Modelo de Mortensen - Pissarides

(1)

↳ Modelo não é centralizado

↳ Há fricções de mercado, ou seja, podem coexistir trabalhadores procurando vagas e vagas que este trabalhador aceitaria.

↳ Tempo contínuo $t \in [0, \infty)$

↳ Força de trabalho é dividida em

$$\begin{cases} E = \text{Empregados} \\ U = \text{Desempregados} \end{cases}$$

↳ Vagas de emprego são divididas em

$$\begin{cases} \text{Preenchidas} = F \\ \text{Não preenchidas} = V \end{cases}$$

↳ No Estado Estacionário, o número de pessoas encontrando emprego é igual ao número de pessoas ficando desempregadas

Empresa

- Tem um custo $\underline{c}$ (exógeno) por vaga, independente se a vaga está ou não preenchida
- Paga w por trabalhador
- Trabalhador produz A

Lucro $\begin{cases} A - w - c & \text{por vaga preenchida} \\ -c & \text{por vaga não preenchida} \end{cases}$

↳ Hipótese 1) $A > c$. caso contrário, não vale a pena a firma abrir uma vaga.

2) $A - c > w \Rightarrow A - c - w > 0$

ou seja, é necessário um lucro para compensar o tempo em que a vaga estava aberta mas não preenchida

Trabalhador (neutros ao risco)

Renda = $\begin{cases} w & \text{, se empregado} \\ 0 & \text{, se desempregado} \end{cases}$

Criação de Empregos

- matching function

(*) $M = M(U, V) = kU^{\beta}V^{\gamma}$, $0 \leq \beta \leq 1$ e $0 \leq \gamma \leq 1$

- match depende da massa de desempregados e do número de vagas

Desemprego → Emprego

$$a = \frac{M(U,V)}{U} \qquad (1)$$

a Tx a qual os desempregados encontram emprego por unidade de tempo

$$\alpha = \frac{M(U,V)}{V} \qquad (2)$$

α Tx a qual os vagas são preenchidos

Emprego → Desemprego (Exógeno)

Empregos são destruídos à tx b, segundo uma distribuição exponencial

no ~~EE~~ $\dot{E} = 0$

$$\dot{E} = M(U,V) - bE$$

$$M(U,V) = bE \qquad (3)$$

Pessoas encontram emprego na mesma proporção que outras pessoas perdem o emprego

Funcões Valores $\begin{cases} \text{Desempregado} \\ \text{Empregado} \end{cases}$ (Aqui não há distinção de com esforço ou sem esforço)

4

no Exercício Trabalhador ganha auxílio desemprego (λ), enquanto os trabalhadores empregados pagam um imposto (τ).

τ é exógeno e λ endógeno.

ou seja

$$\text{salário} \begin{cases} \lambda & \text{Desempregado} \\ w-\tau & \text{Empregado} \end{cases}$$

Função valor do indivíduo Empregado

$$V_E(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} e^{-\rho t} e^{-bt}(w-\tau)\,dt + e^{-\rho\Delta t}\Big[\underbrace{(1-e^{-b\Delta t})}_{\text{Prob de ficar desempregado}} V_U(\Delta t) + \underbrace{e^{-b\Delta t}}_{\text{Prob de se manter no Emp}} V_E(\Delta t)\Big]$$

Desenvolvendo

$$V_E(\Delta t) = (w-\tau)\left[\frac{e^{-(\rho+b)t}}{-(\rho+b)}\right]_0^{\Delta t} +$$

$$e^{-\rho\Delta t}\left[(1-e^{-b\Delta t})V_U(\Delta t) + e^{-b\Delta t}V_E(\Delta t)\right]$$

$$V_E(\Delta t) = +\frac{(w-\tau)}{(\rho+b)}\left[1-e^{-(\rho+b)\Delta t}\right] + \qquad (5)$$

$$e^{-\rho\Delta t}\left[\left(1-e^{-b\Delta t}\right)V_U(\Delta t) + e^{-b\Delta t}\,V_E(\Delta t)\right]$$

$$\left[1-e^{-(\rho+b)\Delta t}\right]V_E(\Delta t) = \left[\frac{w-\tau}{\rho+b}\right]\left(1-e^{-(\rho+b)\Delta t}\right) + e^{-\rho\Delta t}\left(1-e^{-b\Delta t}\right)V_U(\Delta t)$$

$$V_E(\Delta t) = \frac{w-\tau}{\rho+b} + \frac{e^{-\rho\Delta t}\left(1-e^{-b\Delta t}\right)}{1-e^{-(\rho+b)\Delta t}}\cdot V_U(\Delta t)$$

lim $\Delta t \to 0$, usando L'hopital:

$$V_E(\Delta t) = \frac{w-\tau}{\rho+b} + \frac{-\rho+(\rho+b)}{\rho+b}\cdot V_U(\Delta t)$$

$$V_E(\Delta t) = \frac{w-\tau}{\rho+b} + \frac{b}{(\rho+b)}\,V_U(\Delta t)$$

$\rightarrow$ EE $V_E(\Delta t) = V_E$ e $V_U(\Delta t) = V_U$

$$\boxed{V_E = \frac{w-\tau}{\rho+b} + \frac{b}{\rho+b}\,V_U} \qquad (4)$$

$$\hookrightarrow \rho V_E = (w-\tau) + b\left(V_U - V_E\right)$$

Função valor do Indivíduo Desempregado

ganho λ e sai do desemprego a taxa $\underline{a}$ (EE)

$$V_U(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} e^{-\rho t}\left(e^{-at}\right)\lambda\, dt +$$

$$e^{-\rho\Delta t}\left[e^{-a t}V_U(\Delta t) + \left(1-e^{-a t}\right)V_E(\Delta t)\right]$$

$$V_U(\Delta t) = \frac{\lambda}{-(\rho+a)}\, e^{-(\rho+a)t}\Big|_0^{\Delta t}$$

$$+ e^{-\rho\Delta t}\left[e^{-a\Delta t}V_U(\Delta t) + \left(1-e^{-a\Delta t}\right)V_E(\Delta t)\right]$$

$$V_U(\Delta t) = \frac{\lambda}{(\rho+a)}\left(1-e^{-(\rho+a)\Delta t}\right)$$

$$+ e^{-\rho\Delta t}\left[e^{-a\Delta t}V_U(\Delta t) + \left(1-e^{-a\Delta t}\right)V_E(\Delta t)\right]$$

$$V_U(\Delta t)\left[1-e^{-(\rho+a)\Delta t}\right] = \left(\frac{\lambda}{\rho+a}\right)\left[1-e^{-(\rho+a)\Delta t}\right]$$

$$+ e^{-\rho\Delta t}\left(1-e^{-a\Delta t}\right)V_E(\Delta t)$$

$$V_U(\Delta t) = \frac{\lambda}{\rho+a} + \frac{\left(1-e^{-a\Delta t}\right)e^{-\rho\Delta t}}{1-e^{-(\rho+a)\Delta t}}\cdot V_E(\Delta t)$$

no EE e tirando o lim

$$V_U = \left(\frac{\lambda}{\rho+a}\right) + \frac{-\rho+(\rho+a)}{(\rho+a)}\, V_E$$

$$(\rho + a) V_U = \lambda + a V_E$$

$$\rho V_U = \lambda + a (V_E - V_U) \quad (5)$$

Firma

$$\pi = \begin{cases} A - w - c & \text{Vaga preenchida} \\ -c & \text{Vaga ñ preenchida} \end{cases}$$

Seja V_V = vaga não preenchida e

V_F = Vaga preenchida

$$V_F(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} e^{-\rho t} e^{-bt} (A - w - c)\, dt +$$

$$e^{-\rho \Delta t} \left[(1 - e^{-b\Delta t}) V_V(\Delta t) + (e^{-b\Delta t}) V_F(\Delta t) \right]$$

$e^{-b\Delta t}$ Tx a qual o trabalhador sai do emprego / Empregos são destruídos

no EE

$$V_F = \frac{(A - w - c)}{(\rho + b)} \left(1 - e^{-(\rho + b)\Delta t}\right) +$$

$$e^{-\rho \Delta t} \left[(1 - e^{-b\Delta t}) V_V + e^{-b\Delta t} V_F \right]$$

$$V_F = \frac{(A - w - c)}{(\rho + b)} + \frac{e^{-\rho \Delta t} (1 - e^{-b\Delta t}) V_V}{(1 - e^{-(\rho + b)\Delta t})}$$

no limite

$$\rho V_F = (A - w - c) + b (V_V - V_F) \quad (6)$$

Posto vago não preenchido (Passa a ser preenchido (7)
a uma taxa $\underline{\underline{\alpha}}$)

$$V_v(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} e^{-\rho t} e^{-\alpha t}(-c)\,\Delta t +$$

$$e^{-\rho\Delta t}\left[\left(e^{-\alpha\Delta t}\right)V_v(\Delta t) + \left(1 - e^{-\alpha\Delta t}\right)V_F(\Delta t)\right]$$

$$V_v(\Delta t) = \frac{-c}{(\rho+\alpha)}\left(1 - e^{-(\rho+\alpha)\Delta t}\right)$$

$$+ e^{-\rho\Delta t}\left[e^{-\alpha\Delta t}V_v(\Delta t) + \left(1 - e^{-\alpha\Delta t}\right)V_F(\Delta t)\right]$$

no EE

$$V_v = \frac{-c}{\rho+\alpha} + \frac{e^{-\rho\Delta t}\left(1 - e^{-\alpha\Delta t}\right)}{\left(1 - e^{-(\rho+\alpha)\Delta t}\right)} \cdot V_F$$

no limite

$$V_v = \frac{-c}{\rho+\alpha} + \frac{\alpha}{(\rho+\alpha)} V_F$$

$$\underline{\rho V_v = -c + \alpha(V_F - V_v)} \qquad (7)$$

Barganha

Firma e trabalhador se encontram p/ decidir

salário

Lo(H1) Ambos tem o mesmo ganho

$$V_E - V_U = V_F - V_v \qquad (8)$$

Scanned with CamScanner

↳ (H2) não há custos de criar vagas (mas tem para manter) ou destruir

$$V_v = 0 \qquad (9)$$

Como $A > c$ sempre há criação de emprego quando há um matching

De (4) e (5):

$$\rho V_E = (w - \tau) + b(V_U - V_E) \qquad (4)$$

$$\rho V_U = \lambda + a(V_E - V_U) \qquad (5)$$

$$\rho(V_E - V_U) = w - \tau - \lambda - (a+b)(V_E - V_U)$$

$$(V_E - V_U) = \frac{w - \tau - \lambda}{a + b + \rho} \qquad (10)$$

De (6) e (7):

$$\rho V_F = (A - w - c) + b(V_v - V_F) \qquad (6)$$

$$\rho V_v = -c + \alpha(V_F - V_v) \qquad (7)$$

$$\rho(V_F - V_v) = A - w - (\alpha + b)(V_F - V_v)$$

$$V_F - V_v = \frac{A - w}{\rho + \alpha + b} \qquad (11)$$

Igualando (10) e (11)

$$\frac{w - \tau - \lambda}{a + b + \rho} = \frac{A - w}{\rho + \alpha + b}$$

(9)

$$\frac{w}{a+b+\rho} + \frac{w}{\rho+\alpha+b} = \frac{A}{\rho+\alpha+b} + \frac{\tau+\lambda}{a+b+\rho}$$

$$w(a+b+\rho+\rho+\alpha+b) = A(a+b+\rho) + (\tau+\lambda)(\rho+\alpha+b)$$

$$w(\alpha+2b+2\rho+a) = A(a+b+\rho) + (\tau+\lambda)(\rho+\alpha+b)$$

$$w = \frac{A(a+b+\rho)+(\tau+\lambda)(\alpha+b+\rho)}{\alpha+2b+2\rho+a} \qquad (12)$$

De (7), (11) e (12)

$$\rho V_v \underset{(11)}{=} -c + \frac{\alpha(A-w)}{\rho+\alpha+b} \qquad (7)$$

$$\rho V_v = -c + \frac{\alpha}{\rho+\alpha+b}\left[A - \frac{A(a+b+\rho)+(\tau+\lambda)(\alpha+b+\rho)}{\alpha+a+2b+2\rho}\right]$$

$$= -c + \frac{\alpha}{\rho+\alpha+b}\left[\frac{A(\alpha+b+\rho)-(\tau+\lambda)(\alpha+b+\rho)}{\alpha+a+2b+2\rho}\right]$$

$$(13) \qquad \rho V_v = -c + \frac{\alpha}{\rho+\alpha+b}\left[\frac{(A-\tau-\lambda)(\alpha+b+\rho)}{\alpha+a+2b+2\rho}\right]$$

De (3)

$$m(U,V) = bE = \underset{bE}{M}$$

$$bE = k\,U^{\beta}V^{\gamma}$$

Como $E = \bar{E} - U$, sendo $\bar{E}$ = número total de pessoas

$$bE = k(\bar{E}-E)^{\beta}V^{\gamma}$$

$$V = \left[\frac{bE}{k(\bar{E}-E)^{\beta}}\right]^{\frac{1}{\gamma}} \qquad (14)$$

Scanned with CamScanner

assim, de (2) e (14)

10

$$\alpha \underset{ss}{\downarrow}= \frac{M}{V} = \frac{bE}{\left[\frac{bE}{k(\bar{L}-E)^{\beta}}\right]^{\frac{1}{\gamma}}}$$

$$\alpha(E) = \alpha = (bE)^{1-\frac{1}{\gamma}} \left[k(\bar{L}-E)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\gamma}}$$

de (1):

$$a(E) = a \underset{ss}{\downarrow}= \frac{M}{U} = \frac{bE}{(\bar{L}-E)}$$

Como $U\lambda = \tau E$

$$\lambda(\bar{L}-E) = \tau E$$

$$\lambda = \frac{\tau E}{(\bar{L}-E)}$$

substituindo em (13)

$$\rho V_v = -c + \frac{\alpha(A-\tau-\lambda)}{\alpha + a + 2b + 2\rho} \quad (13)$$

$$\rho V_v = -c + \frac{bE^{1-\frac{1}{\gamma}}\left[k(\bar{L}-E)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\gamma}}\left[A-\tau-\frac{\tau E}{\bar{L}-E}\right]}{2(b+\rho) + bE^{1-\frac{1}{\gamma}}\left[k^{\frac{1}{\gamma}}(\bar{L}-E)^{\frac{\beta}{\gamma}}\right] + \frac{bE}{(\bar{L}-E)}}$$

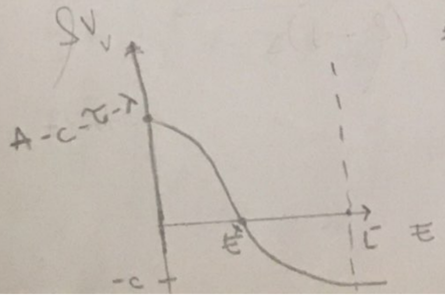
notem de (13) e dos eq. acima

$E \to \bar{L}$: $\alpha(E) \to 0$ $\quad a(E) \to +\infty$

$E \to 0$ $\quad \alpha(E) \to +\infty$ $\quad a(E) \to 0$

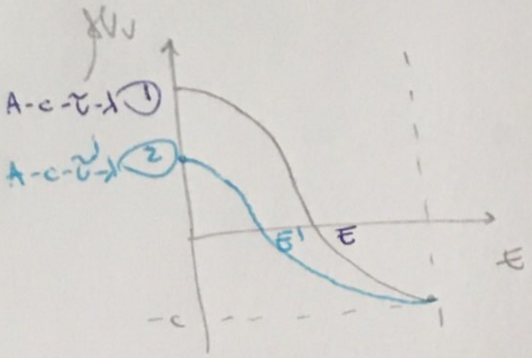
então de (13) Quando $E \to \bar{L}$: $\rho V_v = -c$

Quando $E \to 0$ $\rho V_v = A - c - \tau - \lambda$.



c) note que $\lim_{E \to 0} \beta V_v \to A-c-\tau-\lambda$

$\lim_{E \to L} \beta V_v \to -c$



Como $\tau' > \tau$, vamos de 1 p/ 2

Então, graficamente, aumentar τ diminui o emprego.

De (12)

$$w = \frac{A(a+b+\beta)}{\alpha+a+2b+2\beta} + (\tau+\lambda)\left(\frac{\alpha+b+\beta}{\alpha+a+2b+2\beta}\right)$$

Lembrando que $\alpha = \alpha(E)$, $a = a(E)$, e $E = E(\tau)$

Como $\lambda = \frac{\tau E}{U}$, $\tau + \lambda = \tau + \frac{\tau E}{U} = \frac{L\tau}{U}$,

$\frac{\partial E(\tau)}{\partial \tau} < 0$ (gráfico), $M(U,V) = kV^{\gamma} U^{\beta}$

$\alpha = \frac{kV^{\gamma} U^{\beta}}{V}$ e $a = \frac{kV^{\gamma} U^{\beta}}{U}$

$\frac{\partial \alpha}{\partial U} > 0 \Rightarrow \frac{\partial \alpha}{\partial E} < 0$ $\qquad$ $\frac{\partial a}{\partial U} < 0 \Rightarrow \frac{\partial a}{\partial E} > 0$

E como $\frac{\partial E}{\partial(\tau)} < 0$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \tau} = \frac{\partial \alpha}{\partial E}\frac{\partial E}{\partial \tau} > 0$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = \frac{\partial a}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial \tau} < 0$$

$$w = \frac{A(a+b+\beta)}{(\alpha+a+2b+2\beta)} + \frac{L}{U}\tau\left(\frac{\alpha+b+\beta}{\alpha+a+2b+2\beta}\right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} > 0$$

$$w = \underbrace{\frac{A(\downarrow a + b + f)}{(\alpha + \overset{\uparrow}{a} + \overset{\downarrow}{2b} + 2f)}}_{\text{diminui}} + \underbrace{\frac{\bar{L}}{\downarrow U}}_{>1} \tau^{\uparrow} \frac{(\overset{\uparrow}{\alpha} + b + f)}{(\overset{\uparrow}{\alpha} + \overset{\downarrow}{a} + 2b + 2f)}$$

$$\frac{\partial(w - \tau)}{\partial \tau} < 0$$

$$= \frac{A(\downarrow a + b + f)}{(\alpha + a + 2b + 2f)} + \frac{\bar{L}}{U} \tau \frac{(\alpha + b + f)}{\alpha + a + 2b + 2f} - \tau$$

$$= \frac{A(\downarrow a + b + f)}{\overset{\uparrow}{\alpha} + \overset{\downarrow}{a} + 2b + 2f} + \uparrow\tau \left[\frac{\bar{L}}{\downarrow U} \frac{(\overset{\uparrow}{\alpha} + b + f)}{\overset{\uparrow}{\alpha} + \overset{\downarrow}{a} + 2b + 2f} - 1\right]$$

$$= \frac{A(a + b + f)}{\alpha + a + 2b + 2f} + \tau \left[\frac{\bar{L}(\alpha + b + f) - U(\alpha + a + 2b + 2f)}{\alpha + a + 2b + 2f}\right]$$

$$= \frac{A(\overset{\downarrow}{a} + b + f)}{\alpha + a + 2b + 2f} + \tau \left[\frac{\overset{\downarrow}{\bar{L}}(\alpha + b + f) - \overset{\uparrow}{U}(\alpha + b + f)}{(\alpha + a + 2b + 2f)\,\overset{}{U}^{\uparrow}}\right]$$

$$\frac{\partial(w - \tau)}{\partial \tau} < 0$$

→ Intuição: Trabalhadores exigem maior salário, mas o salário líquido ainda será menor que o inicial. Como a empresa arca com maiores custos, o desemprego aumenta