ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

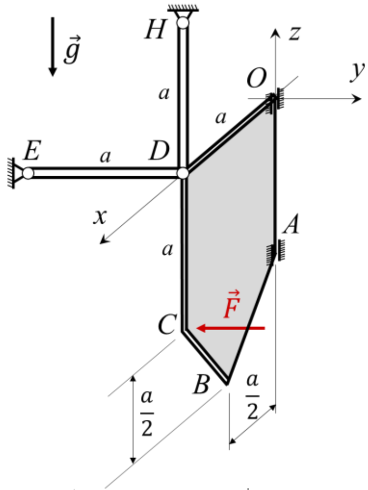
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA I – Prova 1 – 06 de outubro de 2020

Duração da Prova: 120 minutos (Início: 10:00 – Término: 12:20)

1ª Questão (5,0 pontos). No sistema em equilíbrio mostrado na figura, a placa homogênea *OABCD*, de massa *m*, está no plano *Oxz* e tem seu movimento restrito pelos anéis nos pontos *O* e *A*, e pela articulação em *D* que une a placa às barras *ED* e *HD*. A barra *ED* é paralela ao eixo *Oy* e a barra *HD* é paralela ao eixo Oz. Ambas as barras têm comprimento *a* e peso desprezível. Sobre a placa atuam a força $(\vec{F}, C) = -F\hat{\mathbf{j}}$ e o peso $(\vec{P}, G) = -mg\hat{\mathbf{k}}$. Determinar:

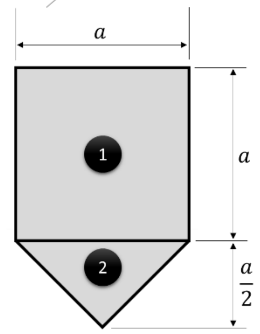


- **a)** As coordenadas do centro de massa *G* da placa no sistema *Oxyz*.
- **b)** O diagrama de corpo livre da placa.
- **c)** As equações de equilíbrio da placa.
- **d)** Os esforços atuantes na barra *ED*.
- **e)** As reações vinculares nos pontos *A* e *O*.

RESOLUÇÃO

a) Por simetria: $x_G = \frac{a}{2}$. (0,5) Placa no plano *Oxz*: $y_G = 0$. (0,5)

Coordenada z_G: sendo σ a densidade superficial da placa (veja figura ao lado):



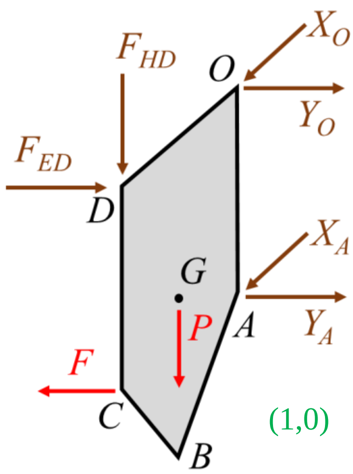
$$m_{Total} z_G = \sum_{i=1}^{n} m_i z_i \Rightarrow (A_1 + A_2)\sigma z_G = A_1 \sigma z_{G_1} + A_2 \sigma z_{G_2}$$

$$\left(a^2 + \frac{a^2}{4}\right) z_G = a^2 \left(-\frac{a}{2}\right) + \frac{a^2}{4}\left(-\frac{7a}{6}\right) \Rightarrow z_G = -\frac{19a}{30} \qquad (0{,}5)$$

Portanto, as coordenadas do centro de massa *G* da placa no sistema *Oxyz* podem ser expressas, como segue:

$$(G - O) = a\left(\frac{1}{2}\hat{\mathbf{i}} - \frac{19}{30}\hat{\mathbf{k}}\right)$$

b) Veja o DCL da plana na figura ao lado.



(1,0)

c) Equações de equilíbrio da placa:

$$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\mathbf{0}} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow X_A + X_O = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow Y_A + Y_O + F_{ED} - F = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \Rightarrow -mg - F_{HD} = 0 \Rightarrow F_{HD} = -mg \end{cases} \qquad (0{,}5)$$

$$\vec{\boldsymbol{M}}_O = \vec{\mathbf{0}} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma M_x = 0 \Rightarrow Y_A a - Fa = 0 \Rightarrow Y_A = F \\ \Sigma M_y = 0 \Rightarrow F_{HD} a - X_A a + mg\frac{a}{2} = 0 \\ \Sigma M_z = 0 \Rightarrow F_{ED} a - Fa = 0 \Rightarrow F_{ED} = F \end{cases} \qquad (0{,}5)$$

d-e) Resolvendo o sistema linear de equações provenientes do equilíbrio estático da placa, tem-se

$X_A = -\frac{mg}{2}$, $Y_A = F$ (0,5) $F_{ED} = F$ (barra em compressão) (0,5)

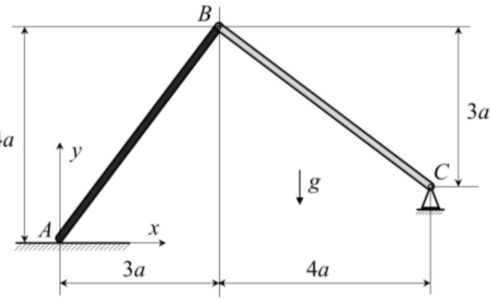
$X_O = \frac{mg}{2}$, $Y_O = -F$ (0,5) $F_{HD} = -mg$ (barra em tração)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

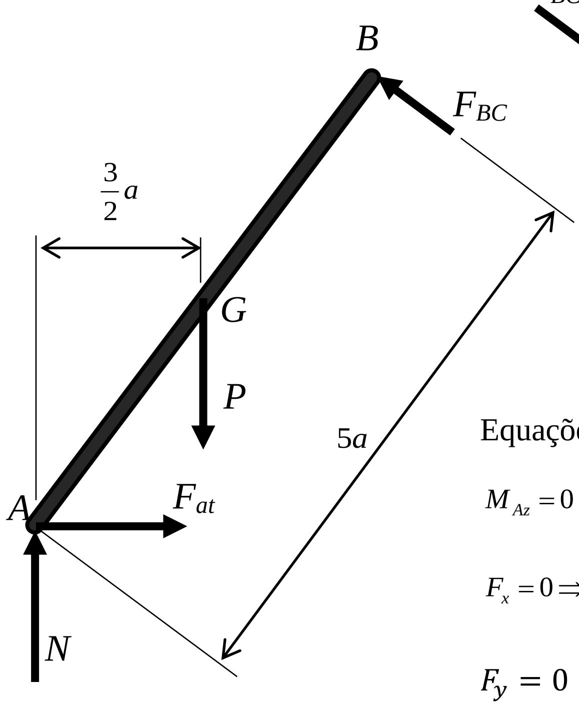
2ª Questão (3,0 pontos). Considere o sistema em equilíbrio mostrado na figura. A barra homogênea *AB* tem peso *P* e está apoiada na superfície horizontal em *A*, com atrito, cujo coeficiente é μ, desconhecido. A barra *BC* tem peso desprezível e possui articulações ideais em ambas as extremidades. Responda o que é solicitado abaixo, **preenchendo os respectivos campos sem incluir unidades.**

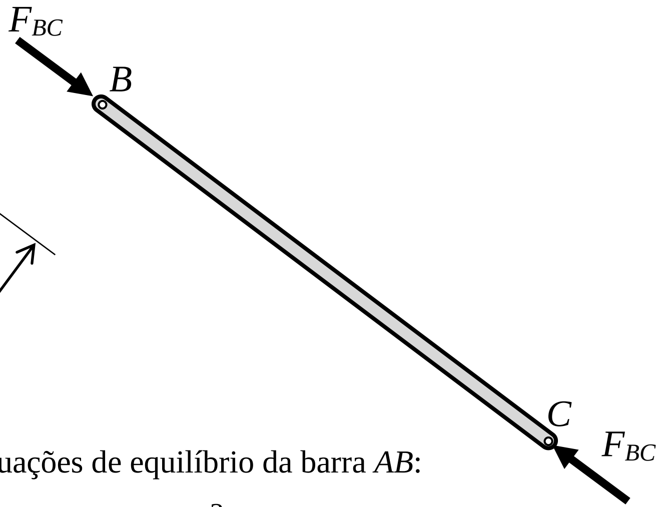


- **a)** Calcular o módulo da força na barra *BC*.
- **b)** Determinar se a força na barra *BC* é de tração ou de compressão.
- **c)** Calcular o módulo da força de atrito em *A* na barra AB.
- **d)** Calcular o menor coeficiente de atrito μ entre a barra *AB* e a superfície horizontal, que seja compatível com o equilíbrio estático

RESOLUÇÃO

Diagramas de corpo livre das barras:





Equações de equilíbrio da barra *AB*:

$$M_{Az} = 0 \Rightarrow F_{BC}5a - P\frac{3a}{2} = 0 \Rightarrow F_{BC} = \frac{3P}{10} \text{ (\underline{compressão})} \quad (1,5)$$

$$F_x = 0 \Rightarrow F_{at} - \frac{4}{5}F_{BC} = 0 \Rightarrow F_{at} = \frac{4}{5}\frac{3P}{10} \Rightarrow F_{at} = \frac{6P}{25} \quad (0,75)$$

$$F_y = 0 \Rightarrow N - P + \frac{3}{5}F_{BC} = 0 \Rightarrow N = P - \frac{3}{5}\frac{3P}{10} \Rightarrow N = \frac{41P}{50}$$

A força de atrito deve ser menor ou igual a μN:

$$F_{at} = \frac{6P}{25} \le \mu N = \mu\frac{41P}{50} \Rightarrow \mu \ge \frac{12}{41} \Rightarrow \mu_{mín} = \frac{12}{41} \quad (0,75)$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

3ª Questão (2,0 pontos). O vetor posição de uma partícula com respeito a um sistema cartesiano de referência $O\vec{\mathbf{i}}\vec{\mathbf{j}}\vec{\mathbf{k}}$ é dado por:

$$\vec{\boldsymbol{r}}(t) = A(\text{cos}t + t\text{sen}t)\vec{\mathbf{i}} + B(\text{sen}t - t\text{cos}t)\vec{\mathbf{j}} + Ct^2\vec{\mathbf{k}}$$

Sendo *A*, *B* e *C* parâmetros constantes, determine, para $t = \pi$, **preenchendo os respectivos campos com até 4 casas decimais e utilizando o PONTO como separador de decimais.**

a) a razão entre as componentes em $\vec{\mathbf{j}}$ e em $\vec{\mathbf{i}}$ do vetor velocidade.
b) a razão entre as componentes em $\vec{\mathbf{k}}$ e em $\vec{\mathbf{i}}$ do vetor aceleração.
c) a razão entre as componentes em $\vec{\mathbf{i}}$ e em $\vec{\mathbf{k}}$ do vetor tangente $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ na base de Frenet.
d) a razão entre as componentes em $\vec{\mathbf{k}}$ e em $\vec{\mathbf{j}}$ do vetor normal $\vec{\boldsymbol{n}}$ na base de Frenet;
e) a razão entre as componentes em $\vec{\mathbf{k}}$ e em $\vec{\mathbf{i}}$ do vetor binormal $\vec{\boldsymbol{n}}$ na base de Frenet.

a) $\vec{\boldsymbol{v}}(t) = \frac{d\vec{\boldsymbol{r}}(t)}{dt} = (At\text{cos}t)\vec{\mathbf{i}} + (Bt\text{sin}t)\vec{\mathbf{j}} + (2Ct)\vec{\mathbf{k}}$

$\vec{\boldsymbol{v}}(\pi) = (-A\pi)\vec{\mathbf{i}} + (2C\pi)\vec{\mathbf{k}} \quad \therefore \quad \frac{v_y(\pi)}{v_x(\pi)} = 0$ (0,4)

b) $\vec{\boldsymbol{a}}(t) = \frac{d\vec{\boldsymbol{v}}(t)}{dt} = A(\text{cos}t - t\text{sen}t)\vec{\mathbf{i}} + B(t\text{cos}t + \text{sin}t)\vec{\mathbf{j}} + 2C\vec{\mathbf{k}}$

$\vec{\boldsymbol{a}}(\pi) = (-A)\vec{\mathbf{i}} - (B\pi)\vec{\mathbf{j}} + (2C)\vec{\mathbf{k}} \quad \therefore \quad \frac{a_z(\pi)}{a_x(\pi)} = -\frac{2C}{A}$ (0,4)

c) $\vec{\boldsymbol{\tau}}(\pi) = \frac{\vec{\boldsymbol{v}}(\pi)}{\|\vec{\boldsymbol{v}}(\pi)\|} = \frac{1}{\sqrt{A^2+4C^2}}\left(-A\vec{\mathbf{i}} + 2C\vec{\mathbf{k}}\right) \quad \therefore \quad \frac{\tau_x(\pi)}{\tau_z(\pi)} = -\frac{A}{2C}$ (0,4)

d-e) $\vec{\boldsymbol{b}}(\pi) = \frac{\vec{\boldsymbol{v}}(\pi)\wedge\vec{\boldsymbol{a}}(\pi)}{\|\vec{\boldsymbol{v}}(\pi)\wedge\vec{\boldsymbol{a}}(\pi)\|} = \frac{1}{\sqrt{A^2+4C^2}}\left(2C\vec{\mathbf{i}} + A\vec{\mathbf{k}}\right) \quad \therefore \quad \frac{b_z(\pi)}{b_x(\pi)} = \frac{A}{2C}$ (0,4)

$\vec{\boldsymbol{n}}(\pi) = \vec{\boldsymbol{b}}(\pi) \wedge \vec{\boldsymbol{\tau}}(\pi) = -\vec{\mathbf{j}} \quad \therefore \quad \frac{n_z(\pi)}{n_y(\pi)} = 0$ (0,4)