PEA3391 - Eletricidade II

Aula - Os Dispositivos Básicos e os Fasores

Prof. Dr. Fillipe Matos de Vasconcelos

São Paulo - março de 2020

Introdução

Introdução

- Os dispositivos básicos da eletricidade são o **Resistor(R), Indutor(L) e Capacitor(C)**;
- Estudaremos a resposta de tais dispositivos frente à aplicação de tensões senoidais;
- Uma análise no domínio da frequência é fundamental para a compreensão dos efeitos envolvidos;
- A notação fasorial também é fundamental para fornecer um método de análise correlacionado com os estudos em CC.

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

Resistor(R)

- O valor da resistência não é influenciado por tensões ou correntes senoidais, isto é, a frequência da rede elétrica **NÃO ALTERA O VALOR DA RESISTÊNCIA**;
- Sendo assim, a **Lei de Ohm** pode ser aplicada para $v = V_m \operatorname{sen} \omega t$:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_m}{R} \operatorname{sen} \omega t = I_m \operatorname{sen} \omega t$$

- onde:

$$I_m = \frac{V_m}{R} \text{ ou } V_m = R \times I_m$$

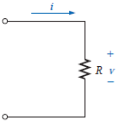


Fig. 1: Resposta de um dispositivo resistivo a uma corrente senoidal.

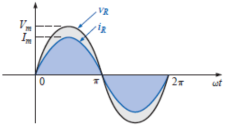


Fig. 2: Em um dispositivo resistivo **a tensão e a corrente estão em fase**.

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

Indutor(L)

- O valor da reatância indutiva é influenciado por tensões ou correntes senoidais, isto é, a frequência da rede elétrica **ALTERA O VALOR DA REATÂNCIA INDUTIVA**;
- A queda de tensão no indutor é dada por:

$$v_L = L\,\frac{di_L}{dt}$$

- onde:

$$\boldsymbol{v_L = V_m\,\mathrm{sen}(\omega t + 90^{\underline{o}})}\ \text{e}\ \boldsymbol{V_m = (\omega L) I_m},\ \text{sendo}\ \boldsymbol{\omega = 2\pi f}$$

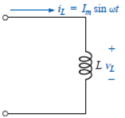


Fig. 3: Resposta de um dispositivo indutivo a uma corrente senoidal.

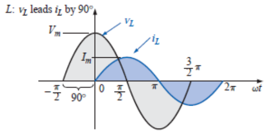


Fig. 4: Para um indutor puro a **tensão está adiantada 90º em relação à corrente**.

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

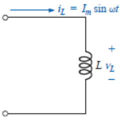
Indutor(L)

- Se um ângulo de fase for incluído na expressão senoidal para i_L, tem-se que

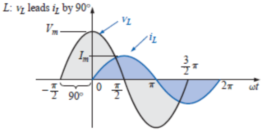
$$i_L = I_m \,\text{sen}(\omega t \pm \theta), \text{ e}$$
$$v_L = (\omega\, L)\, I_m \text{sen}(\omega t \pm \theta + \mathbf{90^{\underline{o}}})$$

- onde a grandeza $(\boldsymbol{\omega\, L})$ é a **REATÂNCIA INDUTIVA**, simbolizada por $\boldsymbol{X_L}$ e medida em **Ohms**:

$$\boldsymbol{X_L = \omega\, L}, \text{ sendo } \boldsymbol{V_m = X_L\, I_m} \textbf{ (Lei de Ohm)}.$$



Resposta de um dispositivo indutivo a uma corrente senoidal.



Para um indutor puro a **tensão está adiantada 90º em relação à corrente**.

Capacitor(C)

- O valor da reatância capacitiva é influenciado por tensões ou correntes senoidais, isto é, a frequência da rede elétrica **ALTERA O VALOR DA REATÂNCIA CAPACITIVA**;
- A corrente elétrica que atravessa o capacitor é dada por:

$$i_C = C\,\frac{dv_C}{dt}$$

- onde:

$$\boldsymbol{i_C = I_m\,\mathrm{sen}(\omega t + 90^{\underline{o}})}\ \text{e}\ \boldsymbol{I_m = (\omega C)V_m},\ \text{sendo}\ \boldsymbol{\omega = 2\pi f}$$

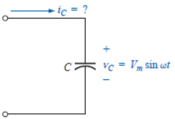


Fig. 5: Resposta de um dispositivo capacitivo a uma corrente senoidal.

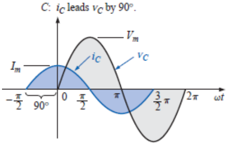


Fig. 6: Para um capacitor puro a **corrente está adiantada 90º em relação à tensão.**

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

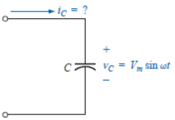
Capacitor(C)

- Se um ângulo de fase for incluído na expressão senoidal para v_C, tem-se que

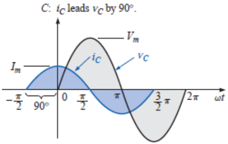
$$v_C = V_m \operatorname{sen}(\omega t \pm \theta), \text{ e}$$
$$i_C = (\omega\, C)\, V_m \operatorname{sen}(\omega t \pm \theta + \mathbf{90^{o}})$$

- onde a grandeza $\frac{1}{(\omega\, C)}$ é a **REATÂNCIA CAPACITIVA**, simbolizada por $\boldsymbol{X_C}$ e medida em **Ohms**:

$$\boldsymbol{X_C} = \frac{1}{\omega\, C}, \text{ sendo } \boldsymbol{V_m = X_C\, I_m} \text{ (Lei de Ohm)}.$$



Resposta de um dispositivo capacitivo a uma corrente senoidal.



Para um capacitor puro a **corrente está adiantada 90º em relação à tensão**.

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

- Se a tensão aplicada estiver adiantada em relação à corrente...
circuito predominantemente INDUTIVO.

- Se a corrente estiver adiantada em relação à tensão aplicada...
circuito predominantemente CAPACITIVO.

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

EXEMPLO 1: Considerando a tensão no resistor como indicado nos itens (a) e (b), calcule as expressões para a corrente, sendo o resistor de 10 Ohms. Esboce os gráficos de v e i.

(a) $v = 100\,\text{sen}\,377t$

(b) $v = 25\,\text{sen}(377t + 60^{\text{o}})$

Solução:

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

EXEMPLO 1: Considerando a tensão no resistor como indicado nos itens (a) e (b), calcule as expressões para a corrente, sendo o resistor de 10 Ohms. Esboce os gráficos de v e i.

(a) $v = 100 \operatorname{sen} 377t$

(b) $v = 25 \operatorname{sen}(377t + 60^{\underline{o}})$

Solução:

(a) $I_m = \frac{V_m}{R} = \frac{100}{10} = 10$ A

logo: $i = 10 \operatorname{sen} 377t$ (v e i estão em fase)

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

EXEMPLO 1: Considerando a tensão no resistor como indicado nos itens (a) e (b), calcule as expressões para a corrente, sendo o resistor de 10 Ohms. Esboce os gráficos de v e i.

(a) $v = 100\,\text{sen}\,377t$

(b) $v = 25\,\text{sen}(377t + 60^{\text{o}})$

Solução:

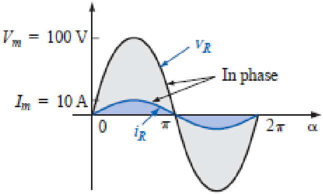
(a) $I_m = \frac{V_m}{R} = \frac{100}{10} = 10$ A

logo: $i = 10\,\text{sen}\,377t$ (v e i estão em fase)

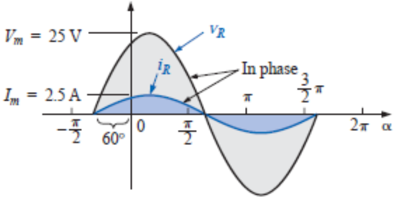
(b) $I_m = \frac{V_m}{R} = \frac{25}{10} = 2,5$ A

logo: $i = 2,5\,\text{sen}\,(377t + 60^{\text{o}})$ (v e i estão em fase)

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal



(a) $v = 100\,\text{sen}\,377t$
$i = 10\,\text{sen}\,377t$



(b) $v = 25\,\text{sen}(377t + 60^{\underline{o}})$
$i = 2,5\,\text{sen}\,(377t + 60^{\underline{o}})$

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

EXEMPLO 2: A corrente em um indutor de 0,1 H é dada nos itens (a) e (b) a seguir. Determine em cada caso a expressão para a tensão no indutor. Esboce os gráficos de v e i.

(a) $i = 10\,\text{sen}\,377t$

(b) $i = 7\,\text{sen}(377t - 70^{\text{o}})$

Solução:

EXEMPLO 2: A corrente em um indutor de 0,1 H é dada nos itens (a) e (b) a seguir. Determine em cada caso a expressão para a tensão no indutor. Esboce os gráficos de v e i.

(a) $i = 10\,\text{sen}\,377t$

(b) $i = 7\,\text{sen}(377t - 70^{\underline{o}})$

Solução:
(a)

$$X_L = \omega L = 377 \times 0,1 = 37,7 \text{ Ohms}$$

logo: $V_m = X_L\, I_m = 37,7 \times 10 = 377$ V

Como no indutor v está adiantado $90^{\underline{o}}$ de i, então:

$$\boldsymbol{v = 377\,\text{sen}(377t + 90^{\underline{o}})}$$

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

EXEMPLO 2: A corrente em um indutor de 0,1 H é dada nos itens (a) e (b) a seguir. Determine em cada caso a expressão para a tensão no indutor. Esboce os gráficos de v e i.

(a) $i = 10 \operatorname{sen} 377t$

(b) $i = 7 \operatorname{sen}(377t - 70^{\underline{o}})$

Solução:

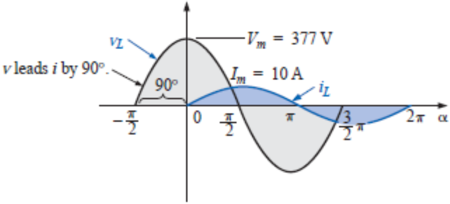
(b)

$$X_L = \omega L = 377 \times 0,1 = 37,7 \text{ Ohms}$$

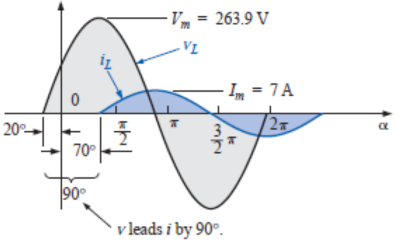
logo: $V_m = X_L I_m = 37,7 \times 7 = 263,9$ V

Como no indutor v está adiantado $90^{\underline{o}}$ de i, então:

$$\boldsymbol{v = 263,9 \operatorname{sen}(377t - 70^{\underline{o}} + 90^{\underline{o}})}$$



(a) $v = 377\,\text{sen}\,(377t + 90^{\underline{o}})$
$i = 10\,\text{sen}\,377t$



(b) $v = 263,9\,\text{sen}(377t + 20^{\underline{o}})$
$i = 7\,\text{sen}\,(377t - 70^{\underline{o}})$

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

EXEMPLO 3: A expressão para a tensão em um capacitor de 1 μF é fornecida a seguir. Qual a expressão senoidal para a corrente? Esboce os gráficos de v e i.

1. $v = 30\,\mathrm{sen}\,400t$

Solução:

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal

EXEMPLO 3: A expressão para a tensão em um capacitor de 1 μF é fornecida a seguir. Qual a expressão senoidal para a corrente? Esboce os gráficos de v e i.

1. $v = 30 \operatorname{sen} 400t$

Solução:

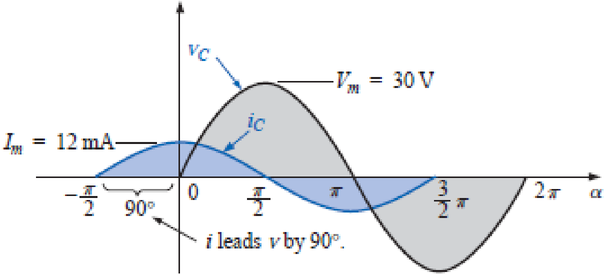
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{400 \times 10^{-6}} = 2500 \text{ Ohms}$$

$$\text{logo: } I_m = \frac{V_m}{X_C} = \frac{30}{2500} = 12 \text{ mA}$$

Como no capacitor i está adiantado 90º de v, então:

$$\boldsymbol{i = 12 \times 10^{-3} \operatorname{sen}(400t + 90^{\underline{o}})}$$

Resposta dos Dispositivos Básicos R, L e C a uma Tensão ou Corrente Senoidal



$$v = 30\,\text{sen}\,400t$$
$$i = 12 \times 10^{-3}\,\text{sen}\,(400t + 90^{\underline{o}})$$

Comportamento de Indutores e Capacitores em regimes CC, alta frequência e baixa frequência

- Para **corrente contínua(CC)**:
  1. **Indutor**:
  $$X_L = 2\pi f L = 2\pi(0)L = 0\,\Omega$$
  Logo: **Substitui indutor por CURTO-CIRCUITO**.
  2. **Capacitor**:
  $$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(0)C} = \infty\,\Omega$$
  Logo: **Substitui capacitor por CIRCUITO ABERTO**.

Comportamento de Indutores e Capacitores em regimes CC, alta frequência e baixa frequência

- Para **corrente alternada(CA) em alta frequência**:
  1. **Indutor**:
     $$X_L = 2\pi f L = 2\pi(\infty)L = \infty\,\Omega$$
     Logo: **Substitui indutor por CIRCUITO ABERTO**.
  2. **Capacitor**:
     $$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi\infty C} = 0\,\Omega$$
     Logo: **Substitui capacitor por CURTO-CIRCUITO**.

Resposta em Frequência dos Dispositivos Básicos

Resistor(R)

- Sabemos até então que a Resistência não muda com a frequência;
- Para componentes reais, todavia, todo resistor tem capacitâncias parasitas e indutâncias, dos terminais, sensíveis à frequência;
- Tais valores são tão pequenos ao ponto de não serem notados até que se atinja a faixa de Mhz (megahertz).

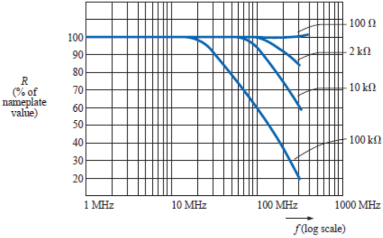


Fig. 7: Curvas de variação da reistência com a frequência para resistores de carbono.

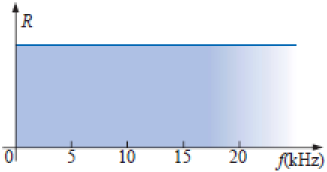


Fig. 8: R em função de f para a faixa de frequência de interesse.

Indutor(L) e Capacitor(C)

- No caso do indutor, quanto **maior a indutância** e/ou **maior a frequência**, maior será a reatância indutiva.

$$\boldsymbol{X_L = \omega L = 2\pi f L}$$

- No caso do capacitor, quanto **maior a capacitância** e/ou **maior a frequência**, menor será a reatância capacitiva.

$$\boldsymbol{X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}}$$

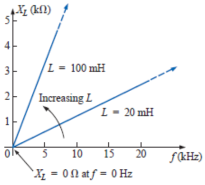


Fig. 9: X_L em função da frequência.

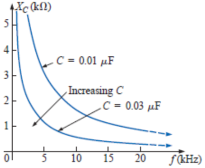


Fig. 10: X_C em função da frequência.

EXEMPLO 4: Para que valor de frequência a reatância de um indutor de 200 mH é igual à resistência de um resistor de 5 kΩ?

Solução:

EXEMPLO 4: Para que valor de frequência a reatância de um indutor de 200 mH é igual à resistência de um resistor de 5 kΩ?

Solução:
Assumindo que a resistência permanece constante em 5 kΩ na faixa de frequência de utilização do indutor, temos que:

$$R = 5000 = X_L = 2\,\pi\,f\,L$$
$$5000 = 2\,\pi\,(200 \times 10^{-3})\,f$$
$$f = \frac{5000}{1{,}257} = 3,98\ \text{kHz}$$

EXEMPLO 5: Em que frequência um indutor de 5 mH terá a mesma reatância de um capacitor de 0,1 μF?

Solução:

EXEMPLO 5: Em que frequência um indutor de 5 mH terá a mesma reatância de um capacitor de 0,1 μF?

Solução:

$$X_L = X_C$$
$$2\,\pi\,f\,L = \frac{1}{2\,\pi\,f\,C}$$
$$f^2 = \frac{1}{4\,\pi^2\,L\,C}$$
$$\boldsymbol{f = \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{L\,C}}}$$
$$f = \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{(5\times10^{-3})(0{,}1\times10^{-6})}}$$
$$\boldsymbol{f = 7,12\ \mathbf{kHz}}$$

Potência Média e Fator de Potência

Potência Média e Fator de Potência

- Tomando as expressões gerais de corrente e tensão senoidais, temos que:

$$v = V_m \,\text{sen}(\omega t + \theta_v)$$
$$i = I_m \,\text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

- A potência será dada pelo produto de $v \cdot i$, como:

$$\begin{aligned} p = vi &= V_m \,\text{sen}(\omega t + \theta_v)\, I_m \,\text{sen}(\omega t + \theta_i) \\ &= V_m \, I_m \,\text{sen}(\omega t + \theta_v)\,\text{sen}(\omega t + \theta_i) \end{aligned}$$

- Usando a identidade trigonométrica:

$$\text{sen}\, A \,\text{sen}\, B = \frac{cos(A-B) - cos(A+B)}{2}$$

- Os termos $\text{sen}(\omega t + \theta_v)\,\text{sen}(\omega t + \theta_i)$ ficam:

$$\text{sen}\,(\omega t + \theta_v)\,\text{sen}\,(\omega t + \theta_i) = \frac{cos((\omega t+\theta_v)-(\omega t+\theta_i)) - cos((\omega t+\theta_v)+(\omega t+\theta_i))}{2}$$
$$\text{sen}\,(\omega t + \theta_v)\,\text{sen}\,(\omega t + \theta_i) = \frac{cos(\theta_v-\theta_i) - cos(2\,\omega t+\theta_v+\theta_i)}{2}$$

- Assim, concluímos que a potência é dada por:

$$\boldsymbol{p = \left[\frac{V_m\, I_m}{2}\, cos(\theta_v - \theta_i)\right] - \left[\frac{V_m\, I_m}{2}\, cos(2\,\omega t + \theta_v + \theta_i)\right]}$$

- Note que a **primeira parcela** é um **Valor Fixo** e a **segunda parcela** é um **Valor Variando no tempo (função de t)**.

- A potência é dada por:

$$p = [\frac{V_m I_m}{2} cos(\theta_v - \theta_i)] - [\frac{V_m I_m}{2} cos(2\,\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

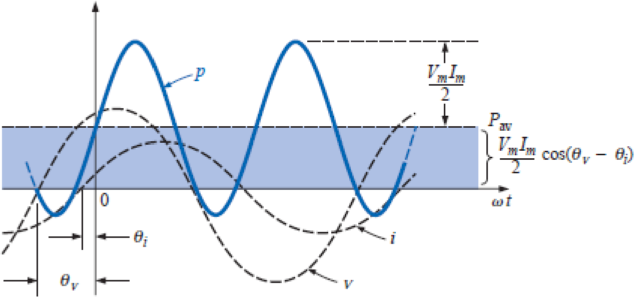


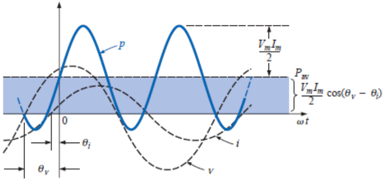
Fig. 11: Determinação da potência média de um circuito de corrente alternada senoidal.

- Note que o segundo termo na equação anterior representa uma cossenóide de amplitude $\frac{V_m I_m}{2}$ e **frequência duas vezes maior** que a da tensão e corrente;
- Além disso, o **valor médio** desse termo é **zero**, logo ele não tem nenhuma influência no processo de dissipação de energia.

Potência Média e Fator de Potência

- A potência é dada por:

$$p = \left[\frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)\right] - \left[\frac{V_m I_m}{2} \cos(2\,\omega t + \theta_v + \theta_i)\right]$$



Determinação da potência média de um circuito de corrente alternada senoidal.

- Vale ressaltar também que o primeiro termo da equação anterior é constante (i.e., não depende do tempo), logo **representa uma transferência líquida de energia**;
- Este termo é chamado de **Potência Média**.
- A potência média, ou potência real, é a fornecida à carga e dissipada por esta.
- Ela corresponde à potência total dos circuitos de **corrente contínua**.
- O ângulo $(\theta_v - \theta_i)$ é o ângulo de fase entre v e i. Lembre que $cos(-\alpha) = cos(\alpha)$.
- **O valor da potência média não depende do fato de a tensão estar atrasada ou adiantada em relação à corrente.**

Potência Média e Fator de Potência

- Fazendo $\theta = |\theta_v - \theta_i|$, onde $|quad|$ indica que apenas o valor absoluto é importante, ou seja, o sinal é irrelevante, temos que:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} cos\,\theta \text{ (Watts, W)}$$

- onde P é a potência média em Watts.
- Podemos reescrever também como:

$$P = \left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right) cos\,\theta$$

$$\text{sendo } V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \text{ e } I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

- Logo, a equação fica:

$$\boldsymbol{P = V_{rms}\, I_{rms}\, cos\,\theta} \text{ (Watts, W)}$$

Potência Média e Fator de Potência

Potência Média – Resistor

- A potência média em um circuito puramente resistivo (i.e., $\theta = 0^{\underline{o}}$) é:

$$\boldsymbol{P = \frac{V_m I_m}{2} = V_{rms} I_{rms}} \text{ (W)}$$

- sendo $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R}$, tem-se que:

$$\boldsymbol{P = \frac{V_{rms}^2}{R} = R I_{rms}^2} \text{ (W)}$$

Potência Média – Indutor

- A potência média em um circuito puramente indutivo (i.e., $\theta = |\theta_v - \theta_i| = |-90| = 90^{\underline{o}}$) é:

$$P = \frac{V_m\, I_m}{2}\, cos\, \theta = V_{rms}\, I_{rms}\, cos\, 90^{\underline{o}} = \mathbf{0} \quad \mathbf{(W)}$$

- A potência média ou potência dissipada por um indutor ideal é **zero**

Potência Média e Fator de Potência

Potência Média – Capacitor

- A potência média em um circuito puramente capacitivo (i.e., $\theta = |\theta_v - \theta_i| = |90| = 90^{\underline{o}}$) é:

$$P = \frac{V_m\,I_m}{2}\,cos\,\theta = V_{rms}\,I_{rms}\,cos\,90^{\underline{o}} = \mathbf{0}\quad \mathbf{(W)}$$

- A potência média ou potência dissipada por um capacitor ideal é **zero**

Potência Média e Fator de Potência

EXEMPLO 6: Calcule a potência média dissipada em um circuito no qual a corrente e a tensão de entrada são dadas por:

$$i = 5\,\mathrm{sen}(\omega t + 40^{\underline{o}})$$
$$v = 10\,\mathrm{sen}(\omega t + 40^{\underline{o}})$$

Solução:

Potência Média e Fator de Potência

EXEMPLO 6: Calcule a potência média dissipada em um circuito no qual a corrente e a tensão de entrada são dadas por:

$$i = 5\,\mathrm{sen}(\omega t + 40^{\underline{o}})$$
$$v = 10\,\mathrm{sen}(\omega t + 40^{\underline{o}})$$

Solução:
Como v e i estão em fase, o circuito se mostra puramente resistivo visto pelos terminais de entrada.

$$P = \frac{V_m\,I_m}{2} = \frac{(10\,V)(5\,A)}{2} = \mathbf{25\ W}$$

ou

$$R = \frac{V_m}{I_m} = \frac{10}{5} = 2\,\Omega,\ \text{logo}\ \boldsymbol{P = \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{[(0{,}707)(10)]^2}{2} = 25\ \mathrm{W}}$$

ou

$$R = \frac{V_m}{I_m} = \frac{10}{5} = 2\,\Omega,\ \text{logo}\ \boldsymbol{P = R\,I_{rms}^2} = [(0,707)(5)]^2(2) = \mathbf{25\ W}$$

EXEMPLO 7: Determine a potência média fornecida a circuitos tendo as seguintes expressões para a tensão e a corrente de entrada:

(a) $v = 100\,\mathrm{sen}(\omega t + 40^{\circ})$
$i = 20\,\mathrm{sen}(\omega t + 70^{\circ})$

(b) $v = 150\,\mathrm{sen}(\omega t - 40^{\circ})$
$i = 3\,\mathrm{sen}(\omega t - 50^{\circ})$

Solução:

EXEMPLO 7: Determine a potência média fornecida a circuitos tendo as seguintes expressões para a tensão e a corrente de entrada:

(a) $v = 100\,\mathrm{sen}(\omega t + 40^{\circ})$
$i = 20\,\mathrm{sen}(\omega t + 70^{\circ})$

(b) $v = 150\,\mathrm{sen}(\omega t - 40^{\circ})$
$i = 3\,\mathrm{sen}(\omega t - 50^{\circ})$

Solução:
(a)

$$P = \frac{V_m\,I_m}{2}\cos\,\theta = \frac{(100\,V)(20\,A)}{2}\,\cos\,(30^{\circ}) = (1000\ \mathrm{W})(0,866) = \mathbf{866\ W}$$

(b)

$$P = \frac{V_m\,I_m}{2}\cos\,\theta = \frac{(150\,V)(3\,A)}{2}\,\cos\,(20^{\circ}) = (225\ \mathrm{W})(0,9397) = \mathbf{211,43}\ \mathbf{W}$$

Fator de Potência

- Na equação $P = \frac{V_m I_m}{2} \cos\theta$, o fator que tem uma influência significativa é o ”cos θ”;
- Independentemente dos valores da tensão e corrente, se cos $\theta = 0$, a potência é nula; se cos $\theta = 1$, a potência é máxima;
- Por ter tal influência a expressão recebeu o nome de **fator de potência** (F_p), e é definida por:

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}}$$

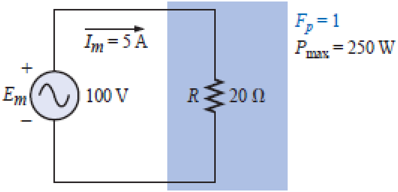


Fig. 12: Carga puramente resistiva com $F_p = 1$.

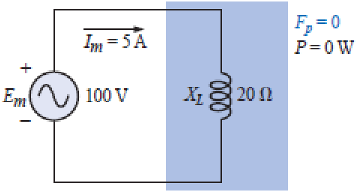


Fig. 13: Carga puramente indutiva com $F_p = 0$.

Potência Média e Fator de Potência

Fator de potência

- O fator de potência tem um valor entre 0 e 1.
- Quanto mais **resistiva** for a impedância total, mais próximo da **unidade** estará o fator de potência;
- Quanto mais **reativa** for a impedância total, mais próximo o fator de potência estará de **zero**;
- Por definição, o fator de potência é dado por:

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{rms}\, I_{rms}}$$

- Os termos *adiantado* e *atrasado* são frequentemente escritos juntamente com o fator de potência;
- O termo a ser usado é definido em **função da corrente na carga**;
- **Quando a corrente está adiantada em relação à tensão aplicada, dizemos que a carga tem um fator de potência adiantado**.
- **Quando a corrente está atrasada em relação à tensão aplicada, dizemos que a carga tem um fator de potência atrasado**.

EXEMPLO 8: Determine os fatores de potência das cargas nas figuras mencionadas a seguir e verifique se eles são atrasados ou adiantados:

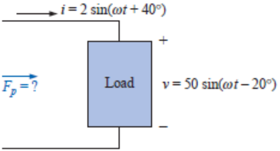


Fig. 14: Exemplo 8 (a).

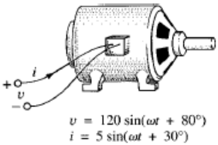


Fig. 15: Exemplo 8 (b).

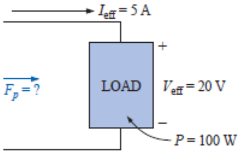


Fig. 16: Exemplo 8 (c).

Solução:

EXEMPLO 8: Determine os fatores de potência das cargas nas figuras mencionadas a seguir e verifique se eles são atrasados ou adiantados:

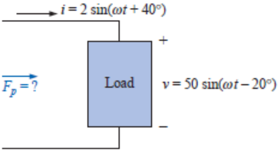


Fig. 14: Exemplo 8 (a).

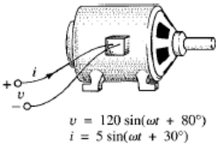


Fig. 15: Exemplo 8 (b).

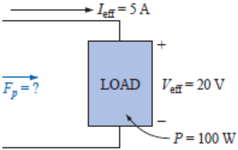


Fig. 16: Exemplo 8 (c).

Solução:

a. $F_p = cos\theta =$
$cos(|40° - (-20°)|) = cos60°$
$F_p =$ **0,5 adiantado**

EXEMPLO 8: Determine os fatores de potência das cargas nas figuras mencionadas a seguir e verifique se eles são atrasados ou adiantados:

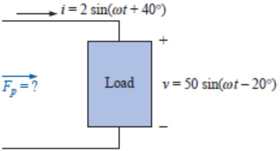


Fig. 14: Exemplo 8 (a).

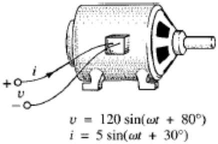


Fig. 15: Exemplo 8 (b).

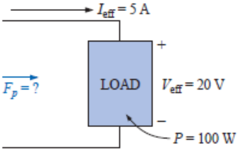


Fig. 16: Exemplo 8 (c).

Solução:

a. $F_p = cos\theta = cos(|40° - (-20°)|) = cos60°$
$F_p = \mathbf{0,5}$ **adiantado**

b. $F_p = cos\theta = cos(|80° - (30°)|) = cos50°$
$F_p = \mathbf{0,6428}$ **atrasado**

EXEMPLO 8: Determine os fatores de potência das cargas nas figuras mencionadas a seguir e verifique se eles são atrasados ou adiantados:

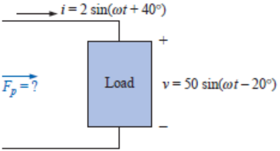


Fig. 14: Exemplo 8 (a).

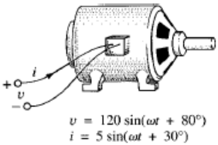


Fig. 15: Exemplo 8 (b).

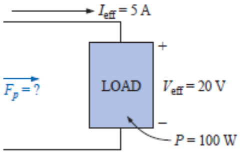


Fig. 16: Exemplo 8 (c).

Solução:

a. $F_p = cos\theta = cos(|40° - (-20°)|) = cos60°$
F_p = **0,5 adiantado**

b. $F_p = cos\theta = cos(|80° - (30°)|) = cos50°$
F_p = **0,6428 atrasado**

c. $F_p = cos\theta = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} = \frac{100}{20 \times 5} = 1$
A carga é **resistiva**, portanto, F_p não é atrasado nem adiantado.

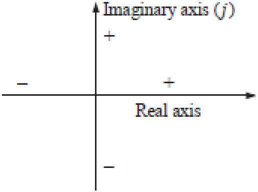
Números Complexos

Números Complexos

- Em análises de circuitos CC vimos a necessidade de calcular somas algébricas de tensões e correntes;
- Como será necessário efetuar as mesmas operações para circuitos CA, surge a questão:

  como se cacula a soma algébrica de duas ou mais tensões (ou correntes) senoidais?
  - Uma forma seria fazer a soma ponto a ponto (processo longo e tedioso);
  - Outra forma é por meio dos **NÚMEROS COMPLEXOS**.

- Um número complexo pode ser representado por um ponto em um plano, referido a um sistema de eixos cartesianos;
- Este ponto também determina um raio vetor a partir da origem;
- O eixo horizontal é chamado de *eixo real*;
- O eixo vertical é chamado de *eixo imaginário*;
- O símbolo j (ou algumas vezes i) denota a parte imaginária;
- As formas **retangular** e **polar** representam um número complexo.



Forma Retangular

- A representação na forma retangular é:

$$\boldsymbol{C} = X + j\,Y$$

- A letra $\boldsymbol{C}$ foi escolhida a partir da palavra 'complexo';
- A notação em **negrito** é usada para qualquer número com magnitude e fase;
- A notação em *itálico* é usada apenas para a magnitude.

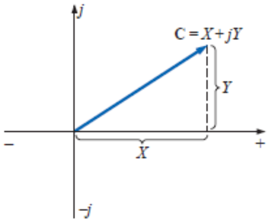


Fig. 17: Forma retangular de um número complexo.

EXEMPLO 9: Represente os seguintes números no plano complexo:

a. $\boldsymbol{C} = 3 + j\,4$
b. $\boldsymbol{C} = 0 - j\,6$
c. $\boldsymbol{C} = -10 - j\,20$

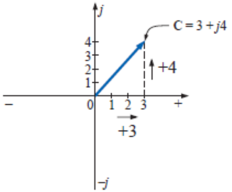


Fig. 18: Exemplo 9 (a).

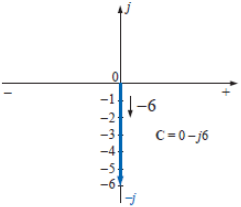


Fig. 19: Exemplo 9 (b).

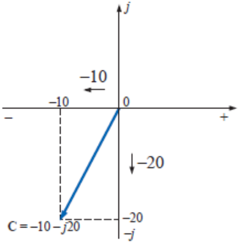


Fig. 20: Exemplo 9 (c).

Forma Polar

- A representação na forma polar é:

$$\boldsymbol{C} = Z\underline{/\theta}$$

- A letra Z foi escolhida a partir da sequência X, Y, Z;
- Z indica apenas o módulo e θ é sempre medido no sentido anti-horário a partir do eixo real positivo;
- Os ângulos medidos no sentido horário a partir do eixo real positivo têm de ter associado um sinal negativo.

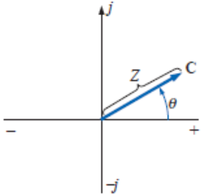


Fig. 21: Forma polar de um número complexo.

Números Complexos

- O sinal negativo em frente ao número complexo na forma polar é mostrado na figura a seguir.

$$-\boldsymbol{C} = -Z\angle\theta = Z\angle\theta \pm 180°$$

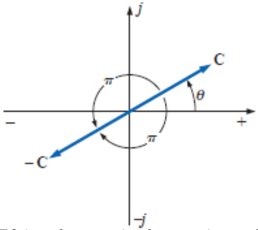


Fig. 22: Efeito de um sinal negativo sobre a forma polar.

- Observe que o resultado é um número complexo oposto ao número complexo com sinal positivo.

EXEMPLO 10: Represente os seguintes números no plano complexo:

a. $\boldsymbol{C} = 5\underline{/30^\circ}$
b. $\boldsymbol{C} = 7\underline{/-120^\circ}$
c. $\boldsymbol{C} = -4,2\underline{/60^\circ}$

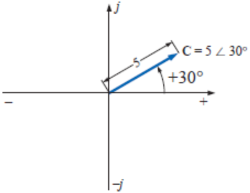


Fig. 23: Exemplo 10 (a).

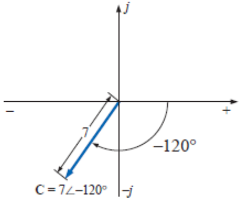


Fig. 24: Exemplo 10 (b).

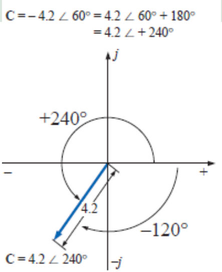


Fig. 25: Exemplo 10 (c).

Conversão entre as duas formas

- As duas formas relacionadas pelas equações a seguir.

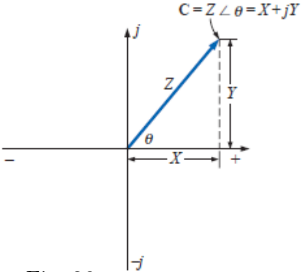


Fig. 26: Relação entre as duas formas.

- **RETANGULAR PARA POLAR:**

$$\boldsymbol{Z} = \sqrt{X^2 + Y^2}$$
$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{|Y|}{|X|}\right)$$

* **Obs.**: Atentar para o quadrante do ângulo de fase!!!

- **POLAR PARA RETANGULAR:**

$$X = Z\,cos\,\theta$$
$$Y = Z\,sen\,\theta$$

EXEMPLO 11: Converta o número complexo a seguir para a forma polar:

a. $\boldsymbol{C} = 3 + j\,4$
b. $\boldsymbol{C} = -6 + j\,3$

Solução:

EXEMPLO 11: Converta o número complexo a seguir para a forma polar:

a. $\boldsymbol{C} = 3 + j\,4$
b. $\boldsymbol{C} = -6 + j\,3$

Solução:

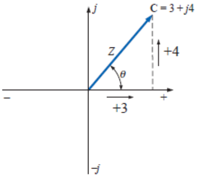


Fig. 27: Exemplo 11 (a).

$$Z = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5$$
$$\theta = tg^{-1}(\frac{|4|}{|3|}) = 53.13°$$
$$\boldsymbol{C} = 5\angle 53.13°$$

EXEMPLO 11: Converta o número complexo a seguir para a forma polar:

a. $\boldsymbol{C} = 3 + j\,4$
b. $\boldsymbol{C} = -6 + j\,3$

Solução:

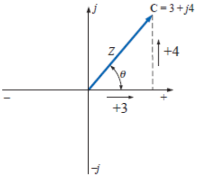


Fig. 27: Exemplo 11 (a).

$$Z = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5$$
$$\theta = tg^{-1}(\frac{|4|}{|3|}) = 53.13°$$
$$\boldsymbol{C} = 5\angle 53.13°$$

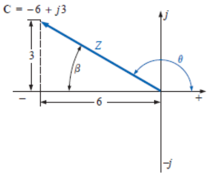


Fig. 28: Exemplo 11 (b).

$$Z = \sqrt{(6)^2 + (3)^2} = \sqrt{45} = 6,71$$
$$\beta = tg^{-1}(\frac{|3|}{|-6|}) = 26.57°$$
$$\theta = 180° - 26.57° = 153.43°$$
$$\boldsymbol{C} = 6,71\angle 153.43°$$

Números Complexos

EXEMPLO 12: Converta o número complexo seguinte, na forma polar, para a forma retangular:

a. $\boldsymbol{C} = 10\,\underline{/45^\circ}$
b. $\boldsymbol{C} = 10\,\underline{/230^\circ}$

Solução:

EXEMPLO 12: Converta o número complexo seguinte, na forma polar, para a forma retangular:

a. $\boldsymbol{C} = 10\,\underline{/45^\circ}$
b. $\boldsymbol{C} = 10\,\underline{/230^\circ}$

Solução:

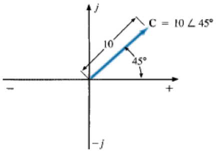


Fig. 29: Exemplo 12 (a).

$$X = 10\ \cos 45^\circ = 10 \times 0,707 = 7,07$$
$$Y = 10\,\text{sen}45^\circ = 10 \times 0,707 = 7,07$$
$$\boldsymbol{C} = 7,07 + j\,7,07$$

EXEMPLO 12: Converta o número complexo seguinte, na forma polar, para a forma retangular:

a. $\boldsymbol{C} = 10\,\underline{/45^\circ}$
b. $\boldsymbol{C} = 10\,\underline{/230^\circ}$

Solução:

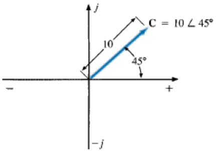


Fig. 29: Exemplo 12 (a).

$$X = 10\ \cos 45^\circ = 10 \times 0,707 = 7,07$$
$$Y = 10\,\mathrm{sen}45^\circ = 10 \times 0,707 = 7,07$$
$$\boldsymbol{C} = 7,07 + j\,7,07$$

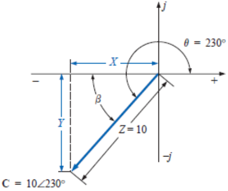


Fig. 30: Exemplo 12 (b).

$$X = Z\ cos\ \beta = 10\cos(230^\circ - 180^\circ) = 10\cos\ 50 = 6,428$$
$$Y = Z\ \sin\ \beta = 10\ \sin\ 50^\circ = 7,660$$
$$\boldsymbol{C} = -6,428 - j\,7,660$$

PEA3391 - Eletricidade II

Aula - Os Dispositivos Básicos e os Fasores

Prof. Dr. Fillipe Matos de Vasconcelos

São Paulo - março de 2020