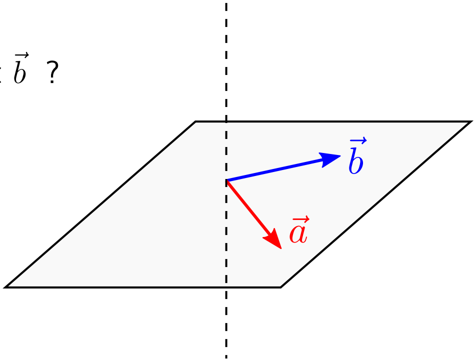


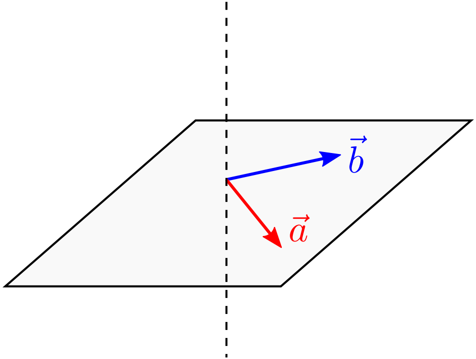
- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$



- A direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$

E o sentido de $\vec{a} \times \vec{b}$?



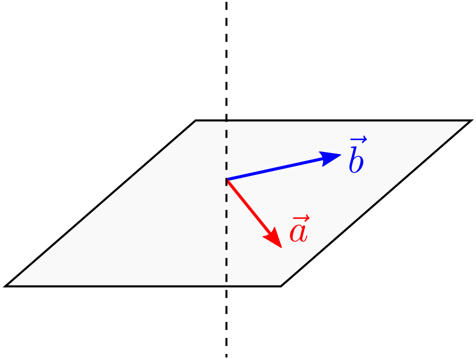


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

Produto vetorial

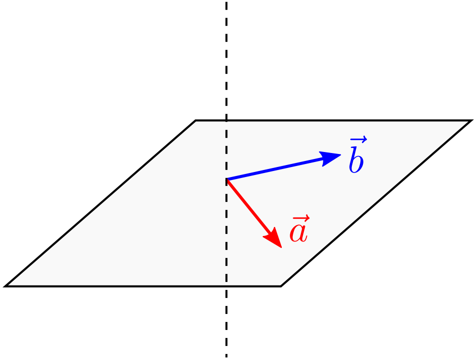


Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores

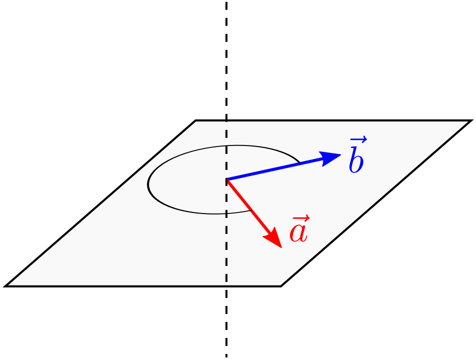
Produto vetorial



Regra da mão direita

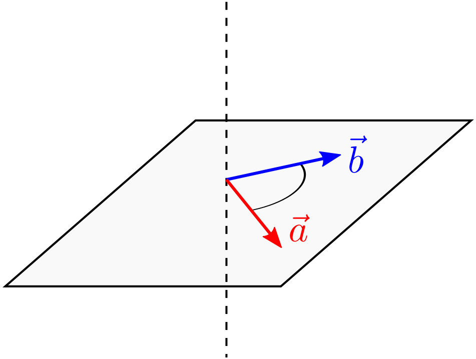
1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores
Produto vetorial



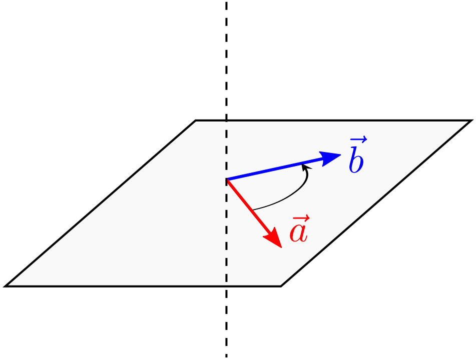
Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.



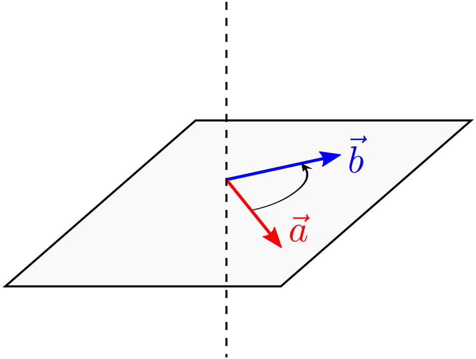
Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.



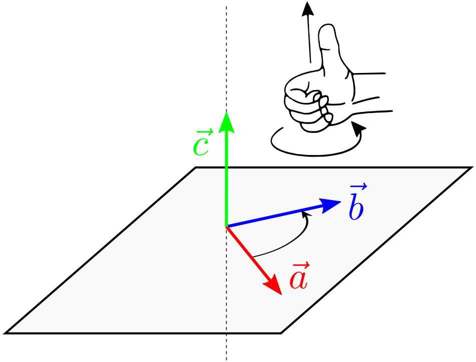
Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.



Regra da mão direita

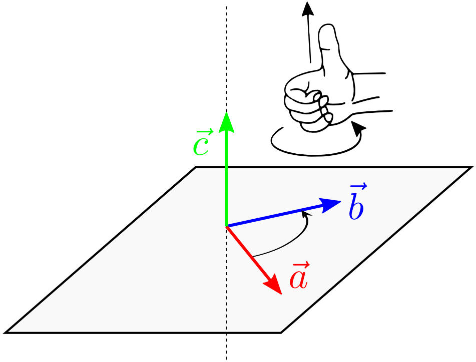
1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.



Regra da mão direita

1. Superponha as origens de $\vec{a}$ e $\vec{b}$
2. Imagine a reta que é perpendicular ao plano definido pelos vetores e passa pela origem comum.
3. Envolva essa reta com a mão direita de modo que os dedos empurrem $\vec{a}$ em direção a $\vec{b}$ ao longo do menor angulo entre os vetores.
4. Seu polegar estendido apontará na direção de $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Multiplicação de Vetores
Produto vetorial



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

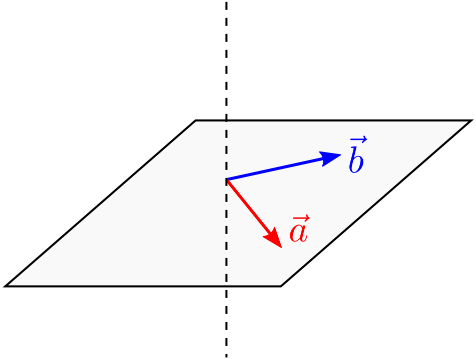
- Vamos determinar o sentido de

$$\vec{c}\,' = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

Multiplicação de Vetores
Produto vetorial



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

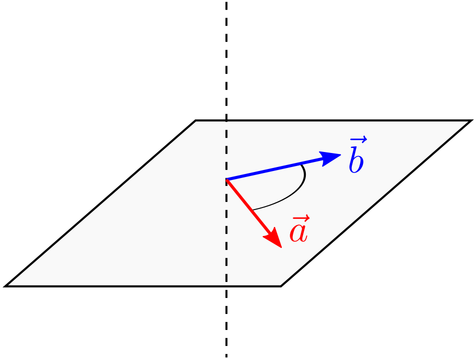
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

$$\vec{c}\,' = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

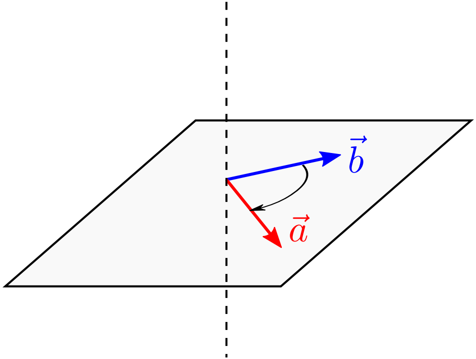
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

$$\vec{c}' = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

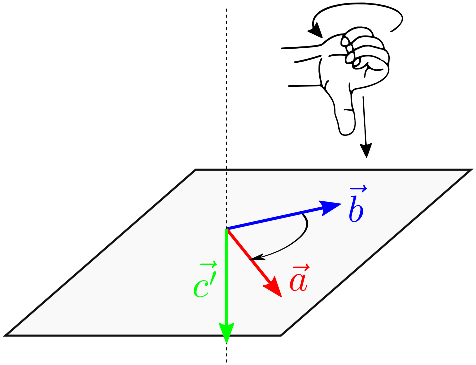
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

$$\vec{c}' = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

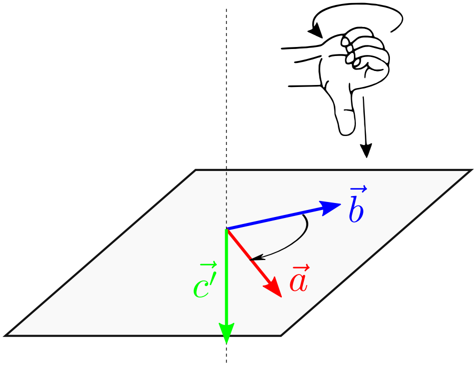
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

$$\vec{c}' = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$



- No caso do produto vetorial, a ORDEM dos vetores importa!

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

- Vamos determinar o sentido de

$$\vec{c}' = \vec{b} \times \vec{a}$$

- Temos então que

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_xb_x\hat{\imath} \times \hat{\imath} + a_xb_y\hat{\imath} \times \hat{\jmath} + a_xb_z\hat{\imath} \times \hat{k}$$

$$+ a_yb_x\hat{\jmath} \times \hat{\imath} + a_yb_y\hat{\jmath} \times \hat{\jmath} + a_yb_z\hat{\jmath} \times \hat{k}$$

$$+ a_zb_x\hat{k} \times \hat{\imath} + a_zb_y\hat{k} \times \hat{\jmath} + a_zb_z\hat{k} \times \hat{k}$$

Multiplicação de Vetores
Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

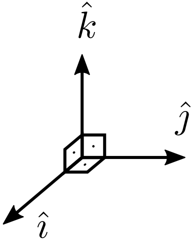
- Produto vetorial

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_x b_x \cancelto{0}{\hat{\imath} \times \hat{\imath}} + a_x b_y \hat{\imath} \times \hat{\jmath} + a_x b_z \hat{\imath} \times \hat{k}$$

$$+ a_y b_x \hat{\jmath} \times \hat{\imath} + a_y b_y \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} + a_y b_z \hat{\jmath} \times \hat{k}$$

$$+ a_z b_x \hat{k} \times \hat{\imath} + a_z b_y \hat{k} \times \hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k} \times \hat{k}$$



Multiplicação de Vetores
Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

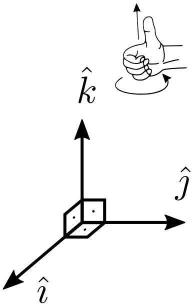
- Produto vetorial

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= a_x b_x \cancelto{0}{\hat{\imath} \times \hat{\imath}} + a_x b_y \cancelto{\hat{k}}{\hat{\imath} \times \hat{\jmath}} + a_x b_z \hat{\imath} \times \hat{k}$$

$$+ a_y b_x \hat{\jmath} \times \hat{\imath} + a_y b_y \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} + a_y b_z \hat{\jmath} \times \hat{k}$$

$$+ a_z b_x \hat{k} \times \hat{\imath} + a_z b_y \hat{k} \times \hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k} \times \hat{k}$$



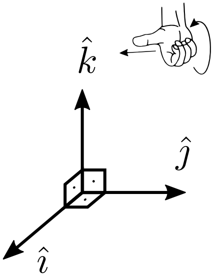
Multiplicação de Vetores
Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\begin{aligned}
\vec{a}\times\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_x b_x \cancelto{0}{\hat{\imath}\times\hat{\imath}} + a_x b_y \cancelto{\hat{k}}{\hat{\imath}\times\hat{\jmath}} + a_x b_z \cancelto{-\hat{\jmath}}{\hat{\imath}\times\hat{k}} \\
&\quad + a_y b_x \hat{\jmath}\times\hat{\imath} + a_y b_y \hat{\jmath}\times\hat{\jmath} + a_y b_z \hat{\jmath}\times\hat{k} \\
&\quad + a_z b_x \hat{k}\times\hat{\imath} + a_z b_y \hat{k}\times\hat{\jmath} + a_z b_z \hat{k}\times\hat{k}
\end{aligned}$$



Multiplicação de Vetores

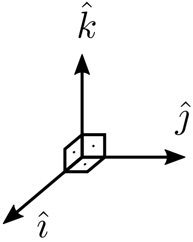
Produto vetorial

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad\qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\begin{aligned}
\vec{a}\times\vec{b} &= (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) \\
&= a_xb_x\cancelto{0}{\hat{\imath}\times\hat{\imath}} + a_xb_y\cancelto{\hat{k}}{\hat{\imath}\times\hat{\jmath}} + a_xb_z\cancelto{-\hat{\jmath}}{\hat{\imath}\times\hat{k}} \\
&+ a_yb_x\cancelto{-\hat{k}}{\hat{\jmath}\times\hat{\imath}} + a_yb_y\cancelto{0}{\hat{\jmath}\times\hat{\jmath}} + a_yb_z\cancelto{\hat{\imath}}{\hat{\jmath}\times\hat{k}} \\
&+ a_zb_x\cancelto{\hat{\jmath}}{\hat{k}\times\hat{\imath}} + a_zb_y\cancelto{-\hat{\imath}}{\hat{k}\times\hat{\jmath}} + a_zb_z\cancelto{0}{\hat{k}\times\hat{k}}
\end{aligned}$$



- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_z)\hat{\imath} + (a_z b_x - b_z a_x)\hat{\jmath} + (a_x b_y - b_x a_y)\hat{k}}$$

- Vetores descritos na notação de vetores unitários:

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad \vec{b} = b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}$$

- Produto vetorial

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_z)\hat{\imath} + (a_z b_x - b_z a_x)\hat{\jmath} + (a_x b_y - b_x a_y)\hat{k}}$$

- Também podemos escrever

$$\vec{a} \times \vec{b} = \det \begin{pmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix}$$

Dicas

- Reproduza as passagens de maneira independente!
- Está fazendo a lista?
- Estude as referências!
- Estude os exemplos resolvidos dos livros!

- D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1. LTC, 10 edition, 2016
- P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1. LTC, 10 edition, 2009
- H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica.* E. Blucher, 2013
- H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
- M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica.* Editora Blucher, 2018
- R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman.* Bookman, 2008