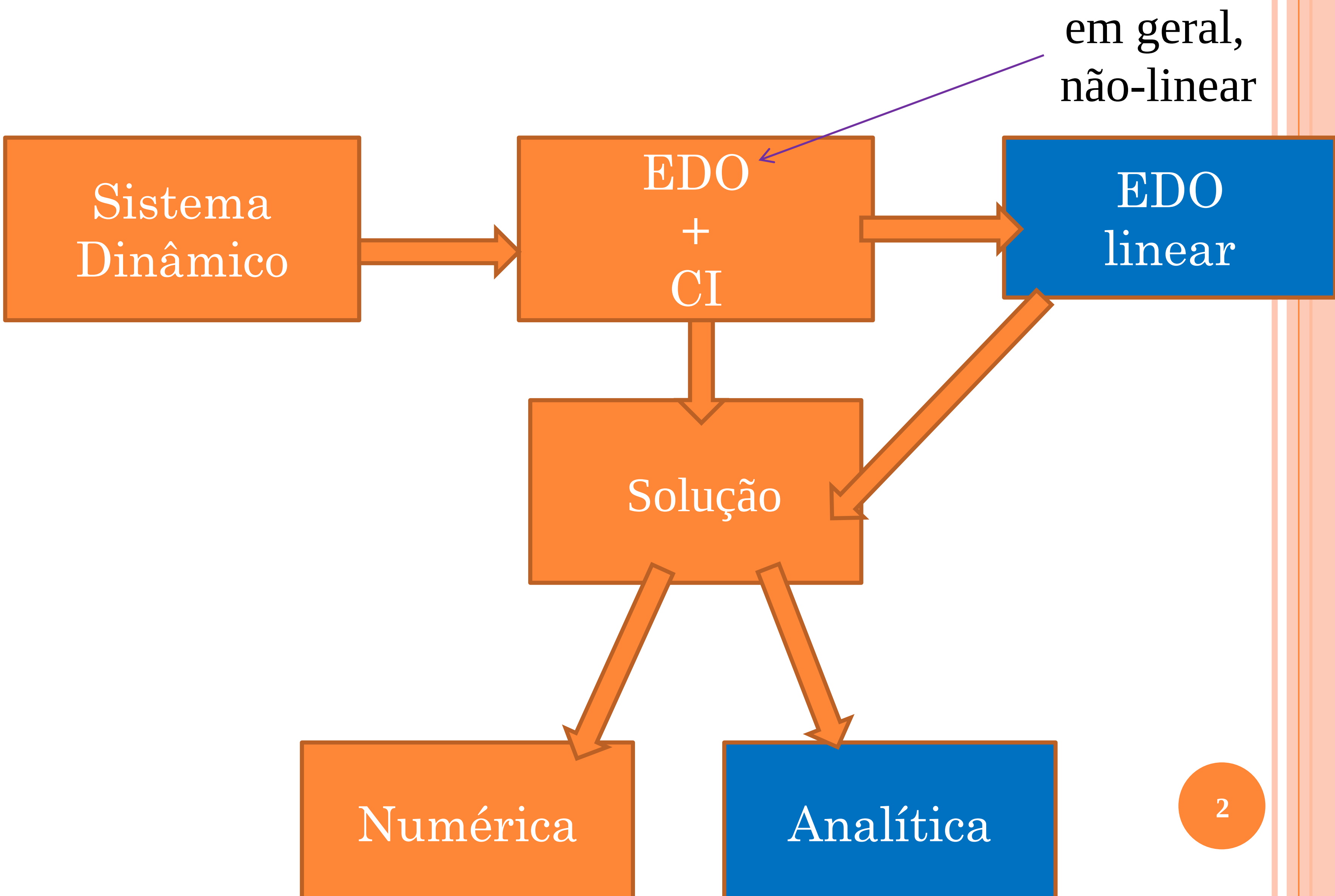
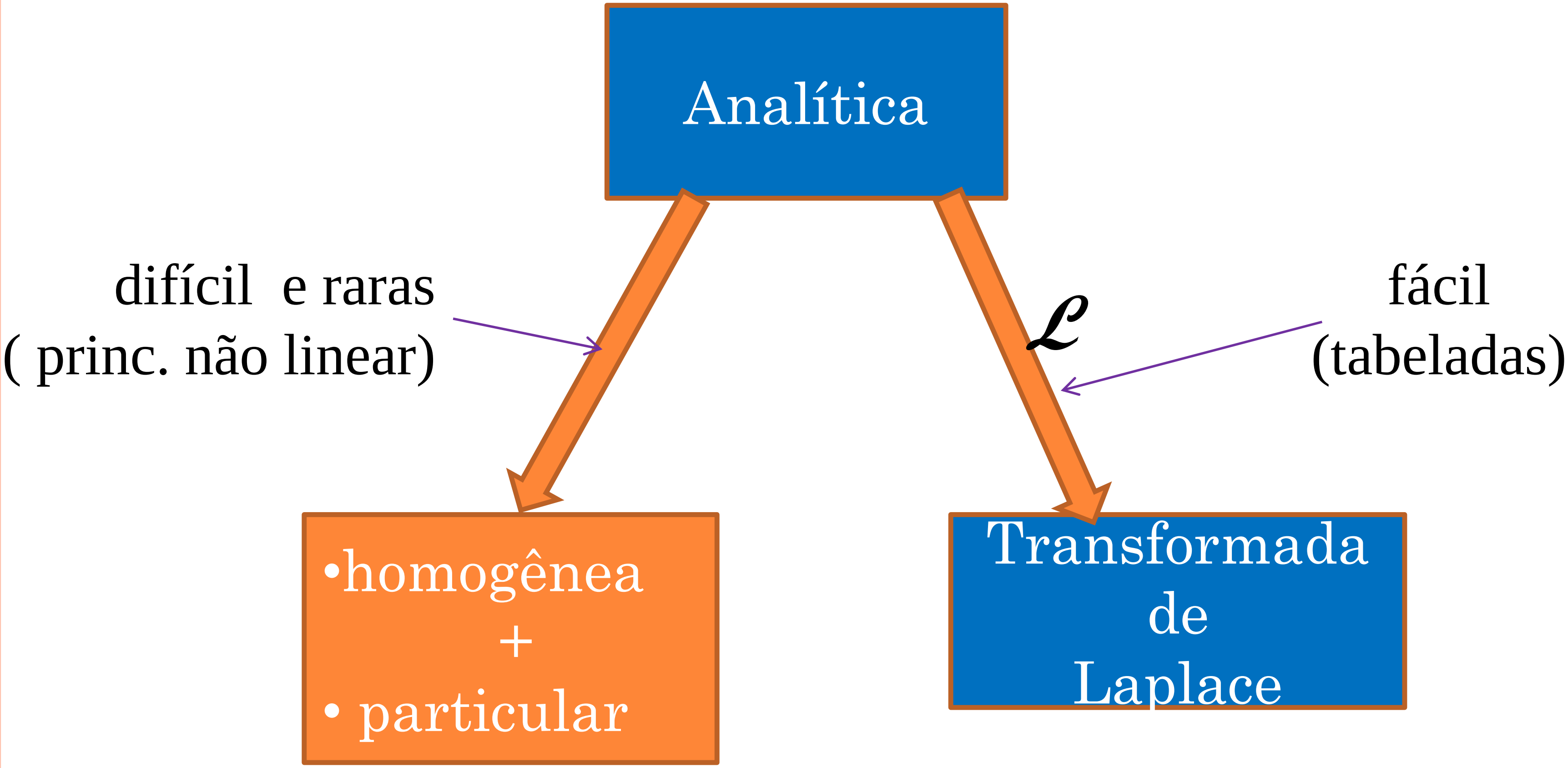
RESPOSTAS DE SISTEMAS DINÂMICOS

- *Introdução e Motivação*
- *Solução de EDO*
- *SLIT → Princípio da Superposição*
- *Sinais Elementares*
- *Representação de sinais por meio de sinais elementares*
- *Resposta por convolução*

RESPOSTA DE SISTEMAS DINÂMICOS



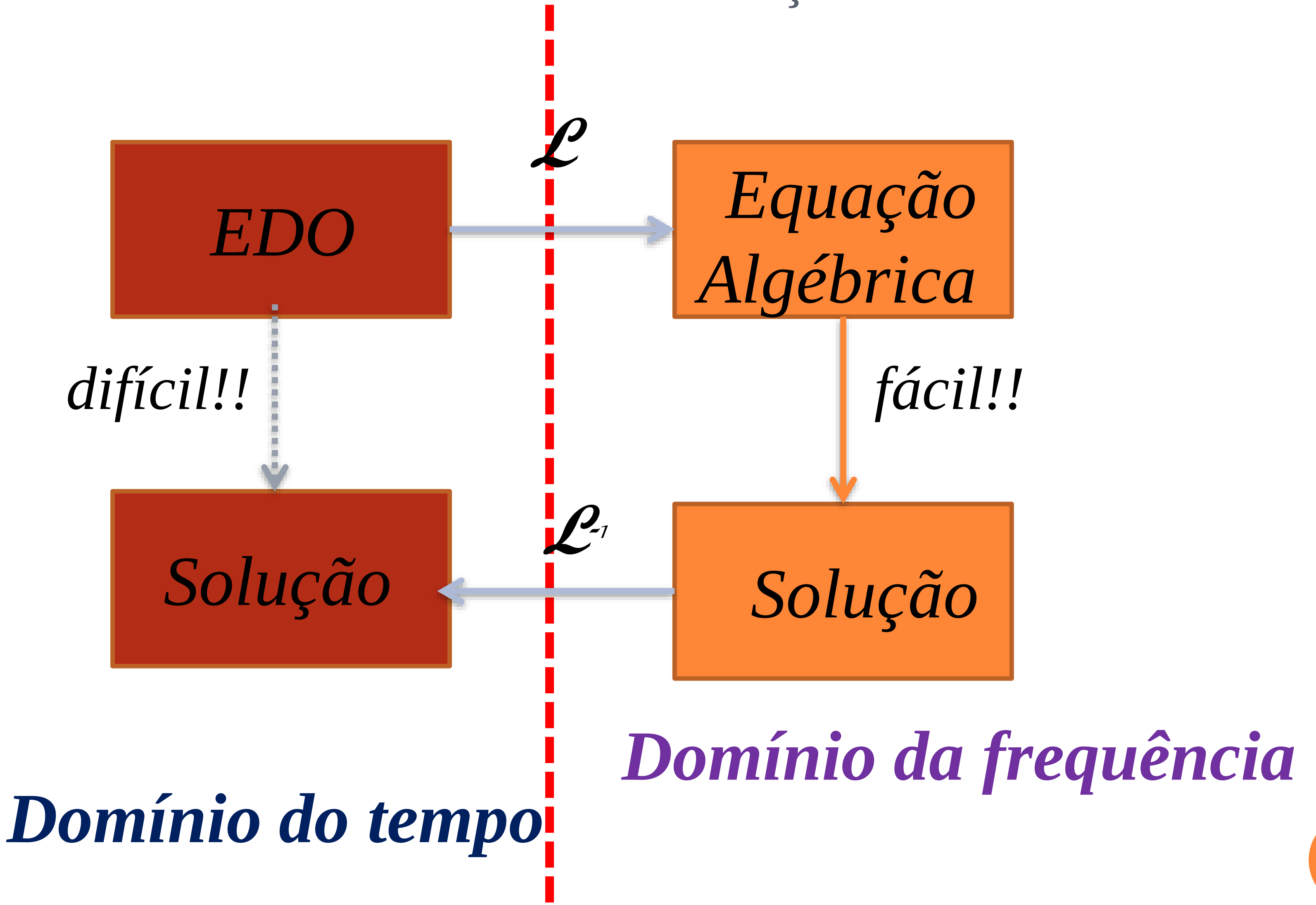
Resposta de Sistemas Dinâmicos



Caso linear:

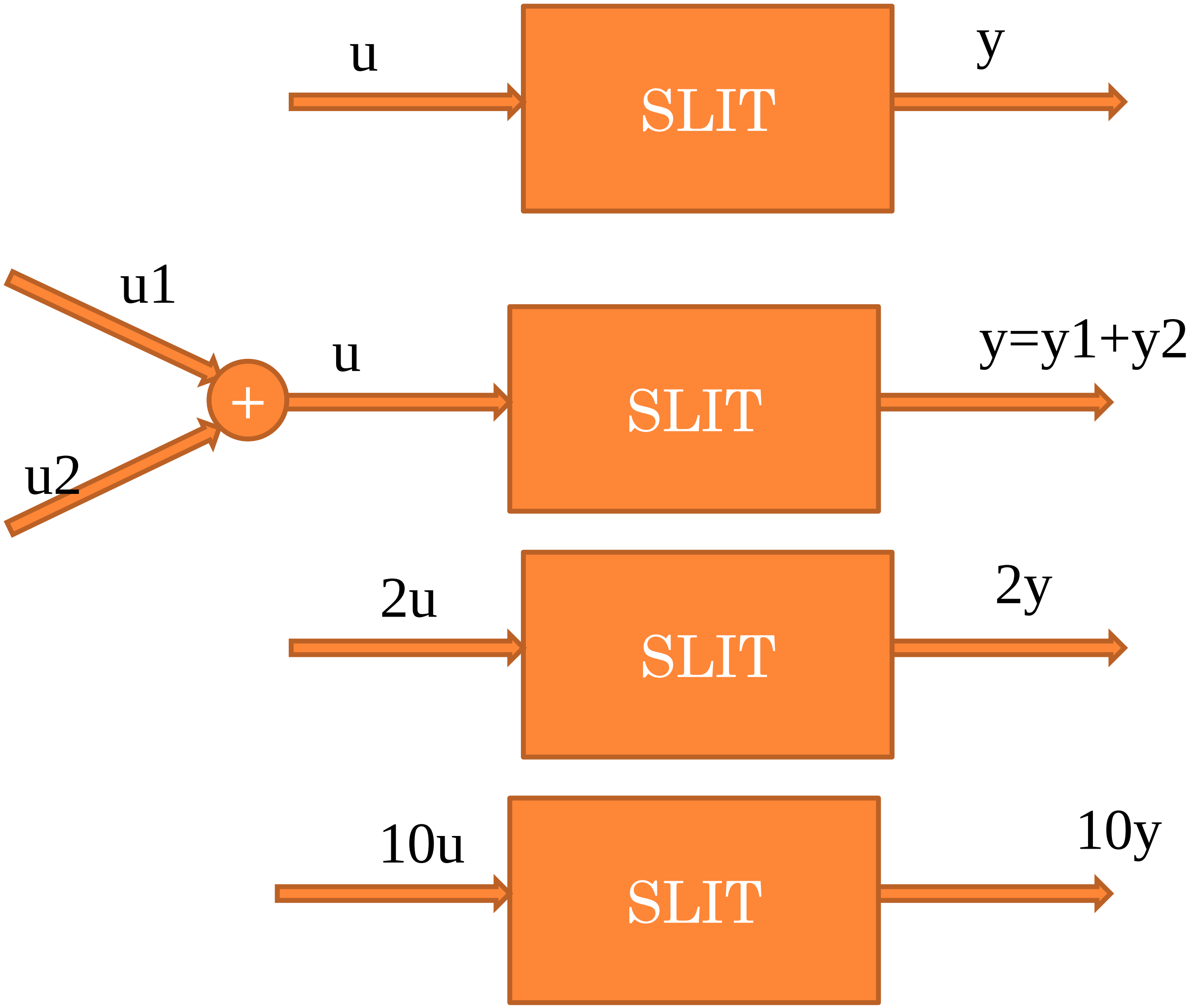
- Muitas soluções conhecidas (álgebra linear)
- Vale o princípio da superposição

Motivação



$\mathcal{L}$
EDO
Equação Algébrica
difícil!!
fácil!!
$\mathcal{L}^{-1}$
Solução
Solução
Domínio da frequência
Domínio do tempo

Superposição de efeitos



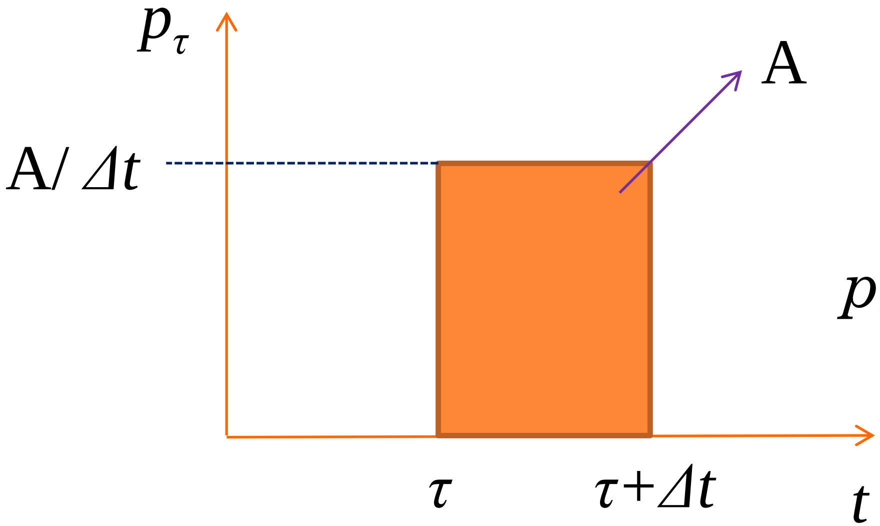
Resposta de Sistemas Dinâmicos

- O comportamento de um sistema pode ser avaliado a partir da resposta a sinais elementares:
  - Pulso
  - Impulso
  - Degrau
  - Rampa
  - Exponencial
  - .
  - .
  - .

- Se conheço a resposta a um sinal elementar e o sistema é linear posso compor a resposta para qualquer sinal de entrada!

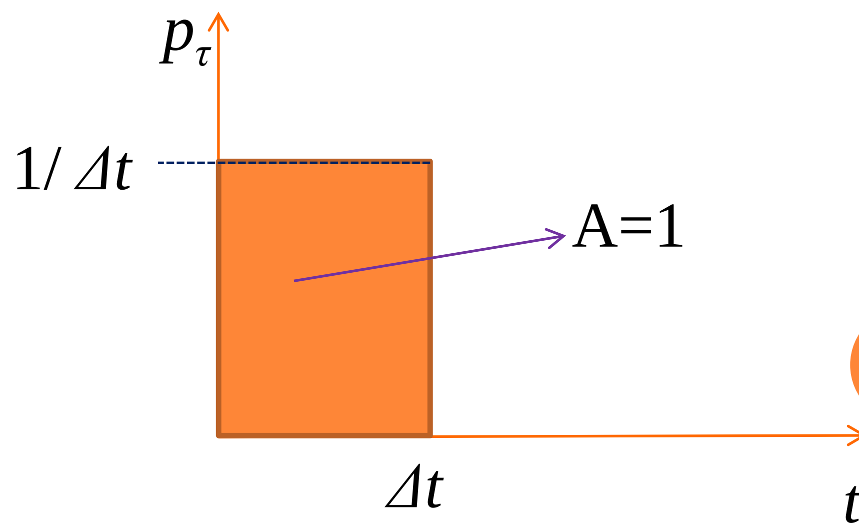
Sinais elementares

- *Pulso (no instante τ):* $p_\tau = p_\tau(t-\tau)$

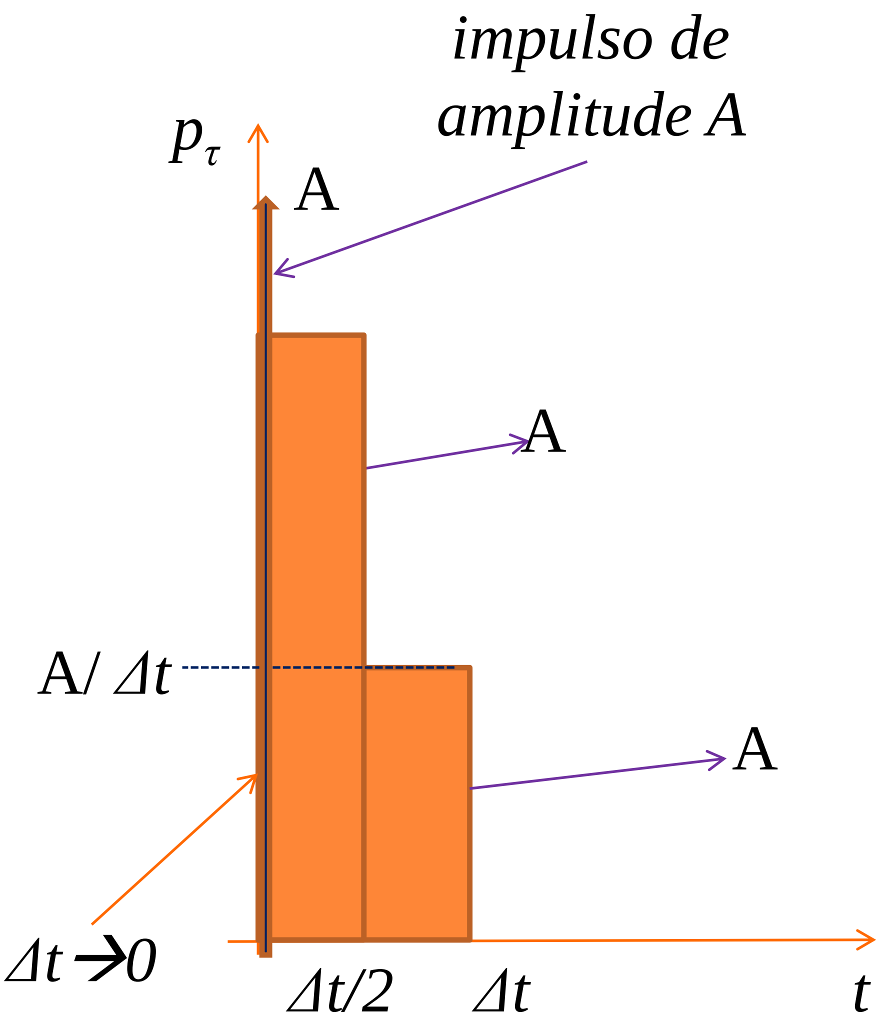


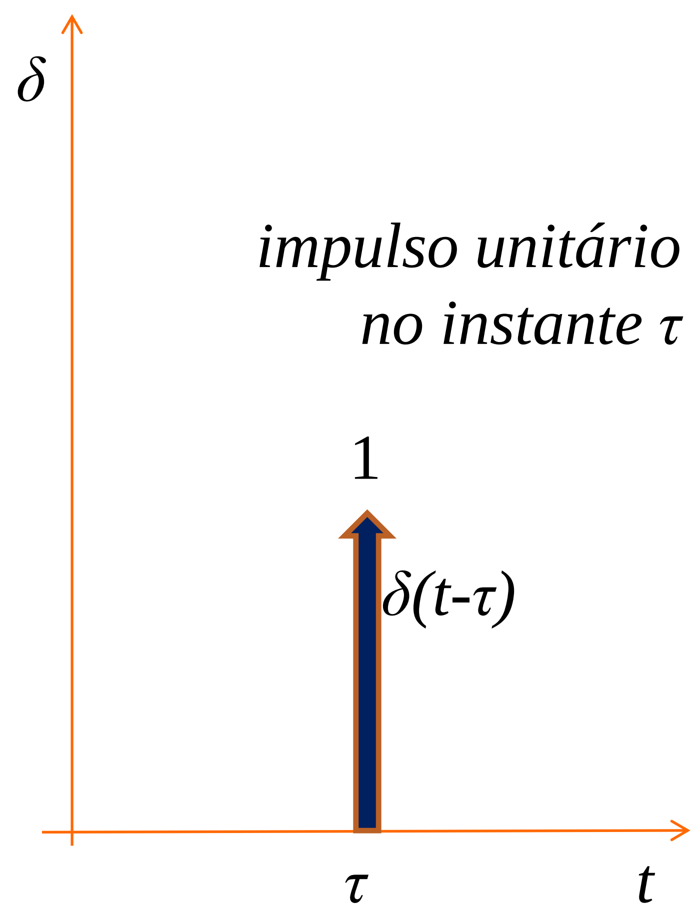
$$p_\tau = p_\tau(t-\tau) = \begin{cases} \dfrac{A}{\Delta t} & \tau \le t \le \tau + \Delta t \\ 0 & \tau > t > \tau + \Delta t \end{cases}$$

- *Pulso unitário na origem:*



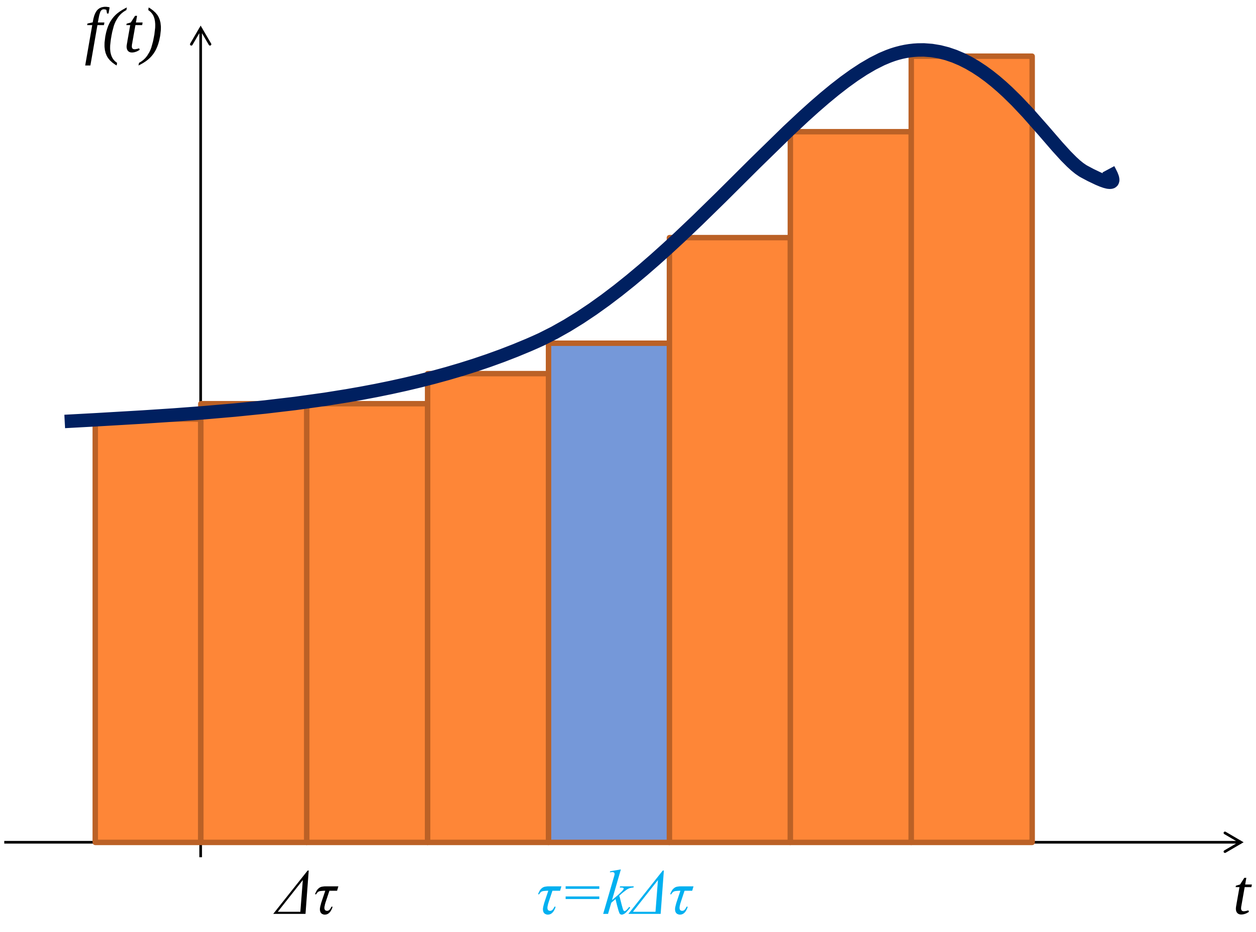
Impulso → delta de Dirac





$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$$

"Um sinal $f(t)$ pode ser aproximado num intervalo finito $-T \leq t \leq T$ por um número finito de pulsos unitários de largura $\Delta\tau$:



Aproximação de sinais por pulsos e impulsos

$$f(t) \cong \sum_{k=-N}^{N} \underbrace{f(k\Delta\tau)\underbrace{\underbrace{p_\tau\left(t-k\Delta\tau\right)}_{\frac{1}{\Delta\tau}\ \Rightarrow\ \textit{Pulso unitário}}\Delta\tau}_{1}}_{\text{amplitude } f(k\Delta\tau)}$$

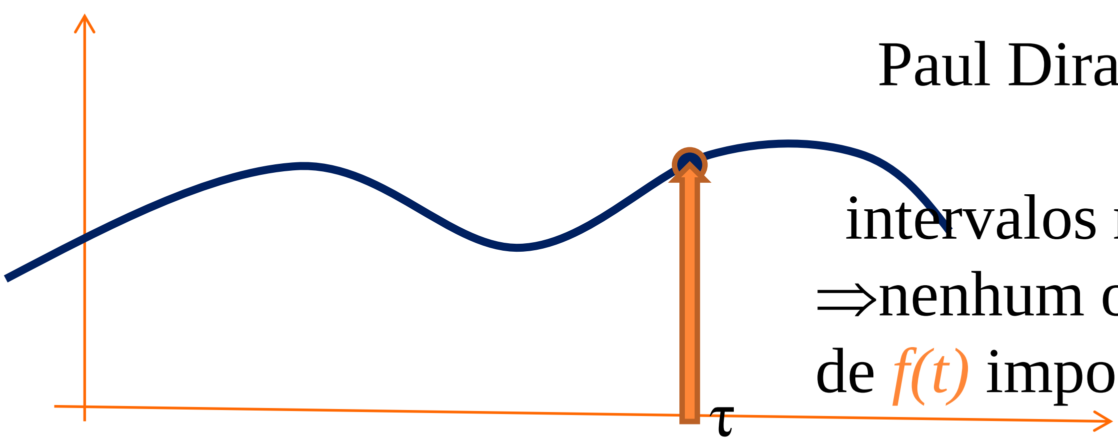
$\Rightarrow$ aumentando a partição: $N \to \infty \Rightarrow \Delta\tau \to d\tau$

$\Rightarrow$ *pulsos* transformam-se em *impulsos*: $k\Delta\tau \to \tau$

A somatória se transforma numa integral:

$$f(t) = \int_{-T}^{T} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$$

Quando $T \to \infty \to$ integral de *sifting* (peneira)



Paul Dirac: forças muito grandes em intervalos muito pequenos $\Rightarrow$nenhum outro valor de *f(t)* importa

Resposta de um sistema a um sinal $f(t)$

TRANSIENT-RESPONSE ANALYSIS

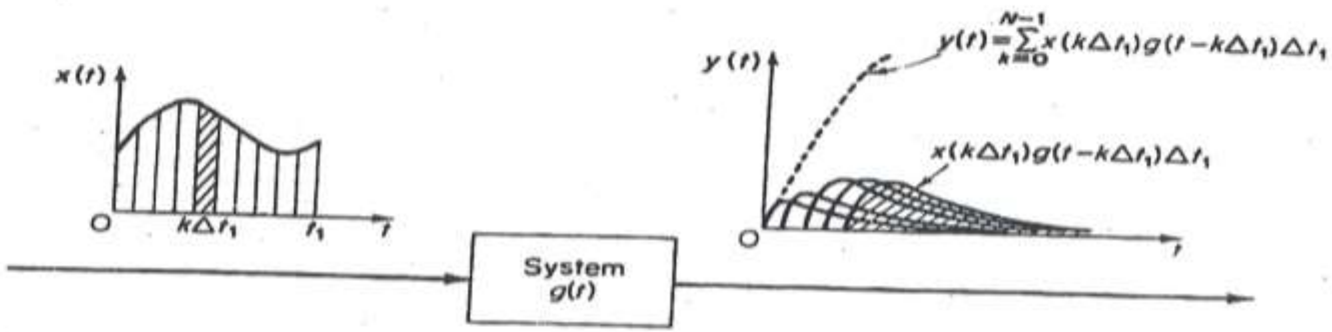


Fig. 6-2. System output as convolution summation.

$$y(t) = \sum_{k=0}^{n-1} x(k\Delta\tau)\, h(t,\tau)\cdot\Delta\tau$$

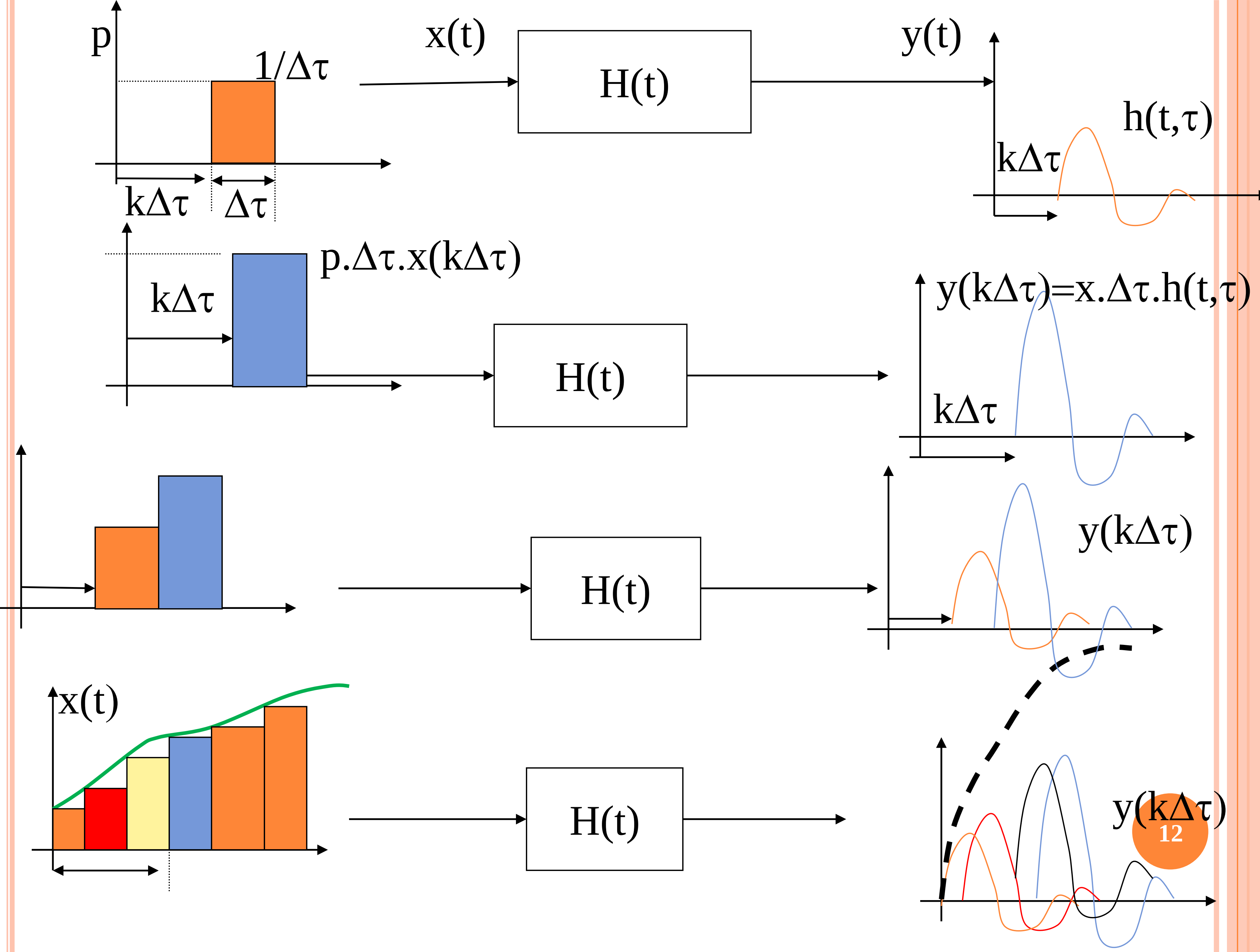
$$N \to \infty \Rightarrow \Delta\tau \to d\tau \to k\Delta\tau \to \tau$$

$$y(t) = \int_{-T}^{T} x(\tau)\, h(t,\tau)\, d\tau =$$

SLIT $-\infty < T < \infty$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\, h(t-\tau)\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\theta)\, h(\theta)\, d\theta \Rightarrow$$


p
1/Δτ
kΔτ
Δτ
x(t)
H(t)
y(t)
h(t,τ)
kΔτ
p.Δτ.x(kΔτ)
kΔτ
H(t)
y(kΔτ)=x.Δτ.h(t,τ)
kΔτ
H(t)
y(kΔτ)
x(t)
H(t)
y(kΔτ)

RESPOSTA DE UM SISTEMA A UM SINAL $x(t)$

1 pulso:

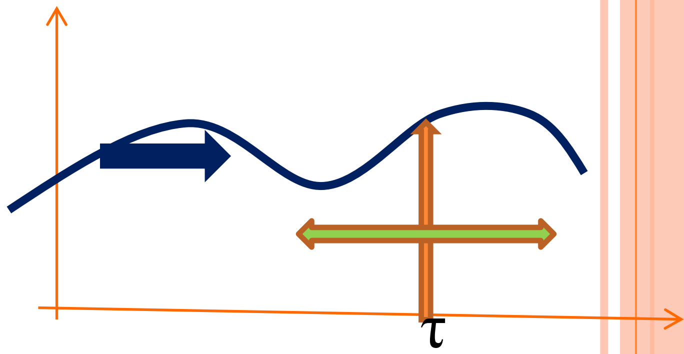
$$y(k\Delta\tau) = x(k\Delta\tau)\Delta\tau . h(t,\tau)$$

N pulsos:

$$y(k\Delta\tau) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k\Delta\tau) h(t,\tau)\Delta\tau$$

$$N \to \infty \Rightarrow \Delta\tau \to d\tau \Rightarrow k\Delta\tau \to \tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t,\tau) d\tau = x(t) * h(t)$$



Sistema Invariante no tempo:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau = x * h = h * x$$