

Lista de Exercícios 04 - Limites

01. Esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir e encontre o limite, se existir. Caso o limite não exista, justificar.

a.

$$f(x) = |x - 2| + 1 \qquad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

b.

$$f(x) = \frac{|x|}{x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

c.

$$f(x) = \begin{cases} -5, & \text{se } x < 0; \\ 0, & \text{se } x = 0; \\ 5, & \text{se } x > 0. \end{cases} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

d.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{se } x < 2; \\ 2, & \text{se } x = 2; \\ 9 - x^2, & \text{se } x > 2. \end{cases} \qquad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

e.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{se } x < 3; \\ 10 - x, & \text{se } x \geq 3; \end{cases} \qquad \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

f.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{se } x \neq 3; \\ 7, & \text{se } x = 3; \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

02. Aplicando as propriedades e teoremas sobre limites, encontre o limite das funções a seguir:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (-5x + 3)$ Resp.: -2

2. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x - 1)$ Resp.: 7

3. $\lim_{x \rightarrow -1} [(x + 4)^3(x + 2)^{-1}]$ Resp.: 27

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 5)}{(2x^3 + 6)}$ Resp.: -1/22

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ Resp.: 2

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ Resp.: 3

7. $\lim_{x \rightarrow 6} \log_2(x + 2)$ Resp.: 3

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \exp(x^2 + 5)$ Resp.: e^5

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{8x + 1}{x + 3}}$ Resp.: 3/2

10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$ Resp.: -3/2

11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3}$ Resp.: 11/17

$$12. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20} \quad \text{Resp.: } 1/8$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 3/2} \frac{8x^3 - 27}{4x^2 - 9} \quad \text{Resp.: } 9/2$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \quad \text{Resp.: } -\infty$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x} - 1}{-x} \right) \quad \text{Resp.: } -1/2$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 3} \quad \text{Resp.: } +\infty$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} \quad \text{Resp.: } 1$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x^2-4} \quad \text{Resp.: } -\infty$$

$$19. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5-x^3}{8x+2} \quad \text{Resp.: } -\infty$$

20. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 5}{8x^3 + x + 2}$ Resp.: $1/2$
21. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x^3 - x} - \sqrt[3]{x^3 + 1})$ Resp.: 0
22. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x^3 + 2}{7x^3 + 3}$ Resp.: $-5/7$
23. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{x^2 + 1}$ Resp.: 0
24. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x^2 - 4}$ Resp.: $+\infty$
25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3 + x)^2 - 9}{x}$ Resp.: 6
26. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}; n \in \mathbb{N}^*$ Resp.: n
27. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{x - 3}$ Resp.: $-\infty$
28. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{|x - 2|}$ Resp.: $+\infty$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x} - x$$

Resp.: $3/2$

$$30. \lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x + 6}{x^2 - 36}$$

Resp.: $+\infty$

$$31. \lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{x + 6}{x^2 - 36}$$

Resp.: $-\infty$

$$32. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x + 6}{x^2 - 36}$$

Resp.: não existe

$$33. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x}$$

Resp.: $1/4$

$$34. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2} - \frac{3}{x - 4}$$

Resp.: não existe

$$35. \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{3 - x}{x^2 - 2x - 8}$$

Resp.: $+\infty$

$$36. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{3 + \operatorname{sen} x}{x \operatorname{sen} x} \quad \text{Resp.: } 8/\pi$$

$$37. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \quad \text{Resp.: } 1$$

$$38. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{sen} x}{x} \quad \text{Resp.: } 2$$

$$39. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec x}{\cos x} \quad \text{Resp.: } 0$$

$$40. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad \text{Resp.: } 1/2$$

$$41. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{1 + (\cos x)^2} \quad \text{Resp.: } -1/2$$

$$42. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \cos x} \quad \text{Resp.: } 0$$

$$43. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{sen} x - \cos x}{1 - \tan x} \quad \text{Resp.: } -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$44. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} ax}{x} \quad \text{Resp.: } a$$

$$45. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 5x}{x \cos x} \quad \text{Resp.: } 5$$

$$46. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x+5} \quad \text{Resp.: } e^2$$

$$47. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x \quad \text{Resp.: } e^{-1}$$

$$48. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x \quad \text{Resp.: } e^3$$

$$49. \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{2}{x}-1} \quad \text{Resp.: } e^2$$

$$50. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x \quad \text{Resp.: } e^{-1}$$

03. Encontrar, caso existam, as assíntotas horizontais e verticais do gráfico das funções a seguir:

$$a. f(x) = -\frac{2}{x+3}$$

$$b. f(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{x^2-2}}$$

$$c. f(x) = \frac{4}{x-4}$$

$$d. f(x) = \frac{2}{x}$$

$$e. f(x) = e^x - 1$$

$$f. f(x) = \ln(1+x)$$

$$g. f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$$

$$h. f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

04. Para cada função a seguir, estude a sua continuidade no ponto solicitado. Esboce os gráficos e justifique sua resposta.

a.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 16, & \text{se } x \neq -4; \\ 4, & \text{se } x = -4; \end{cases} \quad \text{em } x = -4.$$

b.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & \text{se } x \neq -2; \\ 3, & \text{se } x = -2; \end{cases} \quad \text{em } x = -2.$$

c.

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x+1), & \text{se } x \geq 0; \\ -x, & \text{se } x < 0; \end{cases} \quad \text{em } x = 0.$$