

Professor: Valter Salles do Nascimento Jr
email: nascimento.valter@usp.br



6º e 7º Semana

- Diagrama de Compressibilidade
“informativo” / Equações de estado, e
equação de estado para gases reais /
Conservação de massa para volumes de
controle

Calendário

agosto

d	s	t	q	q	s	s
26	27	28	29	30	31	1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31	1	2	3	4	5

setembro

d	s	t	q	q	s	s
30	31	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10

outubro

d	s	t	q	q	s	s
27	28	29	30	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31
1	2	3	4	5	6	7

novembro

d	s	t	q	q	s	s
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12

24 - Aniversário de São Carlos

dezembro

d	s	t	q	q	s	s
29	30	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

Aproximação para gases ideais

Utilizamos frequentemente na engenharia a aproximação de que gases reais se comportam como gases ideais, essa aproximação é válida para uma ampla gama de aplicações, entre elas, quando temos baixas velocidades de escoamento a pressão atmosférica.

O estudo de modelo de gás ideal é iniciado com a definição da constante universal dos gases $\bar{R}$, e o fator de compressibilidade Z :

$$\bar{R} = \begin{cases} 8,314 \text{ kJ/kmol} \cdot K \\ 1,986 \text{ Btu/lbmol} \cdot ^\circ R \\ 1545 \text{ ft} \cdot \text{lbf/lbmol} \cdot ^\circ R \end{cases}$$

$$Z = \frac{p\bar{v}}{\bar{R}T}$$

Gás ideal $Z = 1$:

Constante universal dos gases

Suponha um gás confinado em um conjunto cilindro-pistão que é mantido a temperatura constante, através da mudança de posição do pistão, ocorre a variação de pressão e volume específico. Se tomarmos essa variação para diferentes valores de velocidade, vamos obter diversas retas, que extrapoladas até um valor de pressão nulo, chegam a um valor limite exato

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{p\bar{v}}{T} = \bar{R}$$

Em que $\bar{R}$ representa o limite comum para todas as temperaturas. Se repetirmos esse experimento para outros gases vamos obter o mesmo valor de $\bar{R}$, essa constante é denominada de constante universal dos gases

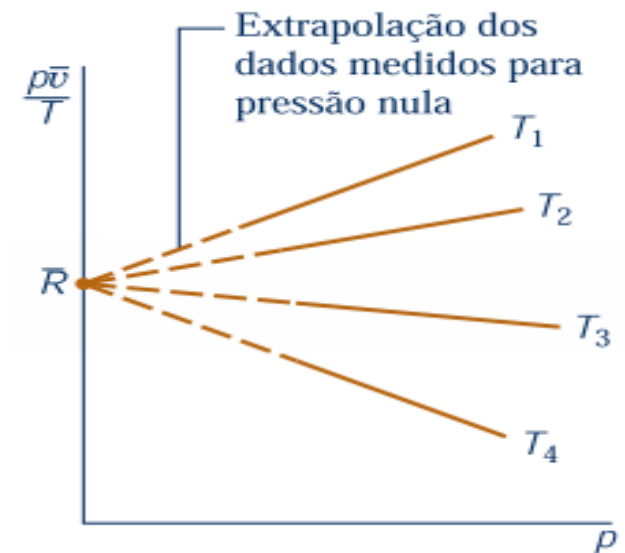


Fig. 3.10 Esboço de $p\bar{v}/T$ em função da pressão para um gás considerando diferentes valores de temperatura.

Dados generalizados de compressibilidade

A razão adimensional $\frac{p\bar{v}}{\bar{R}T}$ é denominada fator de compressibilidade, e é representada por Z :

$$Z = \frac{p\bar{v}}{\bar{R}T}$$

Como $\bar{v} = Mv$, em que M representa o peso atômico ou molecular, o fator de compressibilidade também pode ser expresso como:

$$Z = \frac{pv}{RT}$$

$$R = \frac{\bar{R}}{M}$$

R é uma constante para um gás particular de peso molecular P .
Analisando a equação (*)

$$\lim_{p \rightarrow 0} Z = 1$$

Fator de compressibilidade

TABELA 3.1

Valores da Constante R do Gás para Elementos e Compostos Selecionados

Substância	Fórmula Química	R (kJ/kg · K)	R (Btu/lb · °R)
Ar	—	0,2870	0,06855
Amônia	NH ₃	0,4882	0,11662
Argônio	Ar	0,2082	0,04972
Dióxido de carbono	CO ₂	0,1889	0,04513
Monóxido de carbono	CO	0,2968	0,07090
Hélio	He	2,0769	0,49613
Hidrogênio	H ₂	4,1240	0,98512
Metano	CH ₄	0,5183	0,12382
Nitrogênio	N ₂	0,2968	0,07090
Oxigênio	O ₂	0,2598	0,06206
Água	H ₂ O	0,4614	0,11021

Fonte: Os valores de R são calculados em termos da constante universal dos gases $\bar{R} = 8,314 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K} = 1,986 \text{ Btu/lbmol} \cdot ^\circ\text{R}$ e do peso molecular M obtido da Tabela A-1 utilizando $R = \bar{R}/M$ (Eq. 3.25).

Dados generalizados de compressibilidade

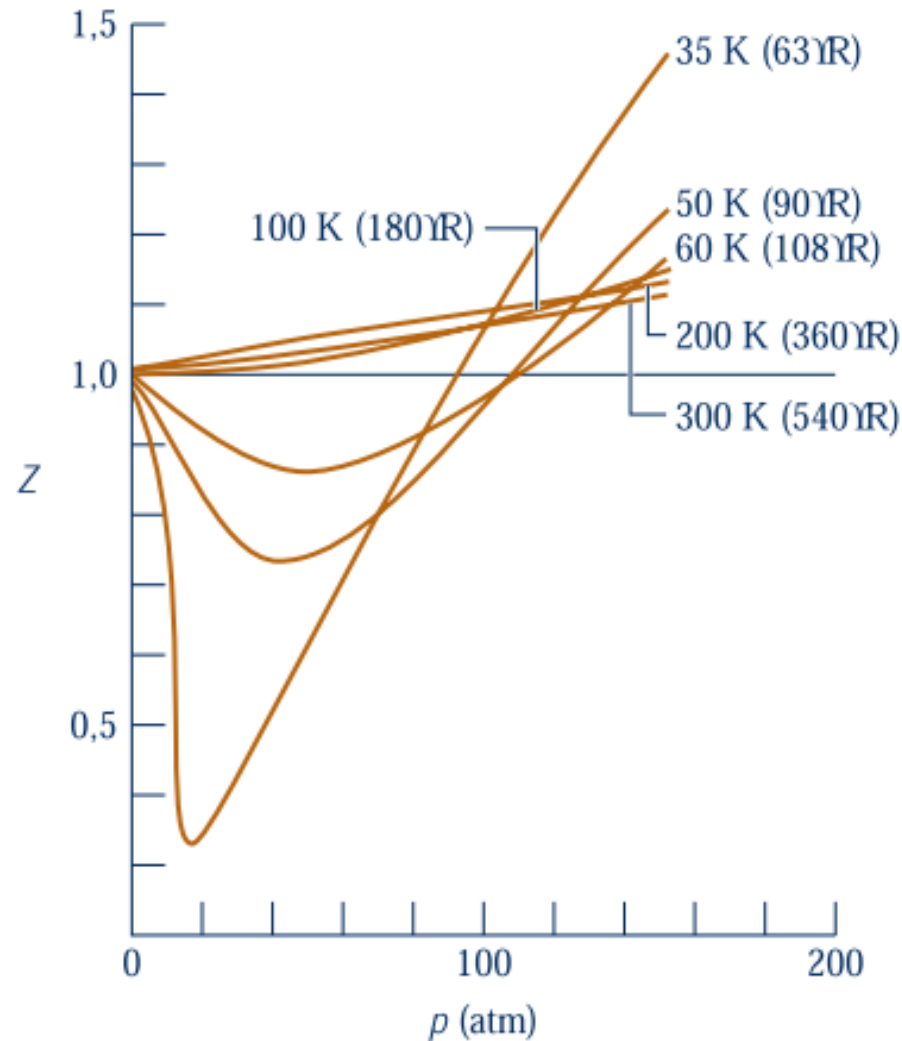


Fig. 3.11 Variação do fator de compressibilidade com a pressão a temperatura constante para o hidrogênio.

* (M. J. Moran e H. N. Shapiro. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**, 7ª edição, editora LTC)

Dados generalizados de compressibilidade

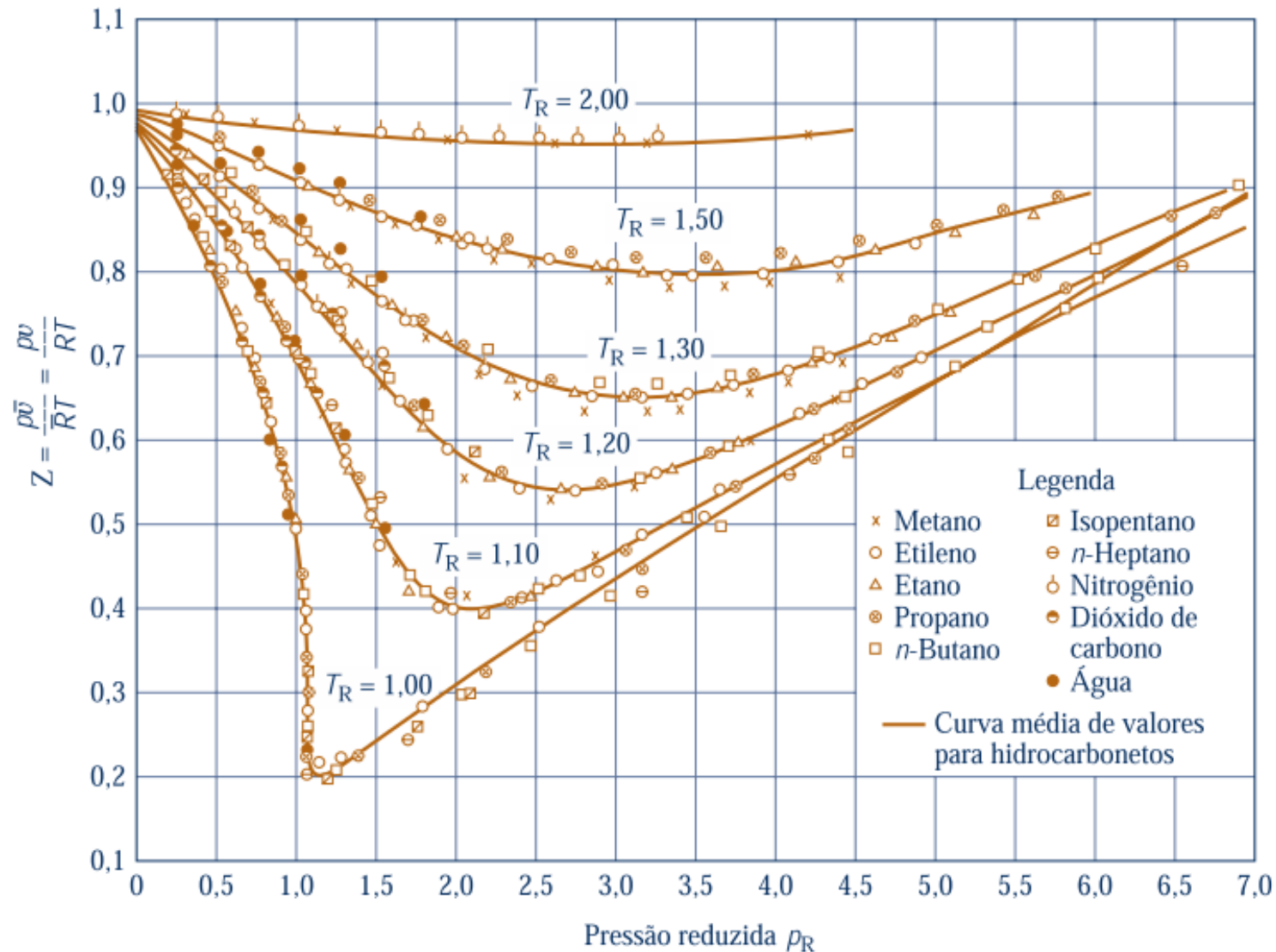


Fig. 3.12 Diagrama generalizado de compressibilidade para vários gases.

Dados generalizados de compressibilidade

Quando plotados os diagramas de compressibilidade de diversos gases (ex: figura do hidrogênio) é possível observar que eles guardam entre si uma similaridade qualitativa e quantitativa, esse fato é denominado de princípio de estados correspondentes. Para essa abordagem é necessário conhecer a pressão reduzida p_R , e a temperatura reduzida T_R , que são funções das pressões críticas p_c , e temperatura crítica T_c , respectivamente.

$$p_R = p/p_c$$

$$T_R = T/T_c$$

Dados generalizados de compressibilidade

O volume específico pseudoreduzido pode ser obtido da pressão reduzida e da temperatura reduzida:

$$v'_R = \frac{\bar{v}}{\bar{R} T_c / p_c}$$

O diagrama generalizado de compressibilidade não deve ser utilizado como um substituto para os dados $p-v-T$ de uma substância fornecidos por uma tabela ou programa de computador. O diagrama é útil principalmente para a obtenção de estimativas razoáveis na ausência de dados mais precisos

Equações de Estado

É razoável pensar que a variação do fator de compressibilidade com a pressão e a temperatura para gases pode ser expressa como uma equação, pelo menos para alguns intervalos de p e T . Duas expressões que contemplam uma base teórica podem ser escritas. Uma fornece o fator de compressibilidade como uma expansão em série infinita em termos da pressão, e a outra expressa em termos de $1/\bar{v}$.

$$Z = 1 + \hat{B}(T)p + \hat{C}(T)p^2 + \hat{D}(T)p^3 + \dots$$

$$Z = 1 + \frac{B(T)}{\bar{v}} + \frac{C(T)}{\bar{v}^2} + \frac{D(T)}{\bar{v}^3} + \dots$$

Essas são conhecidas como equações viriais de estado e são o ponto de partida para representações analíticas das relações $P - v - T$ de gases conhecidas como equações de estado.

* (M. J. Moran e H. N. Shapiro. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**, 7ª edição, editora LTC)

Equações de Estado de Gás Ideal

O estudo do diagrama generalizado de compressibilidade, representado, mostra que para os estados nos quais a pressão p é pequena em relação à pressão crítica p_c e/ou a temperatura T é elevada em relação à temperatura crítica T_c , o fator de compressibilidade $Z = pv/RT$, é próximo de 1. Nesses estados, podemos admitir com uma precisão aceitável que $Z = 1$, ou:

$$pv = RT$$

Essa equação também pode ser expressa de formas alternativas:

$$v = V/m \quad \longrightarrow \quad pV = mRT$$

$$v = \bar{v}/M \text{ e } R = \bar{R}/M \quad \longrightarrow \quad p\bar{v} = \bar{R}T$$

$$\bar{v} = V/n \quad \longrightarrow \quad pV = n\bar{R}T$$

Equações de Estado de Gás Ideal

Para qualquer gás cuja equação de estado seja dada exatamente por $pv = RT$ a energia interna específica depende somente da temperatura $u = u(T)$. Da definição de entalpia $h = u(T) + RT$. Tomadas essas observações em conjunto nós temos o modelo de gás ideal:

$$pv = RT$$

$$u = u(T)$$

$$h = h(T) = u(T) + RT$$

Como definimos anteriormente a energia interna ou a definição do estado depende de no mínimo duas propriedades especificadas, portanto o modelo de gás ideal é uma aproximação.

* (M. J. Moran e H. N. Shapiro. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**, 7ª edição, editora LTC)

Equações de Estado de Gás Ideal

Para qualquer gás cuja equação de estado seja dada exatamente por $pv = RT$ a energia interna específica depende somente da temperatura $u = u(T)$. Da definição de entalpia $h = u(T) + RT$. Tomadas essas observações em conjunto nós temos o modelo de gás ideal:

$$pv = RT$$

$$u = u(T)$$

$$h = h(T) = u(T) + RT$$

Para verificar se um gás pode ser modelado como um gás ideal, estados de interesse podem ser localizados em um diagrama de compressibilidade de maneira a determinar o desvio em relação à condição de $Z = 1$

Como definimos anteriormente a energia interna ou a definição do estado depende de no mínimo duas propriedades especificadas, portanto o modelo de gás ideal é uma aproximação.

* (M. J. Moran e H. N. Shapiro. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**, 7ª edição, editora LTC)

Exemplo modelo de gás ideal

EXEMPLO 3.8 ►

Analisando o Ar como Um Gás Ideal Submetido a um Ciclo Termodinâmico

Uma libra (0,45 kg) de ar em um conjunto cilindro-pistão é submetida a um ciclo termodinâmico que consiste em três processos.

Processo 1-2: volume específico constante

Processo 2-3: expansão à temperatura constante

Processo 3-1: compressão à pressão constante

No estado 1 a temperatura é de 540°R ($26,8^{\circ}\text{C}$) e a pressão é 1 atm. No estado 2, a pressão é de 2 atm. Empregando a equação de estado de gás ideal,

(a) esboce o ciclo em coordenadas $p-v$.

(b) determine a temperatura no estado 2, em K .

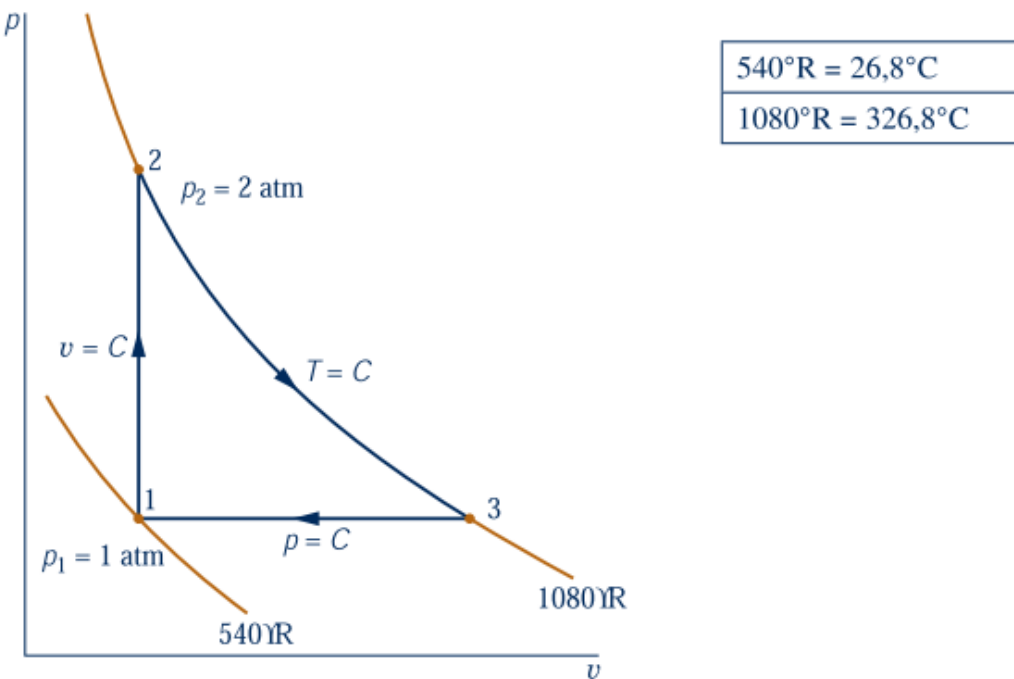
(c) determine o volume específico no estado 3, em m^3/kg

Note cuidadosamente que a equação de estado $pv = RT$ requer a utilização da temperatura absoluta T e da pressão absoluta p .

* (M. J. Moran e H. N. Shapiro. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**, 7ª edição, editora LTC)

Exemplo modelo de gás ideal

Diagrama Esquemático e Dados Fornecidos:



Modelo de Engenharia:

1. O ar constitui um sistema fechado.
2. O ar se comporta como um gás ideal.
3. O trabalho relacionado ao movimento do pistão é o único modo de trabalho presente.

- Obter o R para o ar

$$R_{ar} = \frac{\bar{R}}{M}$$

$$M = \text{Tabela A} - 1$$

$$M_{ar} = 28,94 \text{ kg/kMol}$$

$$R_{ar} = \frac{8,314}{28,94} = 0,2870 \text{ (kJ/kg.K)}$$

- Converter temperatura e pressão para as unidades adequadas

$$T(K) = T(^{\circ}\text{R})/1,8$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$p(\text{KPa}) = p(\text{atm}) \cdot 101,325$$

$$p_1 = 101,325 \text{ kPa}$$

Exemplo modelo de gás ideal

b) Processo 1 – 2 ocorre a volume constante

$$p \cdot v = R \cdot T$$

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_2 = v_1 = (R \cdot T_1) / p_1$$

$$v_2 = (R \cdot T_1) / p_1$$

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot v_2}{R}$$

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1}$$

$$T_2 = 600 \text{ K}$$

3) Processo 2 – 3 Expansão $T = cte$

$$T_2 = T_3$$

Processo 3 – 1 Compressão $p = cte$

$$p_3 = p_1$$

$$v_3 = \frac{R \cdot T_3}{p_3} = \frac{R \cdot T_2}{p_2}$$

$$v_3 = \frac{[0,2870 \text{ (kJ/kg.K)} \cdot 600 \text{ (K)}]}{2 \cdot 101,325 \text{ (kPa)}}$$

$$v_3 = 0,85 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

u, h, C_p e C_v de Gases Ideais

Para um gás que obedeça ao modelo de gás ideal, a energia interna específica depende somente da temperatura. Assim, o calor específico c_v , é também uma função somente da temperatura. Isto é:

$$c_v(T) = \frac{du}{dT}$$

$$u(T_2) - u(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT$$

De maneira similar

$$c_p(T) = \frac{dh}{dT}$$

$$h(T_2) - h(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT$$

u, h, C_p e C_v de Gases Ideais

Uma relação importante entre os calores específicos de um gás ideal pode ser desenvolvida com a definição de entalpia, e da razão entre calores específicos k :

$$h = u + \overbrace{pv}^{RT} \longrightarrow \frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + R \quad \left\{ \begin{array}{l} c_p(T) = c_v(T) + R \\ \bar{c}_p(T) = \bar{c}_v(T) + \bar{R} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{c_p(T)}{c_v(T)} \\ c_p(T) = \frac{c_p(T)}{k} + R \longrightarrow c_p(T) = \frac{kR}{k-1} \\ kc_v(T) = c_v(T) + R \longrightarrow c_v(T) = \frac{R}{k-1} \end{array} \right.$$

Exemplo Energia interna e Entalpia para gases ideais

Usando a **Tabela A-22**, determine a mudança na entalpia específica, em kJ/kg, para o ar, num processo vindo da seguinte condição inicial **$T_1 = 300$ K**, $p_1 = 1$ até o estado final **$T_2 = 1500$ K**, $p_2 = 10$ bar.

Solução: $h_1 = 300.19$ kJ/kg; $h_2 = 1635.97$ kJ/kg

$$h_2 - h_1 = 1335.78 \text{ kJ/kg}$$

Ao longo de um grande intervalo de temperatura $h_2 - h_1 = c_p[T_2 - T_1]$, não é uma relação apropriada.

TABLE A-22

Ideal Gas Properties of Air

$T(\text{K}), h \text{ and } u(\text{kJ/kg}), s^\circ (\text{kJ/kg}\cdot\text{K})$											
T	h	u	s°	when $\Delta s = 0$		T	h	u	s°	when $\Delta s = 0$	
				p_r	v_r					p_r	v_r
250	250.05	178.28	1.51917	0.7329	979.	1400	1515.42	1113.52	3.36200	450.5	8.919
260	260.09	185.45	1.55848	0.8405	887.8	1420	1539.44	1131.77	3.37901	478.0	8.526
270	270.11	192.60	1.59634	0.9590	808.0	1440	1563.51	1150.13	3.39586	506.9	8.153
280	280.13	199.75	1.63279	1.0889	738.0	1460	1587.63	1168.49	3.41247	537.1	7.801
285	285.14	203.33	1.65055	1.1584	706.1	1480	1611.79	1186.95	3.42892	568.8	7.468
290	290.16	206.91	1.66802	1.2311	676.1	1500	1635.97	1205.41	3.44516	601.9	7.152
295	295.17	210.49	1.68515	1.3068	647.9	1520	1660.23	1223.87	3.46120	636.5	6.854
300	300.19	214.07	1.70203	1.3860	621.2	1540	1684.51	1242.43	3.47712	672.8	6.569
305	305.22	217.67	1.71865	1.4686	596.0	1560	1708.82	1260.99	3.49276	710.5	6.301
310	310.24	221.25	1.73498	1.5546	572.3	1580	1733.17	1279.65	3.50829	750.0	6.046

* (M. J. Moran e H. N. Shapiro. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**, 7ª edição, editora LTC)

Relações de processos politrópicos

Da definição de processo politrópico:

$$pV^n = \text{constante}$$

ou

$$pv^n = \text{constante}$$

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$$



$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n$$

n pode assumir qualquer valor: $-\infty < n < +\infty$

Quando: $n = 1$

→ processo isotérmico ($T = \text{cte}$)

Quando: $n = k = c_p / c_v$

→ processo isentrópico

Quando: $n = 0$

→ processo isobárico ($p = \text{cte}$)

Quando: $n = \pm\infty$

→ processo isométrico / isocórico
($V = \text{cte}$)

Relações de processos politrópicos

Para um processo politrópico $pV^n = cte$:

$$W = \int_1^2 p dV = \int_1^2 \frac{cte}{V^n} dV = cte \int_1^2 V^{-n} dV = cte \left[\frac{V^{1-n}}{1-n} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$W = cte \left[\frac{V_2^{1-n} - V_1^{1-n}}{1-n} \right] = p_1 V_1^n \left[\frac{V_2^{1-n} - V_1^{1-n}}{1-n} \right] = \left[\frac{\overbrace{p_1 V_1^n V_2^{1-n}}^{= p_2 V_2^n} - p_1 V_1^n V_1^{1-n}}{1-n} \right]$$

$$W = \int_1^2 p dV = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{1-n} \quad (n \neq 1)$$

$$W = \int_1^2 p dV = cte \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (n = 1)$$

Relações de processos politrópicos (**gás ideal**)

Para um processo politrópico:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(n-1)/n} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \quad (gás\ ideal)$$

$$W = \int_1^2 p dV = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1 - n} \quad (gás\ ideal, n \neq 1)$$

$$W = \int_1^2 p dV = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (gás\ ideal, n = 1)$$

Exemplo processo politrópico

Ar é submetido a uma compressão politrópica em um conjunto cilindro - pistão de $p_1 = 1 \text{ atm}$, $T_1 = 21,1^\circ\text{C}$ até $p_2 = 5 \text{ atm}$. Empregando **o modelo de gás ideal** com a razão k de calores específicos constante, determine o trabalho e o calor transferido por unidade de massa, em kJ/kg, se (a) $n = 1,3$, (b) $n = k$. Calcule k a T_1 .

Diagrama Esquemático e Dados Fornecidos:

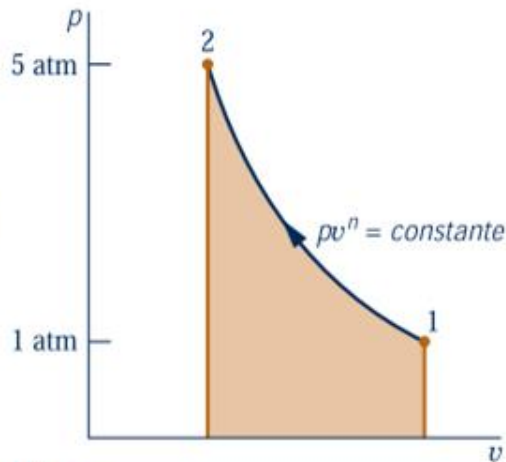
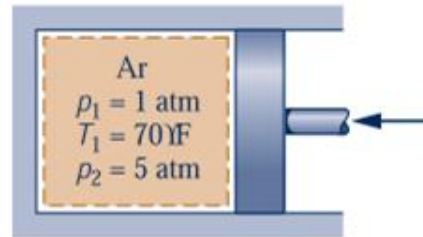


Fig. E3.12

$$w = \int_1^2 p dv$$



Modelo de Engenharia:

1. O ar é um sistema fechado.
2. O ar se comporta como um gás ideal com a razão k de calores específicos constante calculada na temperatura inicial.
3. A compressão é politrópica e o trabalho relacionado ao movimento do pistão é o único modo de trabalho presente.
4. Não há variações da energia cinética ou potencial.

Exemplo processo politrópico

Ar é submetido a uma compressão politrópica em um conjunto cilindro - pistão de $p_1 = 1 \text{ atm}$, $T_1 = 21,1^\circ\text{C}$ até $p_2 = 5 \text{ atm}$. Empregando o modelo de gás ideal com a razão k de calores específicos constante, determine o trabalho e o calor transferido por unidade de massa, em kJ/kg, se (a) $n = 1,3$, (b) $n = k$. Calcule k a T_1 .

$$w = \int_1^2 p dV \quad \longrightarrow \quad W = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1 - n}$$

$$\frac{W}{m} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - n}$$

Balanco de energia sem variação de energia cinética e potencial:

$$U_2 - U_1 = Q - W \quad \longrightarrow \quad m(u_2 - u_1) = Q - W$$

Exemplo processo politrópico

$$\frac{Q}{m} = \frac{W}{m} + (u_2 - u_1)$$

Da consideração do enunciado do exercício, “*empregando o modelo de gás ideal com a razão k de calores específicos constante*”.

$$\left. \begin{array}{l} k = cte \\ \text{gás ideal} \end{array} \right\} c_v(T) = \frac{R}{k - 1} \quad \longrightarrow \quad c_v = cte$$

$$u(T_2) - u(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT \quad \longrightarrow \quad (u_2 - u_1) = c_v(T_2 - T_1)$$

$$\frac{Q}{m} = \frac{W}{m} + c_v(T_2 - T_1)$$

Exemplo processo politrópico

a) $n = 1,3$

para um processo politrópico

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} = (21,1 + 273,15) \left(\frac{5}{1} \right)^{(1,3-1)/1,3}$$

$$T_2 = 426,6 \text{ K} \approx 153,45^\circ\text{C}$$

$$\frac{W}{m} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - n} = 0,2870 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \frac{(426,6\text{K} - 294,25\text{K})}{1 - 1,3}$$

$$\frac{W}{m} = -123,53 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{resposta}$$

Exemplo processo politrópico

$$\frac{Q}{m} = \frac{W}{m} + c_v(T_2 - T_1)$$

O c_v pode ser obtido de duas formas, a partir do k em conjunto com a equação abaixo, ou diretamente da Tabela A20 do Shapiro

$$T_1 \approx 300K \rightarrow c_v = 0,718(kJ/kg \cdot K) \text{ “tabelado”}$$

$$k = 1,4 \text{ “tabelado”}$$

$$c_v(T) = \frac{R}{k - 1}$$

$$c_v = 0,7175(kJ/kg \cdot K) \text{ “calculado”}$$

$$T_2 \approx 425K \rightarrow c_v = 0,7305(kJ/kg \cdot K) \text{ “tabelado”}$$

$$k = 1,393 \text{ “tabelado”}$$

$$c_v = 0,7303(kJ/kg \cdot K) \text{ “calculado”}$$

Exemplo processo politrópico

c_v não é exatamente constante (*hipótese de gás ideal*), porém, há pouca variação, ($0,718 < c_v < 0,7305$), podemos adotar a hipótese de $c_v = \text{cte}$, com um valor médio $c_v \cong 0,724$

$$\frac{Q}{m} = \frac{W}{m} + c_v(T_2 - T_1)$$

$$\frac{Q}{m} = -123,53 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,724 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (426,6\text{K} - 294,25\text{K})$$

$$\frac{Q}{m} = -27,71 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \textbf{resposta}$$

Exemplo processo politrópico

b) $n = k$

$$\frac{Q}{m} = \frac{W}{m} + c_v(T_2 - T_1)$$

$$c_v(T) = \frac{R}{k - 1}$$

$$\frac{W}{m} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - n}$$

*não há transferência
de calor num processo
politrópico com $n=k$*

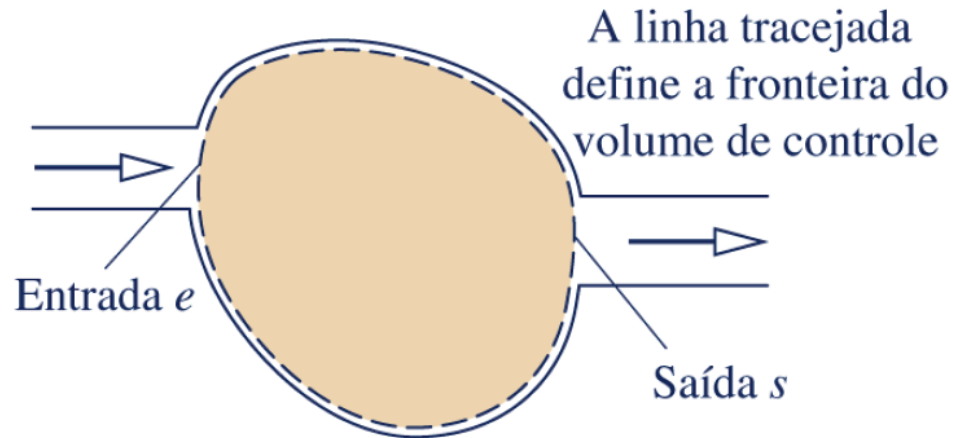
$$\frac{Q}{m} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - n} + \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - k} = 0$$

Análise de Volume de controle

Objetivos:

- Desenvolver o balanço da Taxa de Massa, e analisar a Vazão Mássica;
- Entender e aplicar os conceitos de regime permanente e transiente;
- Desenvolver o Balanço da Taxa de Energia para um Volume de Controle;
- Avaliar o trabalho num volume de controle;
- Formulação de escoamento unidimensional, e na forma integral, do balanço da Taxa de Energia para um volume de controle;
- Analisar os volumes de controle em regime permanente para diversos componentes, Bocais e Difusores, Turbinas, Compressores e Bombas, Trocadores de Calor, Dispositivos de Estrangulamento;
- Análise transiente;

Análise de Volume de controle



$$\left[\begin{array}{l} \text{Taxa temporal de variação} \\ \text{da massa contida no} \\ \text{interior do volume de} \\ \text{controle no instante } t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Taxa temporal do fluxo} \\ \text{de massa através da} \\ \text{entrada } e \text{ no instante } t \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Taxa temporal do fluxo} \\ \text{de massa através da} \\ \text{saída } s \text{ no instante } t \end{array} \right]$$

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s$$

Balanço de massa no Volume de Controle

Em geral, pode haver vários locais na fronteira através dos quais a massa entra ou sai, e isso pode ser levado em conta através do somatório, conforme segue:

$$\frac{dm_{\text{vc}}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

Essa equação é o **balanço da taxa de massa** em termos de taxa para volumes de controle com várias entradas e saídas

Balanço de massa no Volume de Controle

$$\left[\begin{array}{l} \text{quantidade de massa} \\ \text{cruzando } dA \text{ durante o} \\ \text{intervalo de tempo } \Delta t \end{array} \right] = \rho(V_n \Delta t) dA$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{taxa instantânea de} \\ \text{fluxo de massa} \\ \text{cruzando } dA \end{array} \right] = \rho V_n dA$$

$$\dot{m} = \int_A \rho V_n dA$$

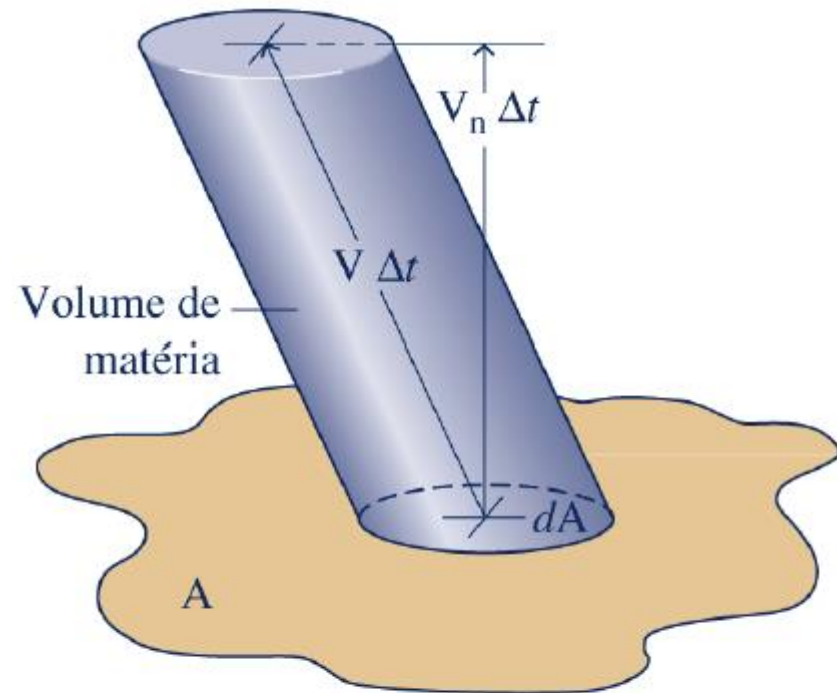
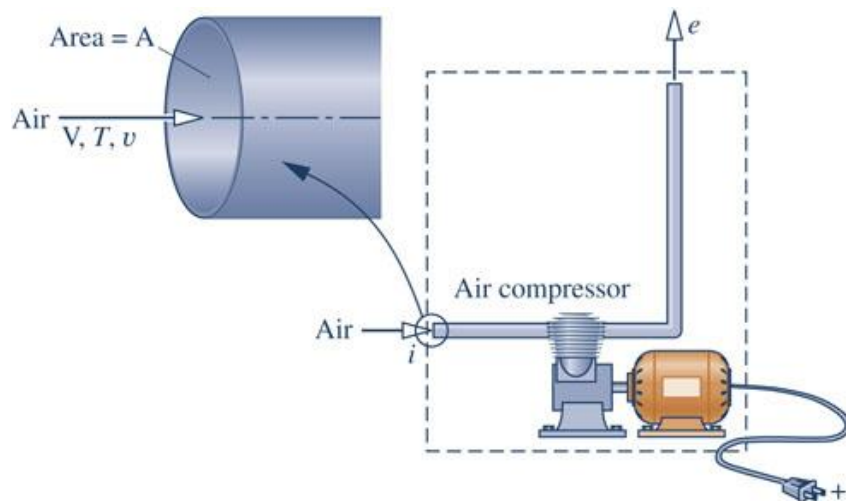


Fig. 4.2 Ilustração utilizada para o desenvolvimento de uma expressão para a vazão mássica em termos de propriedades locais do fluido.

Balanço de massa para escoamento Unidimensional

Escoamento é normal à fronteira nas posições onde a massa entra ou sai do volume de controle

Todas as propriedades intensivas são **uniformes com a posição** ao longo de cada área de entrada ou saída através da área (A) no qual a massa esco



$$\dot{m} = \frac{AV}{v}$$

one

V é velocidade

v é volume específico

Análise de Volume de controle

Regime permanente: todas as propriedades são constantes ao longo do tempo.

Para regime permanente no volume de controle, $dm_{vc}/dt = 0$.

$$\sum_e \dot{m}_e = \sum_s \dot{m}_s$$

(taxa de entrada
de massa)

(taxa de saída
de massa)

Análise de Volume de controle

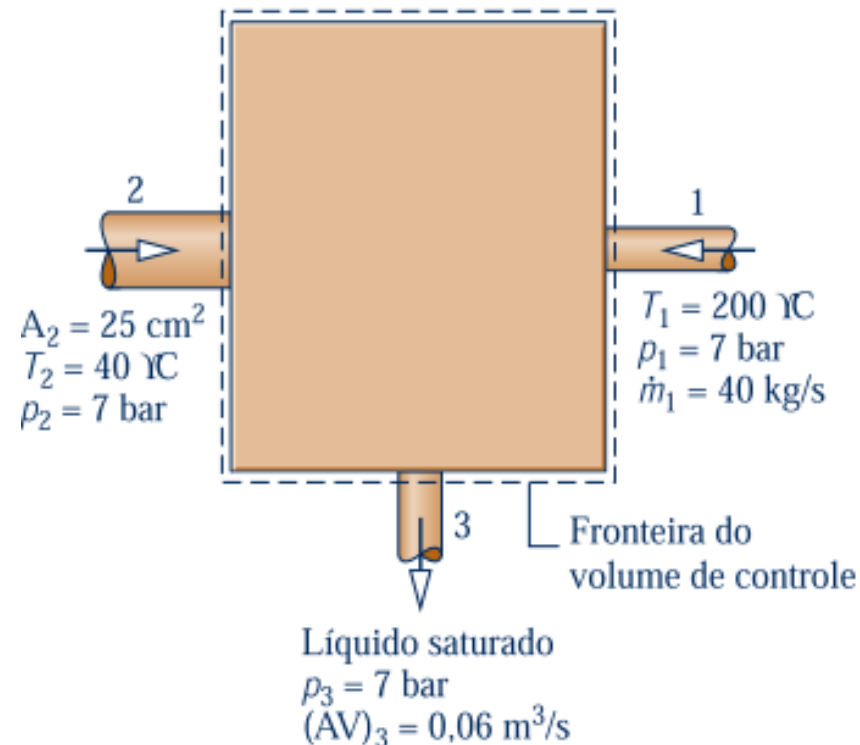
Formulação integral do Balanço da taxa de Massa:

$$m_{VC}(t) = \int_V \rho dV$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \sum_e \left(\int_A \rho V_n dA \right)_e - \sum_s \left(\int_A \rho V_n dA \right)_s$$

Exercício Balanço de massa

Um aquecedor de água operando em regime permanente tem duas entradas e uma saída. Na entrada 1, o vapor d'água entra a $p_1 = 7$ bar, $T_1 = 200^\circ\text{C}$ com uma vazão mássica de 40 kg/s. Na entrada 2, água líquida a $p_2 = 7$ bar, $T_2 = 40^\circ\text{C}$ entra através de uma área $A_2 = 25$ cm². Líquido saturado a 7 bar sai em 3 com uma vazão volumétrica de $0,06$ m³/s. Determine a vazão mássica na entrada 2 e na saída, em kg/s, e a velocidade na entrada 2, em m/s.



Exercício Balanço de massa

- a) vazão mássica na entrada 2 e na saída, em kg/s,
- b) velocidade na entrada 2, em m/s.

a) Hipótese: regime permanente

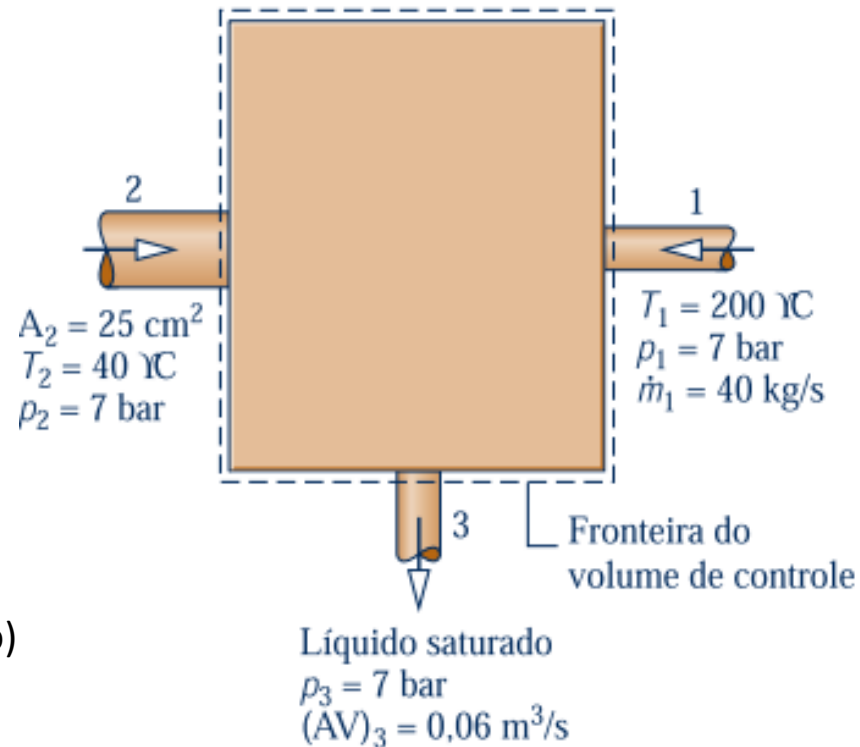
$$\cancel{\frac{dm_{VC}}{dt}} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

$$\dot{m}_3 = \frac{A_3 V_3}{v_3} \quad \begin{array}{l} \text{Tabela A-3 (tabela de saturação)} \\ \text{Líquido saturado em } p=7\text{bar} \end{array}$$

$$\dot{m}_3 = \frac{0,06}{1,1080 \times 10^{-3}}$$

$$\dot{m}_3 = 54,1516 \text{ kg/s}$$



$$\dot{m}_1 + \frac{A_2 V_2}{v_2} = \dot{m}_3$$

Exercício Balanço de massa

- a) vazão mássica na entrada 2 e na saída, em kg/s,
b) velocidade na entrada 2, em m/s.

a)

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$
$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 - \dot{m}_1 = 54,1516 - 40$$

$$\dot{m}_2 = 14,1516 \text{ kg/s}$$

b)

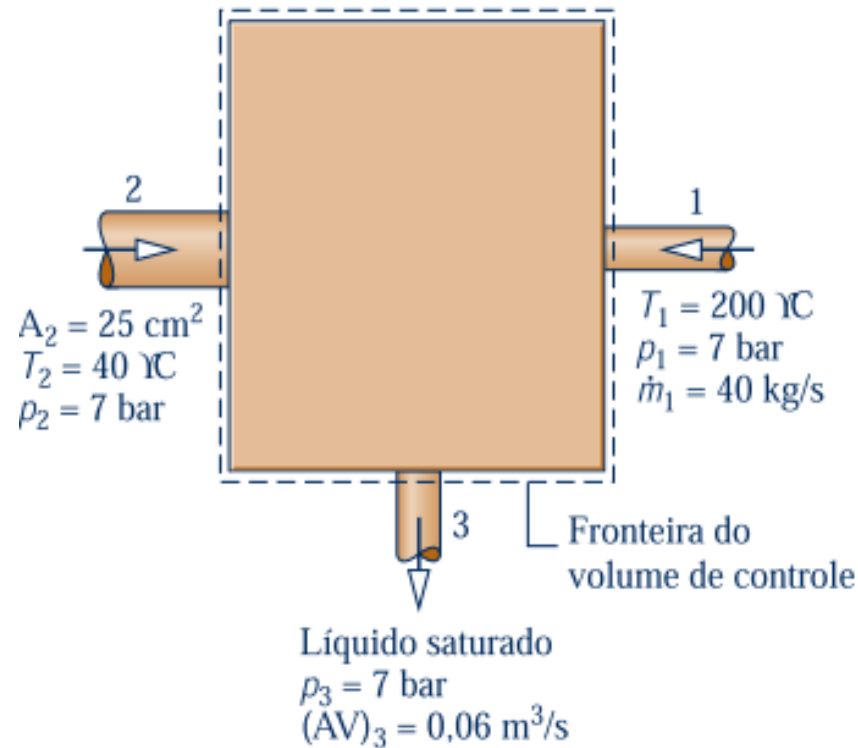
$$\frac{A_2 V_2}{v_2} = \dot{m}_2$$

$$V_2 = \frac{v_2 \dot{m}_2}{A_2}$$

Não há dados para líquido comprimido nas tabelas, é necessário uma aproximação de líquido comprimido pela temperatura de saturação Tabela A-2 ($T \sim 40^\circ\text{C}$)

$$V_2 = \frac{1,0078 \times 10^{-3} \times 14,1516}{25 \times 10^{-4}}$$

$$V_2 = 5,705 \text{ m/s}$$



Exercício 2

Ar é mantido em um conjunto cilindro-pistão vertical por um pistão de 25 kg de massa e uma área de face de $0,005 \text{ m}^2$. A massa de ar tem $2,5 \text{ g}$ e inicialmente ocupa um volume de $2,5 \text{ litros}$. A atmosfera exerce uma pressão de 100 kPa sobre o topo do pistão. O volume do ar diminui lentamente para $0,001 \text{ m}^3$ conforme a energia é lentamente removida por transferência de calor com uma magnitude de 1 kJ . Desprezando o atrito entre o pistão e a parede do cilindro, determine a variação da energia interna específica do ar, em kJ/kg . Considere $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

- Balanço de energia, desconsiderando variação de energia cinética e potencial:

$$\cancel{\Delta KE} + \cancel{\Delta PE} + \Delta U = Q - W$$

$$m(u_2 - u_1) = Q - W$$

Exercício 2

$$(u_2 - u_1) = \frac{Q - W}{m} = \left(\frac{Q - \int_{V_1}^{V_2} p dV}{m} \right) \quad p = cte$$
$$p = (p_{atm} + p_{\text{peso do pistão}})$$

$$(u_2 - u_1) = \frac{Q - W}{m} = \left(\frac{Q - \int_{V_1}^{V_2} p dV}{m} \right) = \left(\frac{Q - (V_2 - V_1) \cdot (p_{atm} + P/A)}{m} \right)$$

$$(u_2 - u_1) = \left(\frac{-1000 - (0,0025 - 0,001) \cdot (100000 + 25.9,81/0,005)}{0,0025} \right)$$

$$(u_2 - u_1) = -310,57 \text{ kJ/kg}$$