2^a Lista de Exercícios — Física II — Relatividade Restrita

• **Ex. 1** — Um observador S vê uma estrela com uma elevação angular θ em relação à direção horizontal x. Um segundo observador S' se move na direção x com velocidade v relativa a S.

a) Calcule o ângulo de elevação θ' da estrela, visto por S', em relação à direção horizontal, *sem* utilizar a Relatividade.

b) Calcule novamente o ângulo θ', mas desta vez utilizando a Relatividade. Neste momento talvez seja útil lembrar que o 4-momento de um fóton é tal que ele tem norma nula, no sentido que:

$$P^\mu = (E/c, \vec{p}) = (p, \vec{p}) \ ,$$

com $||P||^2 = -p^2 + \vec{p}^2 = 0$.

c) Compare os resultados dos itens anteriores quando $v/c \ll 1$.

d) Podemos associar a frequência ν da luz correspondente a esse fóton por meio da constante de Planck h, com $p = h\,\nu$. Digamos que o observador S dos itens anteriores observa um fóton de luz daquela estrela com frequência ν. Para o observador S', qual é a frequência da luz desse fóton?

• **Ex. 2** — O 4-momento de uma partícular de massa m é dado em termos da 4-velocidade por:

$$P^\mu = mU^\mu = m\,\gamma(v)\ (c, \vec{v}) \ .$$

Mostre que a 4-força, $F_\mu = dP_\mu/dt$ (onde $P_\mu = \eta_{\mu\nu}P^\nu$), é perpendicular à 4-velocidade.

• **Ex. 3** — Uma partícula de massa m é sujeita a uma força ao longo do eixo x, cuja intensidade é $-k\,x$. Usando as leis da dinâmica relativística, mostre que se a amplitude das oscilações dessa partícula for b, o período da oscilação é dado por:

$$T = \frac{4}{c}\int_0^b dx\,\sqrt{1-\frac{1}{\gamma}} \ ,$$

onde $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ pode ser escrito em função de x como:

$$\gamma(x) = 1 + \frac{kb^2}{2mc^2}\left(1-\frac{x^2}{b^2}\right) \ .$$

Faça uma expansão em série de Taylor em torno de algum parâmetro adimensional pequeno e obtenha, através dessa expansão, tanto o período do oscilador harmônico clássico (não-relativístico) quanto a correção relativística de ordem mais baixa para o período do oscilador harmônico.

• **Ex. 4** — Mostre que o resultado da colisão de duas partículas distintas não pode ser apenas uma partícula de massa nula (por exemplo, um fóton).

• **Ex. 5** — Duas partículas de massas m_1 e m_2 colidem inelasticamente, formando novas partículas cuja massa total é $m_1 + m_2 + \Delta M$. Suponha que

m_1 é arremessada contra m_2 – que se encontra originalmente em repouso. Qual a energia cinética mínima da partícula m_1 para que essa reação seja possível?

• **Ex. 6** — A Universidade de Berkeley, na California (EUA) foi uma das pioneiras na construção de aceleradores de partículas. O *Bevatron* foi construído com o objetivo de produzir pela primeira vez o anti-próton por meio da reação $p + p \longrightarrow p + p + p + \bar{p}$, onde p representa um próton e $\bar{p}$ representa um anti-próton, que é a anti-partícula correspondente ao próton (com carga negativa, portanto). Sabendo que a massa do próton é $m_p = 938$ MeV/c^2, onde 1 MeV $= 10^6$ eV $= 1,6 \times 10^{-13}$ joules, responda:

> a) Suponha que os dois protons progenitores (no estado original) estão viajando no acelerador com as mesmas velocidades, mas em direções opostas. Qual a energia *mínima* deles, tal que a produção do anti-proton no estado final se torna possível? (Por diversão, calcule a velocidade desses prótons.)
>
> b) Agora suponha que um dos prótons progenitores está em movimento no acelerador, mas que o outro próton progenitor é um alvo em repouso. Qual é a energia mínima do próton incidente que permite a produção do anti-próton no estado final? (Agora, também por diversão, calcule a velocidade desse próton.)
>
> Dica: procure utilizar os invariantes de Lorentz para resolver o problema!