

Conjuntos Abertos e Pontos de Acumulação

1. Verifique quais dos conjuntos a seguir são conjuntos abertos

- a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 < 1\}$
- b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x + y \geq 1\}$
- c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } x + y > 3\}$
- d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x = 1 \text{ e } 1 < y < 3\}$
- e) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + xy + y^2 < 0\}$
- f) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x + y > 3 \text{ e } x^2 + y^2 < 16\}$
- g) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; xy > 0\}$
- h) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0 \text{ e } y > \frac{1}{2}\}$

2. Determine o conjunto dos pontos de acumulação do conjunto dado

- a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 < 1\}$
- b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \text{ e } y \text{ inteiros}\}$
- c) $\{(\frac{1}{n}, 1); n \neq 0 \text{ natural}\}$
- d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x + y \geq 1\}$
- e) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x = 1, 1 < y < 2\}$
- f) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \text{ e } y \text{ racionais}\}$

3. Sejam A e B dois subconjuntos do \mathbb{R}^2 . Prove que se A e B forem abertos, então $A \cup B$ e $A \cap B$ também serão.

4. Seja F um subconjunto do \mathbb{R}^2 . Dizemos que F é um *conjunto fechado* se o conjunto de todos os (x, y) não pertencentes a F for aberto. Verifique que quais dos conjuntos a seguir são fechados.

- a) \emptyset
- b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$
- c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0 \text{ e } y > 0\}$
- d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \text{ e } y \text{ inteiros}\}$
- e) \emptyset
- f) \mathbb{R}^2
- g) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x = 1, 1 \leq y \leq 3\}$
- h) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x = 1, 1 \leq y < 3\}$