Microeconomia I

Escolha

Prof. Fabio Barbieri

Elementos da Teoria da Escolha:

- campo de escolha
- restrição orçamentária
- função objetivo (utilidade)
- pressuposto comportamental: maximização

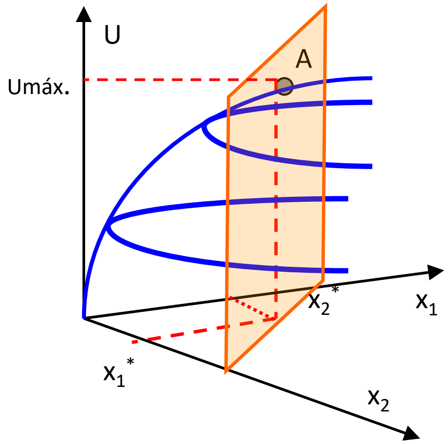
Maximização de Utilidade

- O principal postulado comportamental é que um tomador de decisão escolhe sua alternativa mais preferida entre as disponíveis
- As opções disponíveis constituem o conjunto de escolhas
- Qual é a cesta mais preferida no conjunto de escolhas?

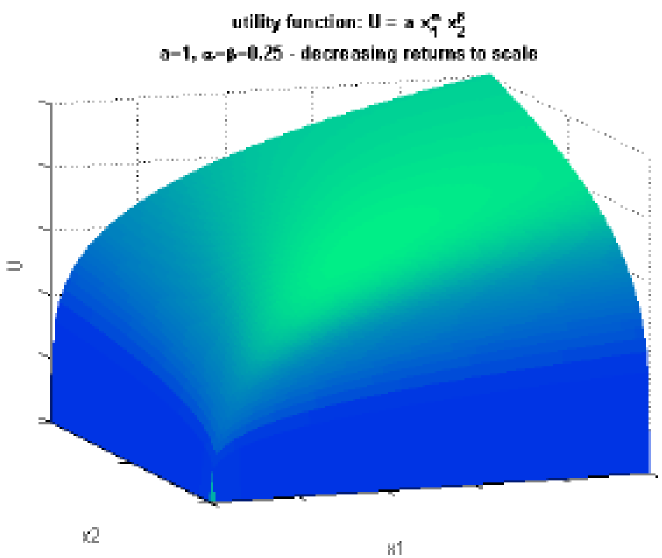
Problema de Maximização de Utilidade

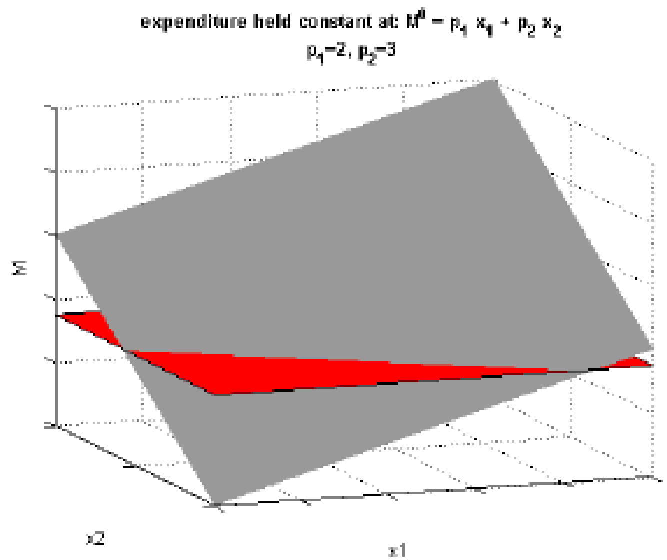
- Matematicamente, esse problema pode ser expresso como um problema de maximização condicionada:

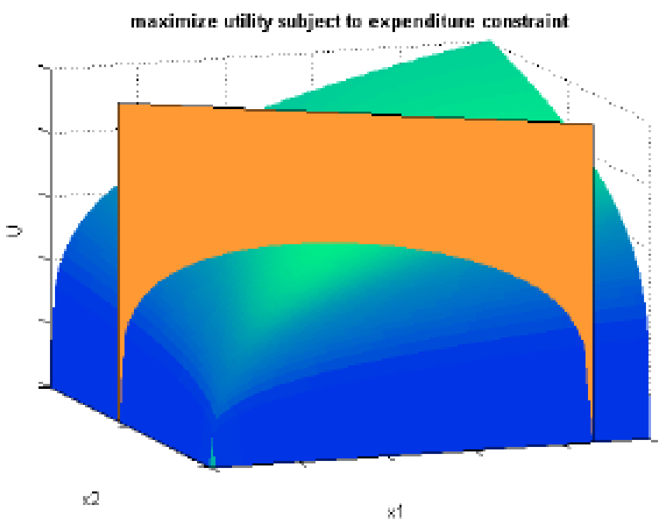
$$\max_{x_1,x_2} U(x_1,x_2) \quad \text{s.a.. } p_1x_1 + p_2x_2 = r$$

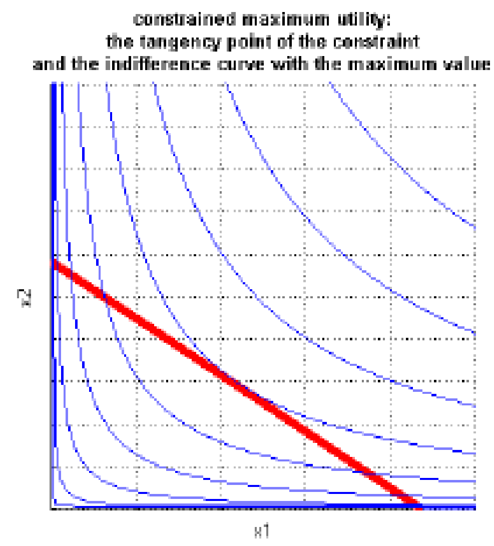


Maximização de Utilidade

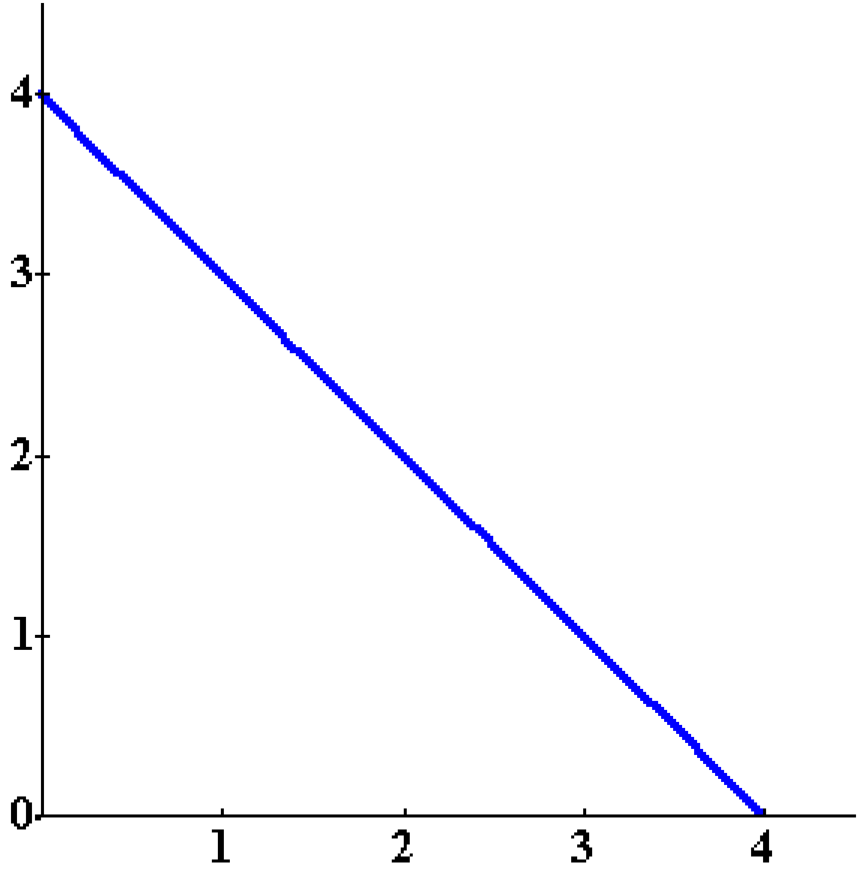




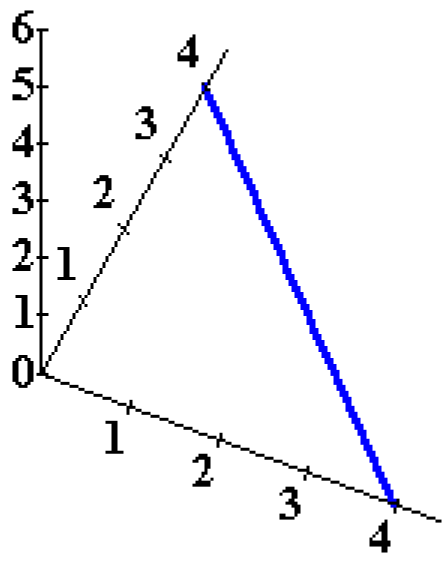




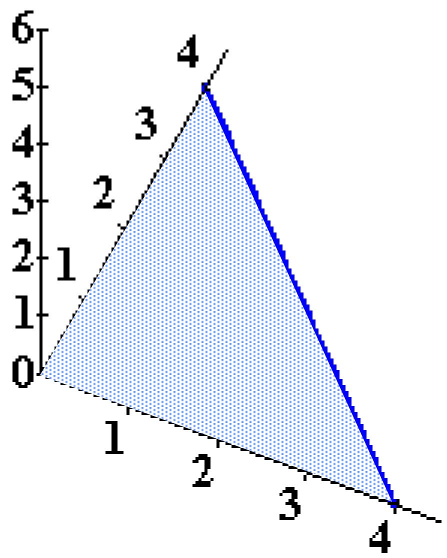
Escolha Racional Condicionada



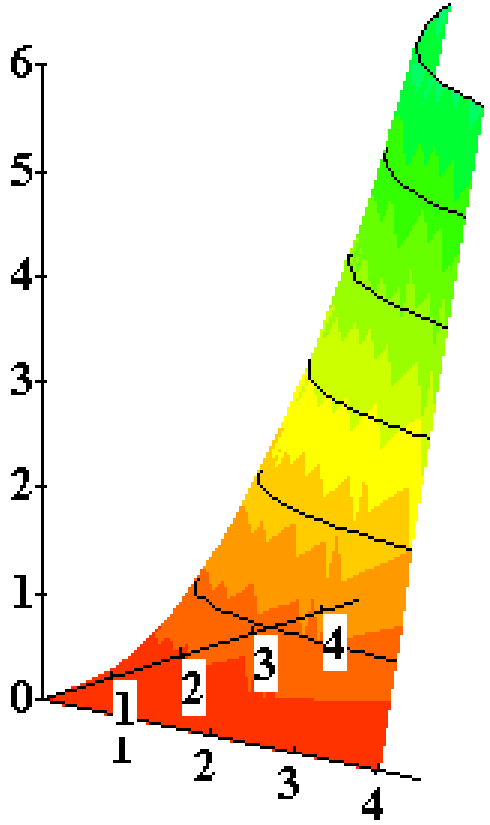
Escolha Racional Condicionada



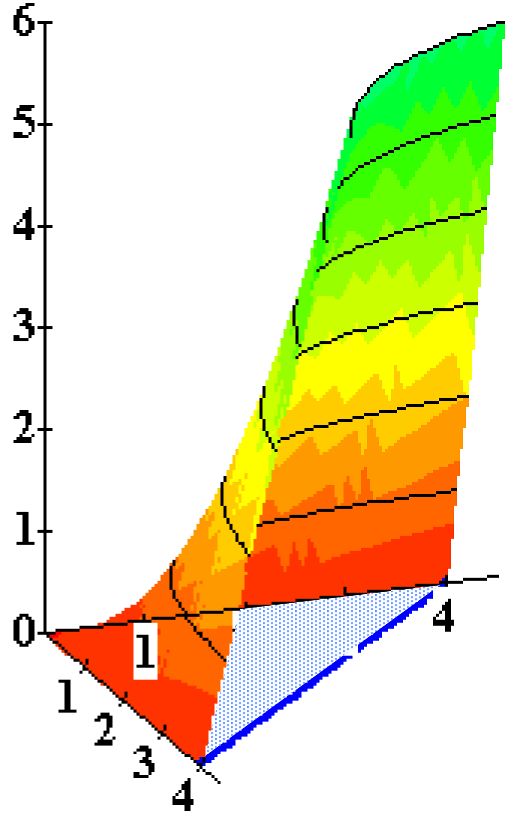
Escolha Racional Condicionada



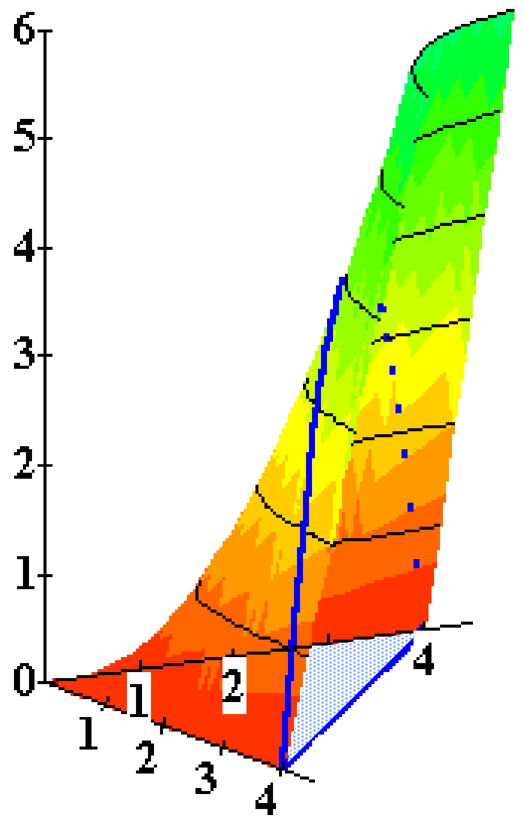
Escolha Racional Condicionada



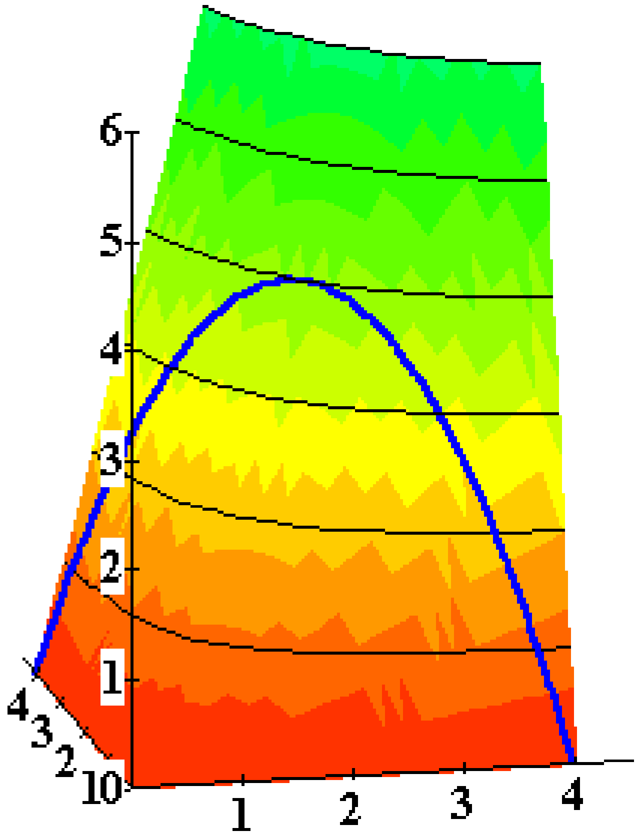
Escolha Racional Condicionada



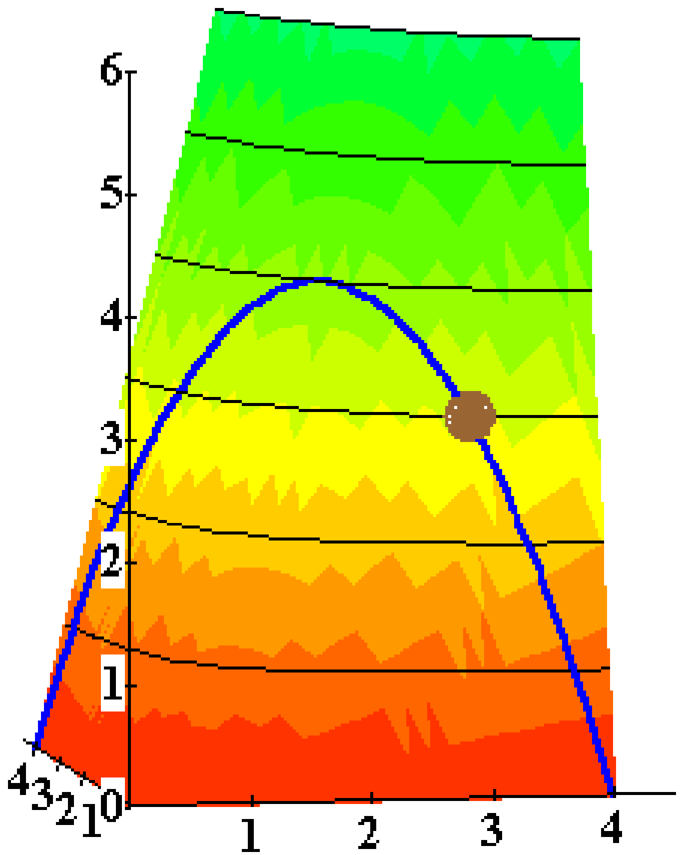
Escolha Racional Condicionada



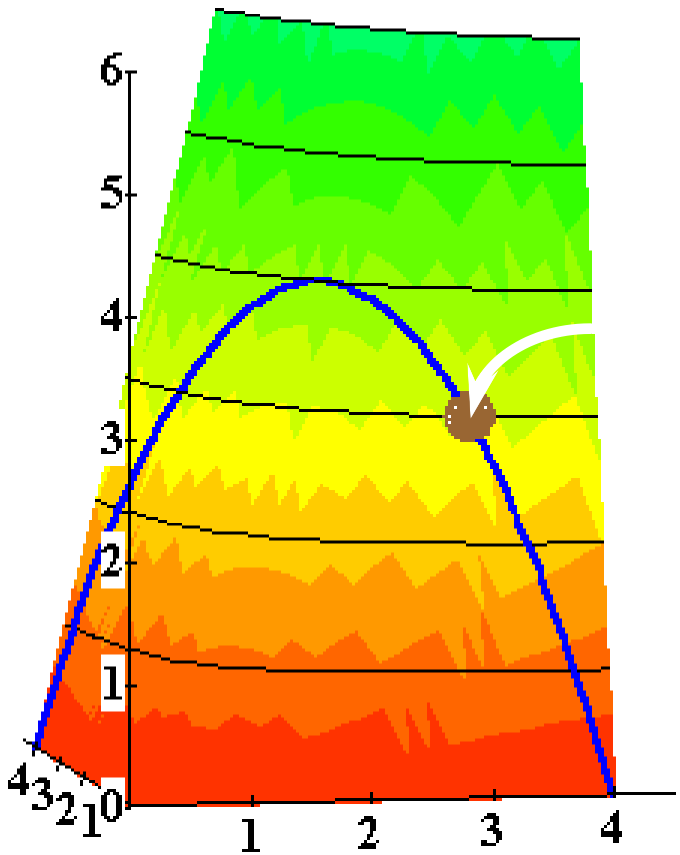
Escolha Racional Condicionada



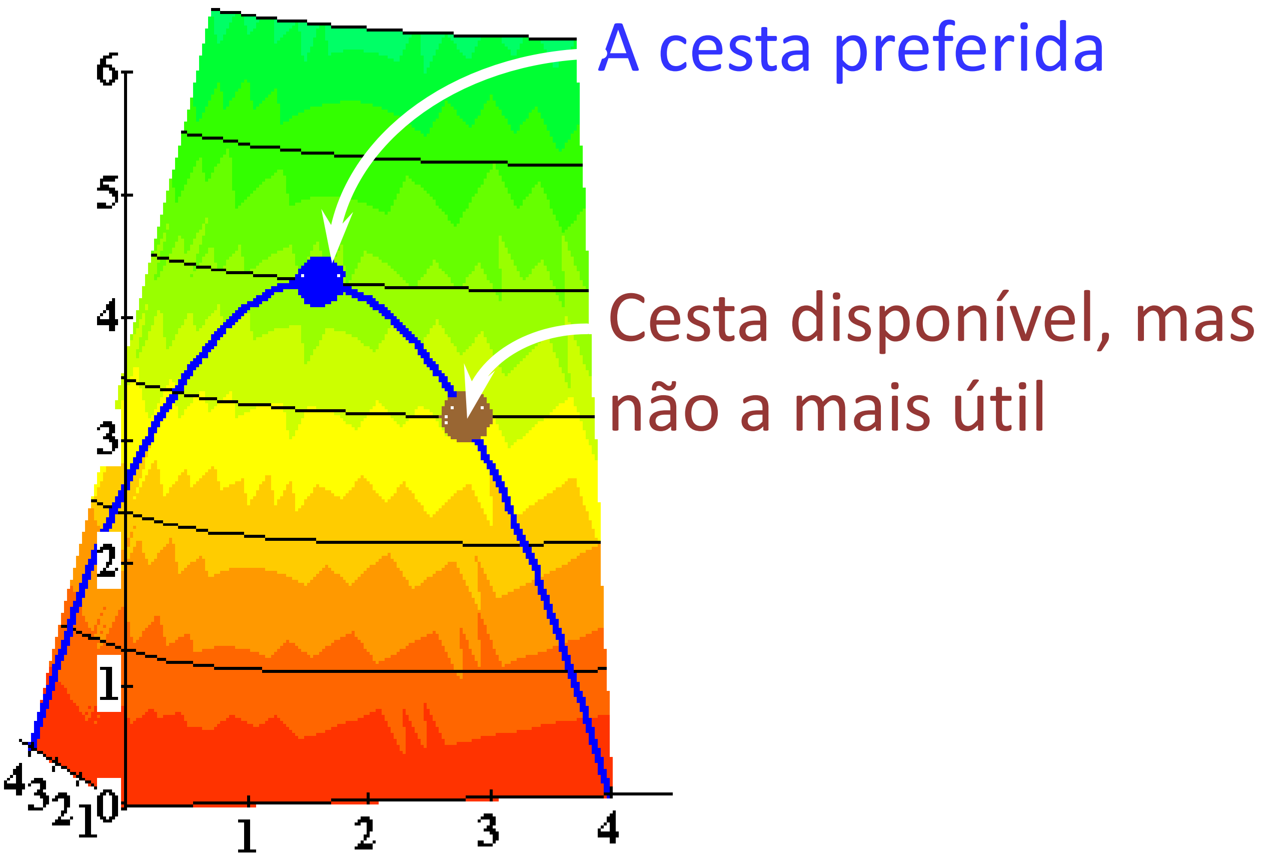
Escolha Racional Condicionada



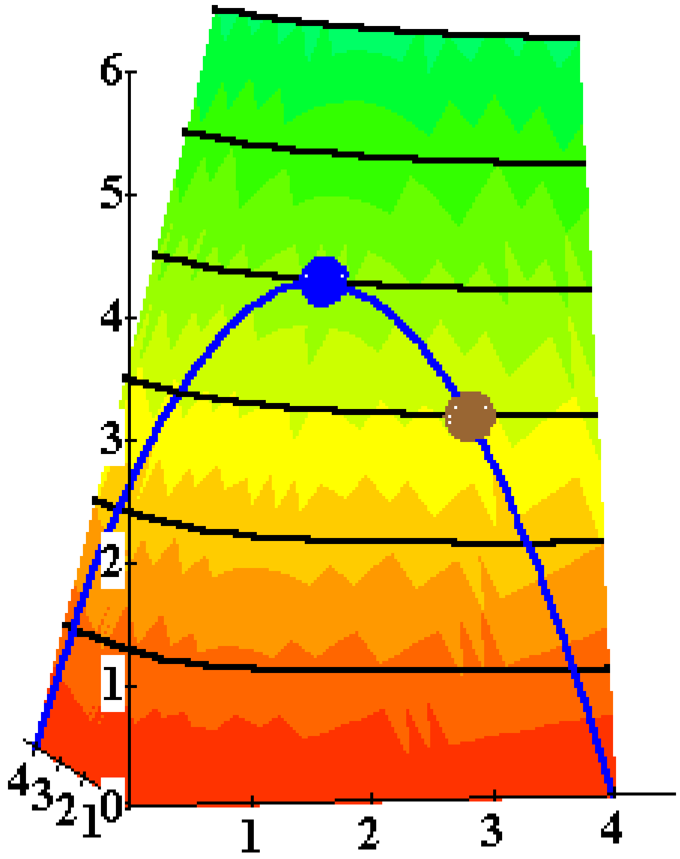
Escolha Racional Condicionada



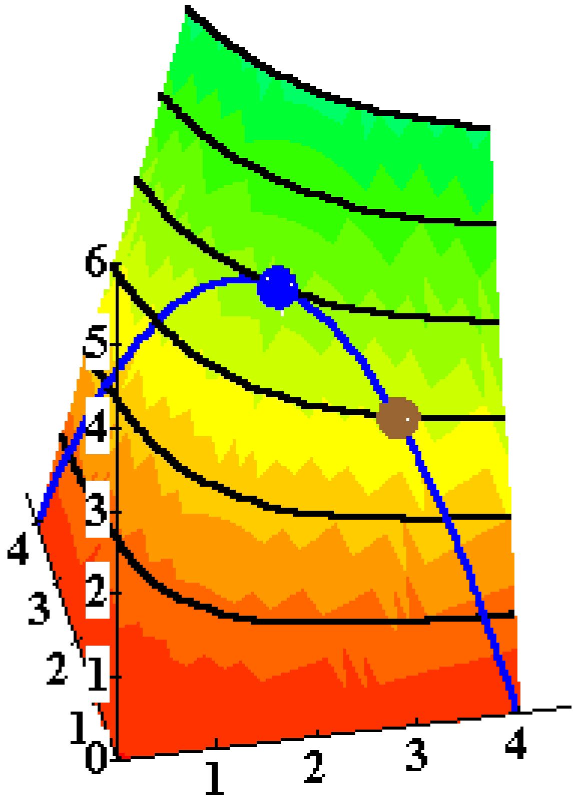
Escolha Racional Condicionada



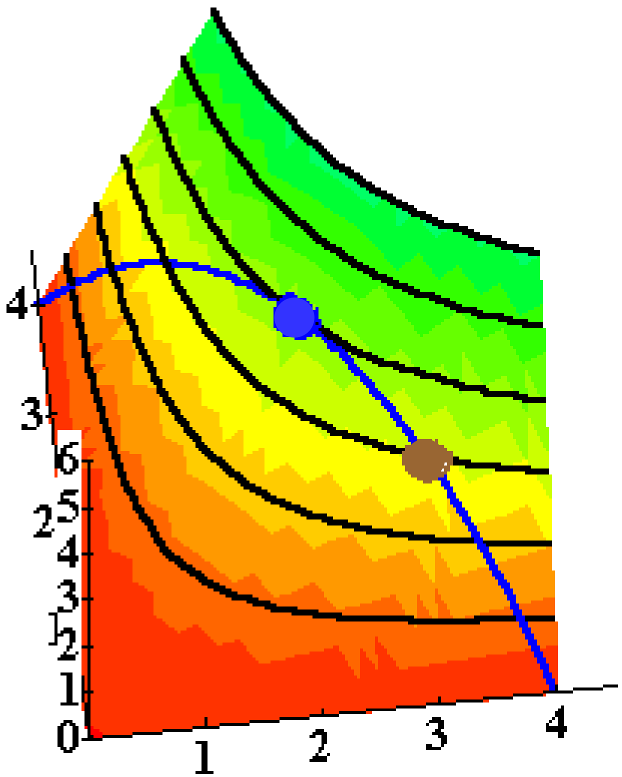
Escolha Racional Condicionada



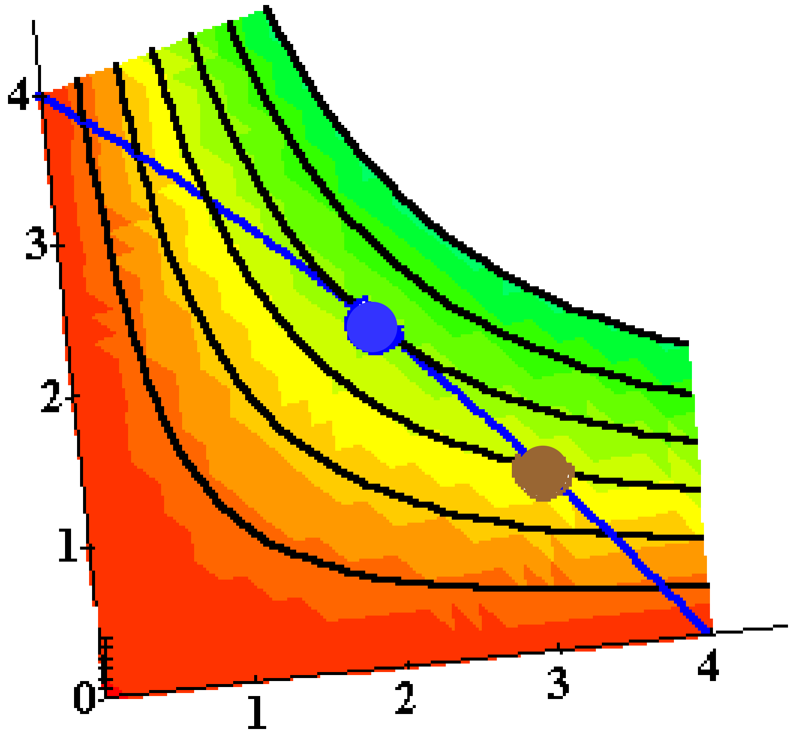
Escolha Racional Condicionada



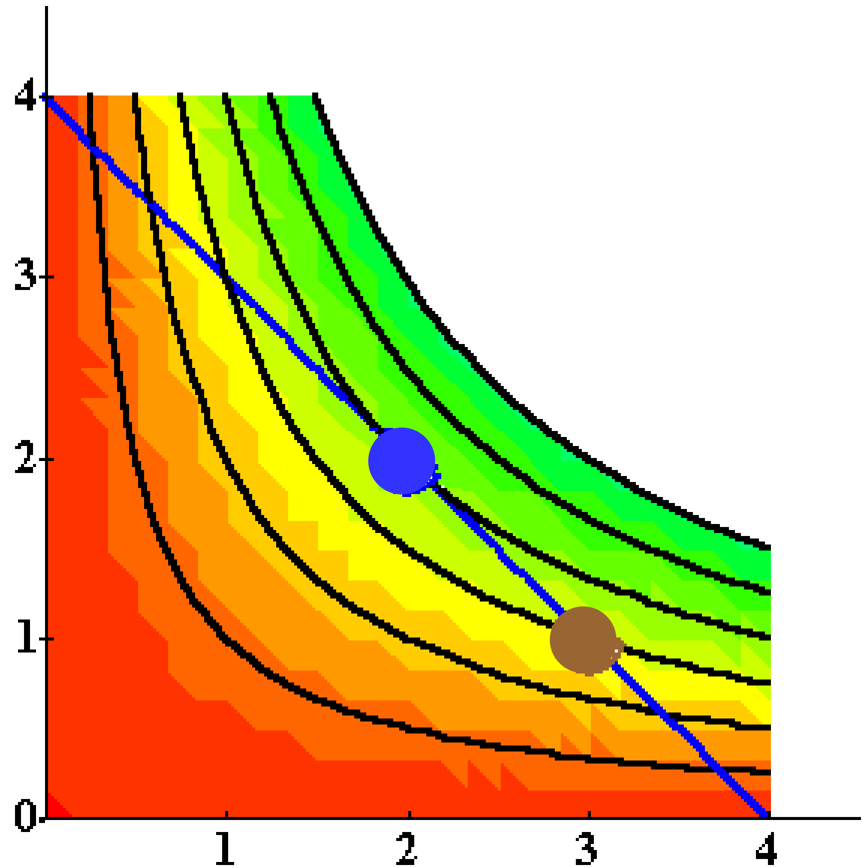
Escolha Racional Condicionada



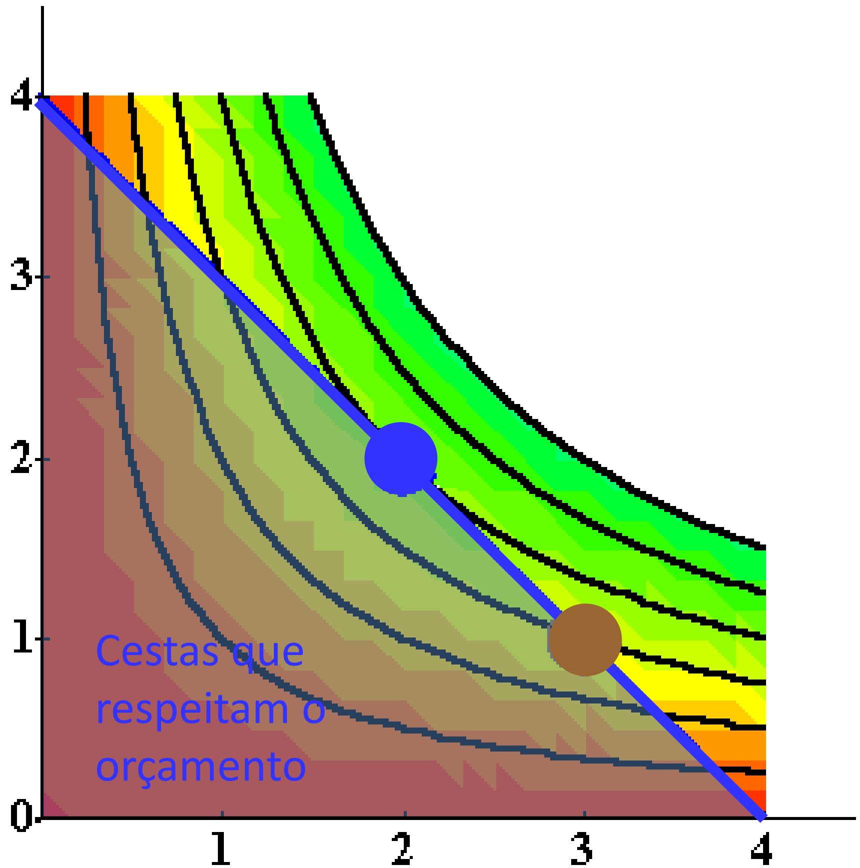
Escolha Racional Condicionada



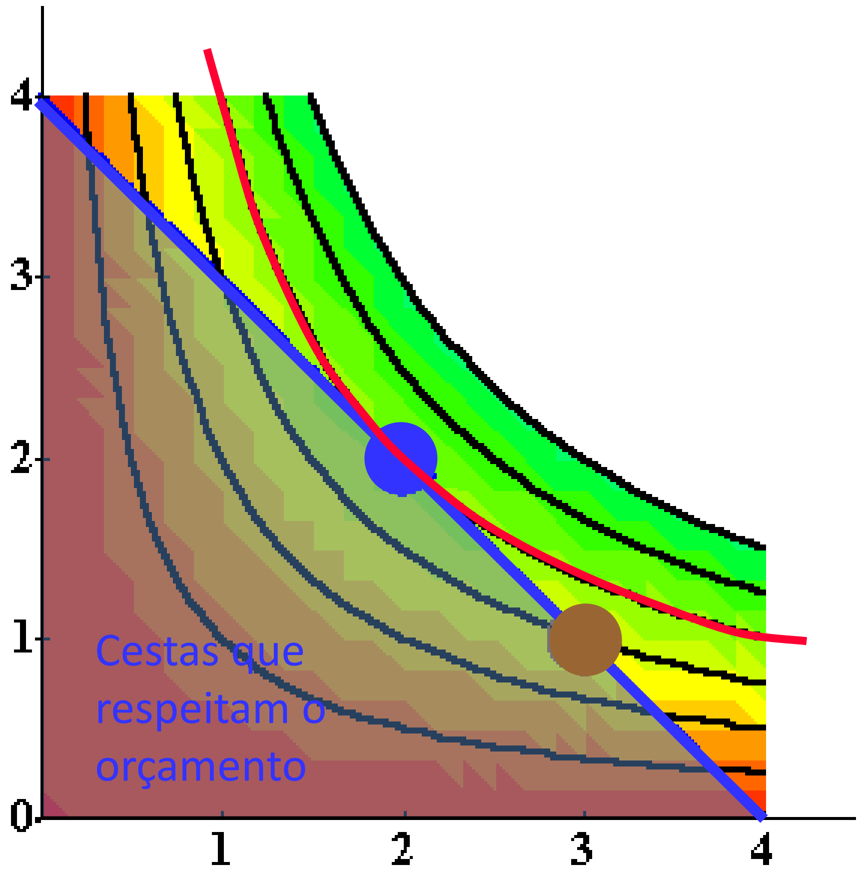
Escolha Racional Condicionada



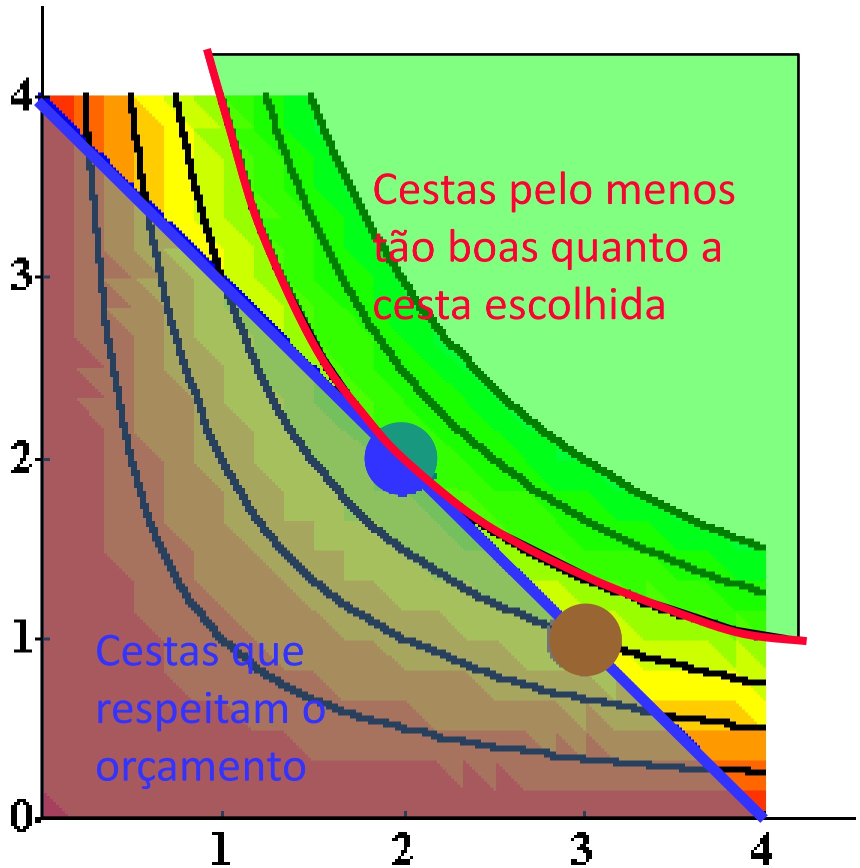
Escolha Racional Condicionada



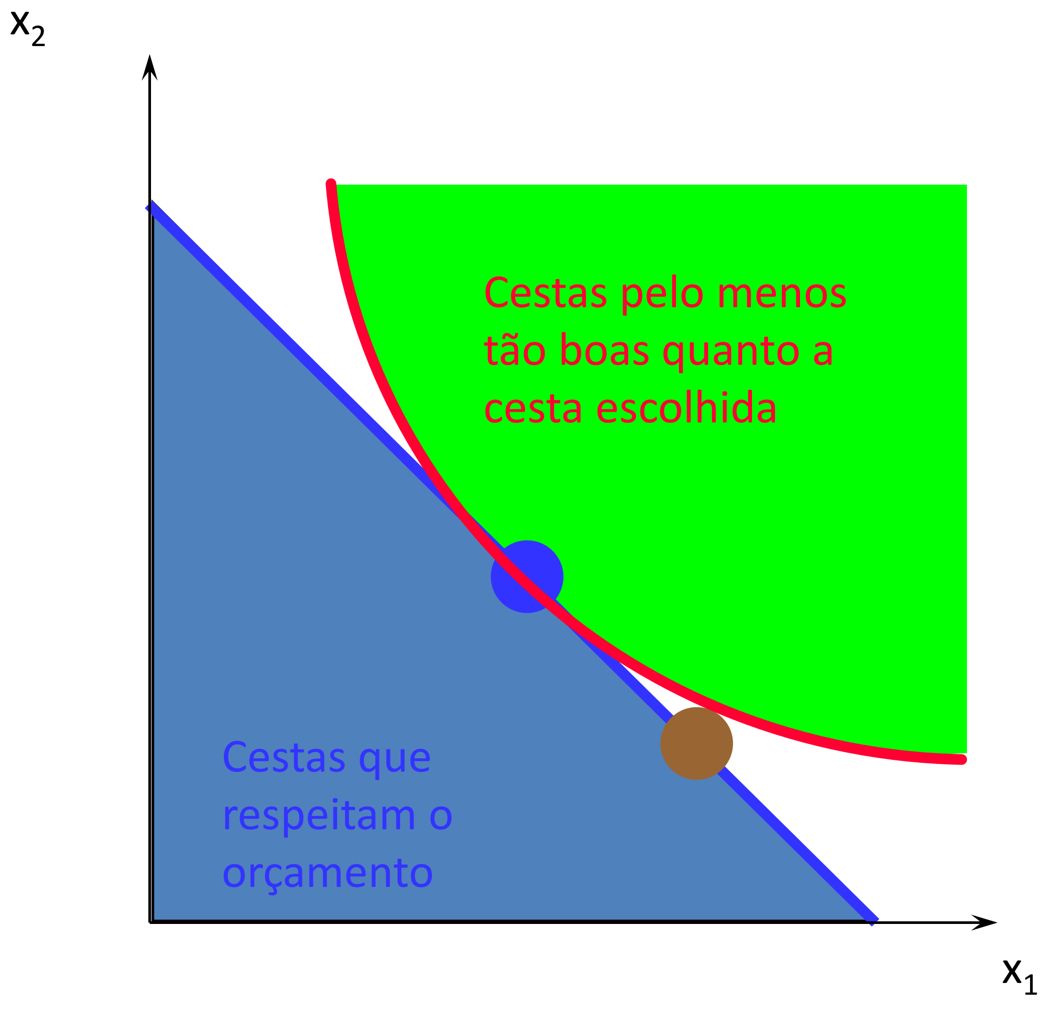
Escolha Racional Condicionada



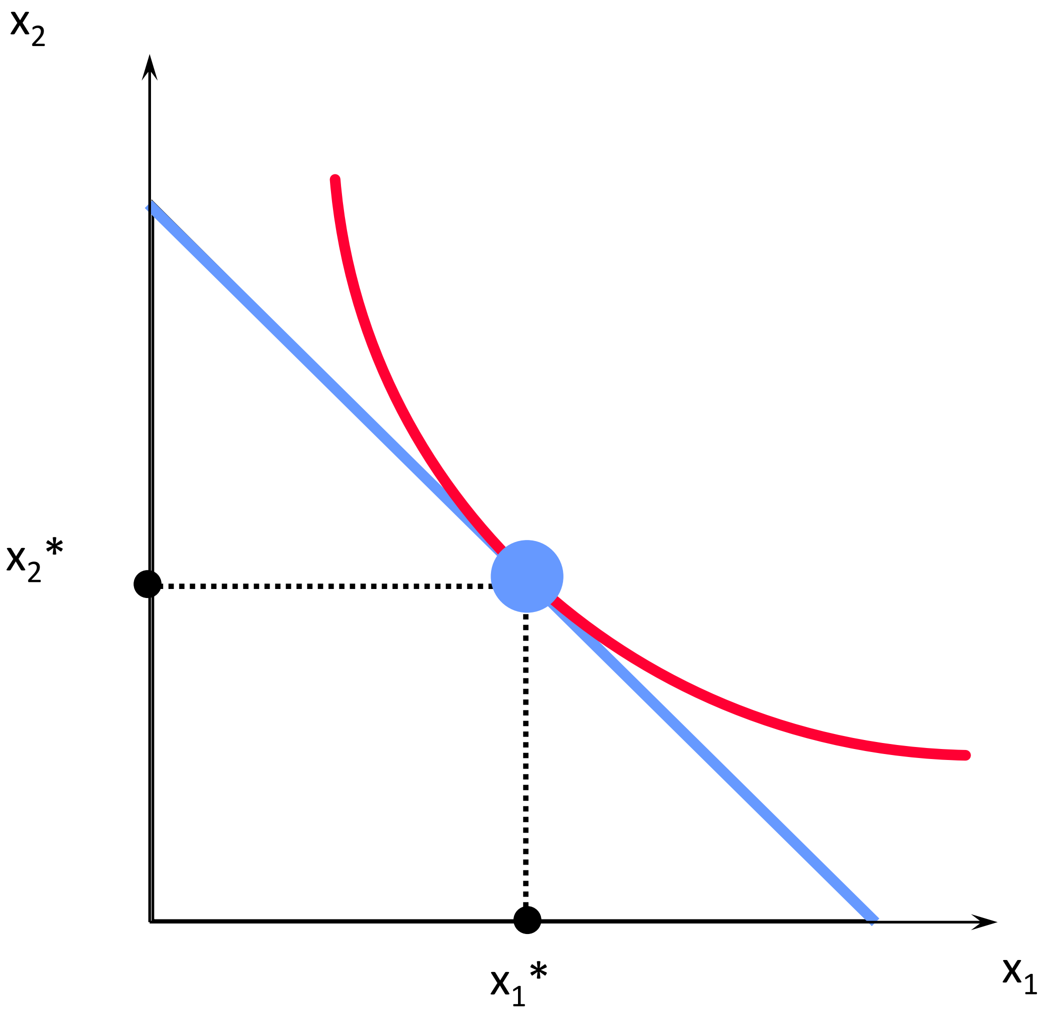
Rational Constrained Choice



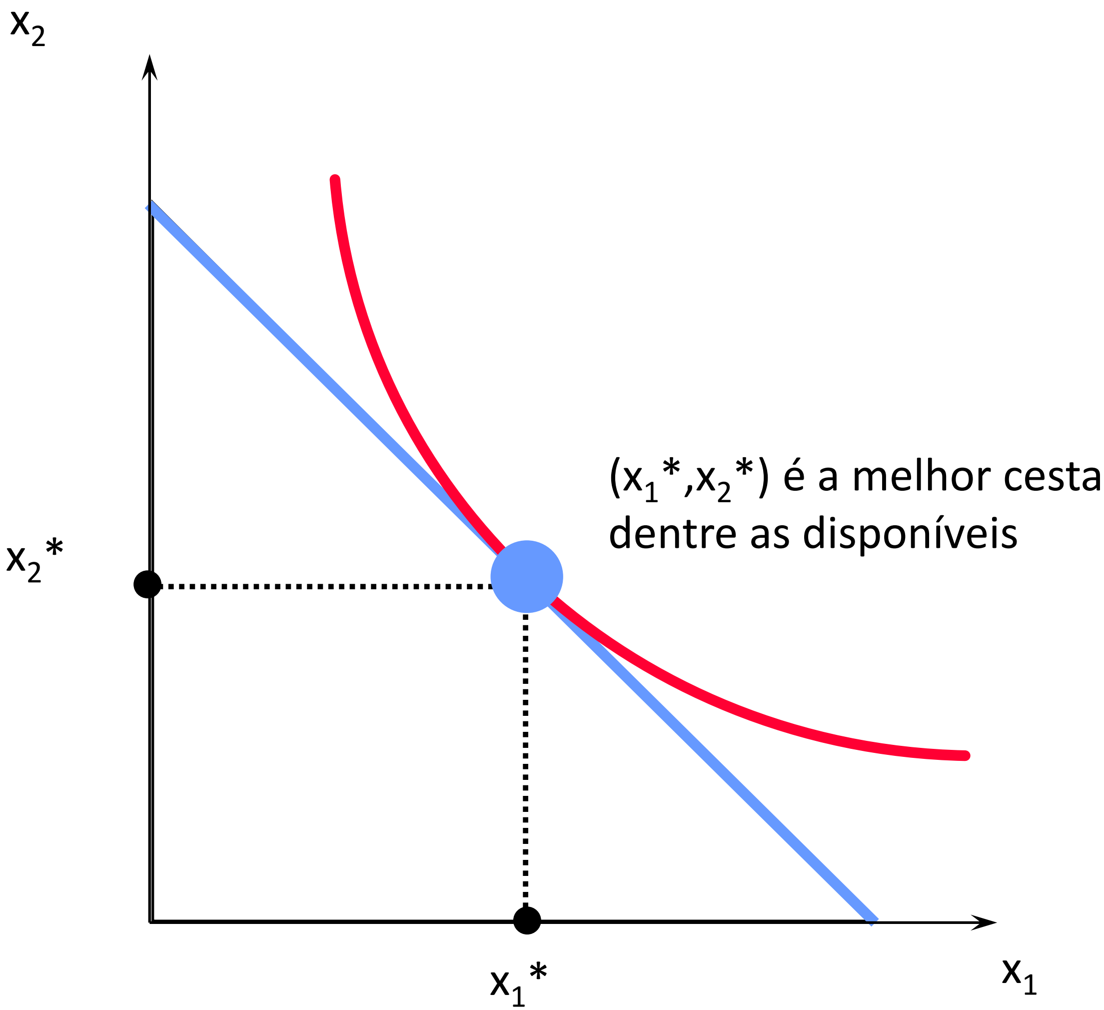
Escolha Racional Condicionada



Escolha Racional Condicionada



Escolha Racional Condicionada



Escolha Racional Condicionada

- A cesta acessível mais preferida é chamada de DEMANDA ORDINÁRIA do consumidor a preços e orçamentos dados.
- Demandas ordinárias serão denotadas por $x1^*(p_1,p_2,r)$ e $x2^*(p_1,p_2,r)$.

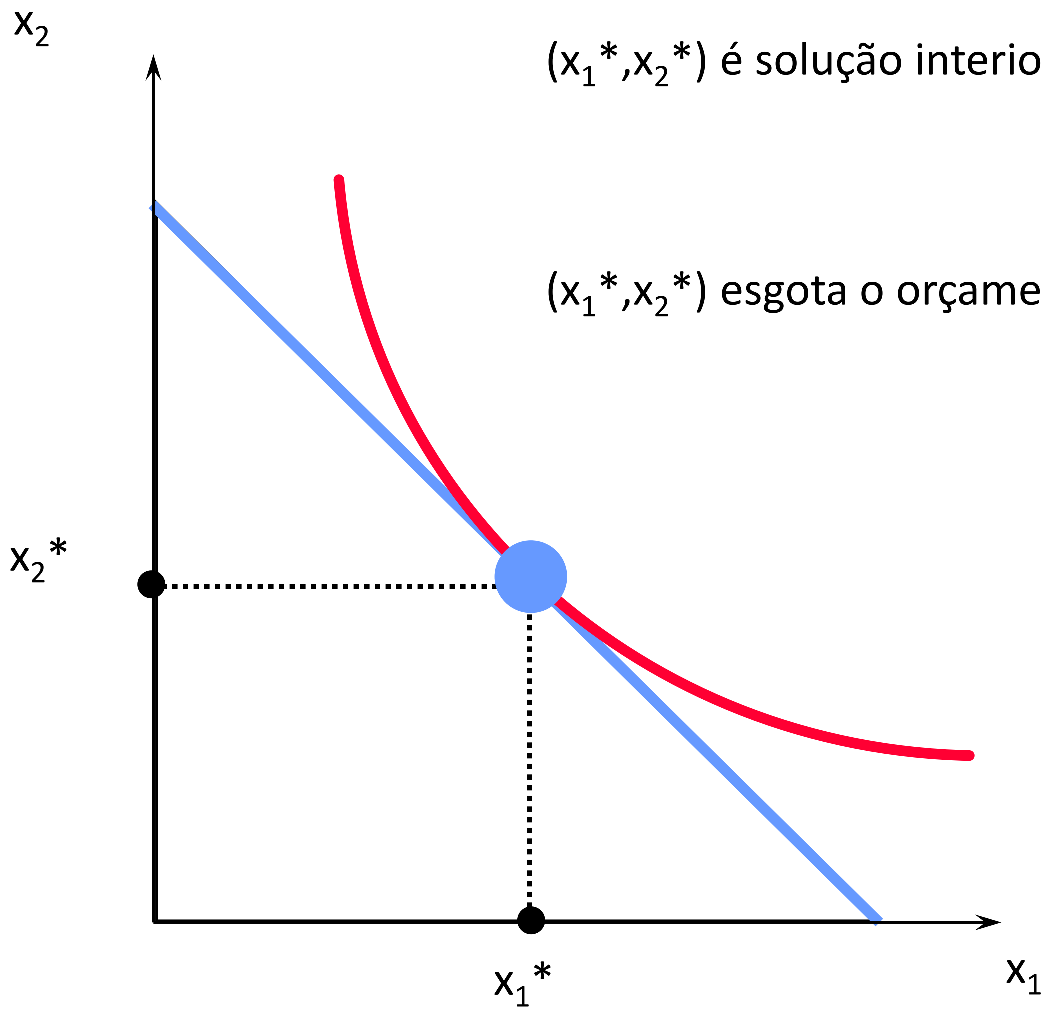
Escolha Racional Condicionada

- Quando $x_1^* > 0$ e $x_2^* > 0$ a demanda é INTERIOR.
- Se comprar (x_1^*, x_2^*) custar \$r então esgota-se o orçamento

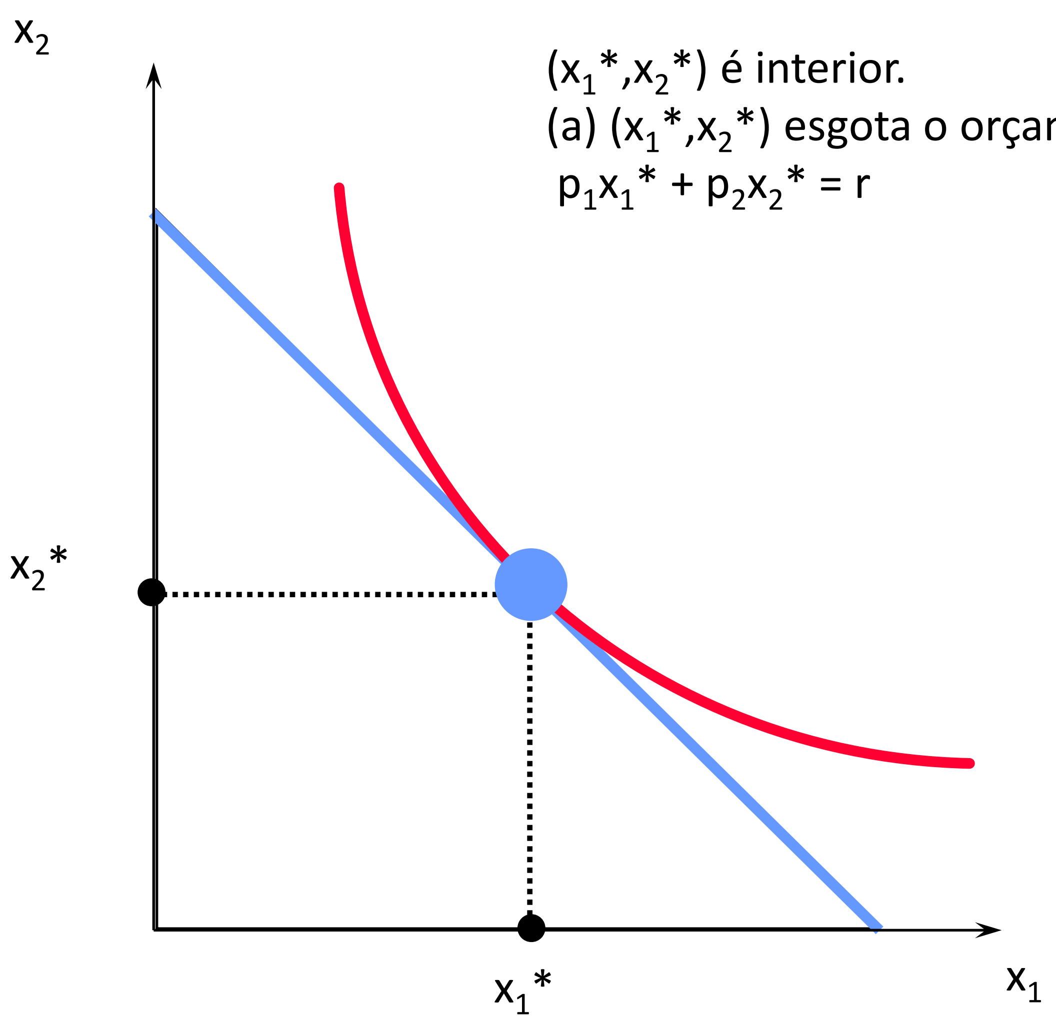
Escolha Racional Condicionada

(x_1^*, x_2^*) é solução interior.

(x_1^*, x_2^*) esgota o orçamento



Escolha Racional Condicionada



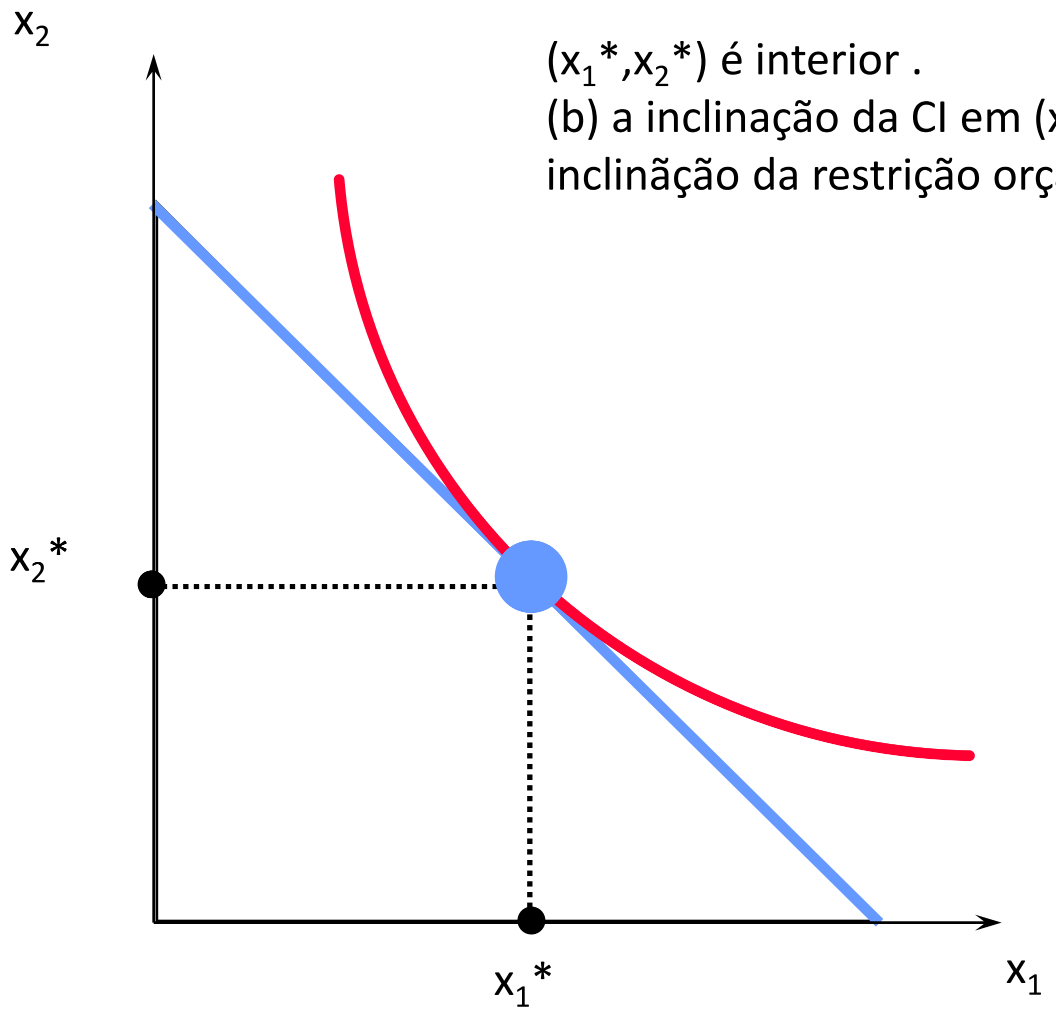
(x_1^*, x_2^*) é interior.

(a) (x_1^*, x_2^*) esgota o orçamento;

$p_1x_1^* + p_2x_2^* = r$

Escolha Racional Condicionada

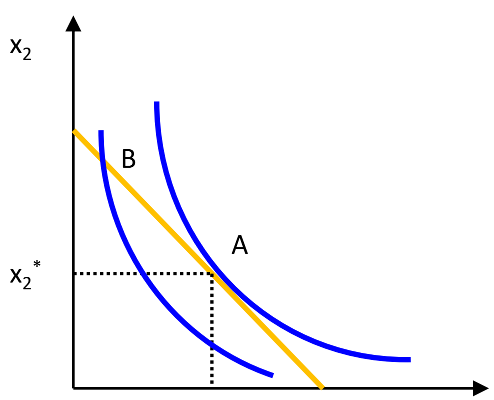
(x_1*,x_2*) é interior .
(b) a inclinação da CI em (x_1*,x_2*) é igual a inclinação da restrição orçamentária.



Solução Gráfica

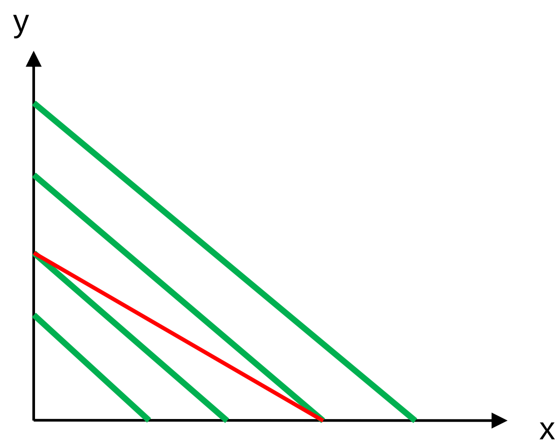
- Solução interior:
  - No ponto de utilidade máxima (A), a tangente da curva de indiferença (a TMS) é igual a inclinação da restrição orçamentária:

$$TMS = \frac{UMg1}{UMg2} = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow \frac{UMg1}{p_1} = \frac{UMg2}{p_2}$$



Substitutos Perfeitos

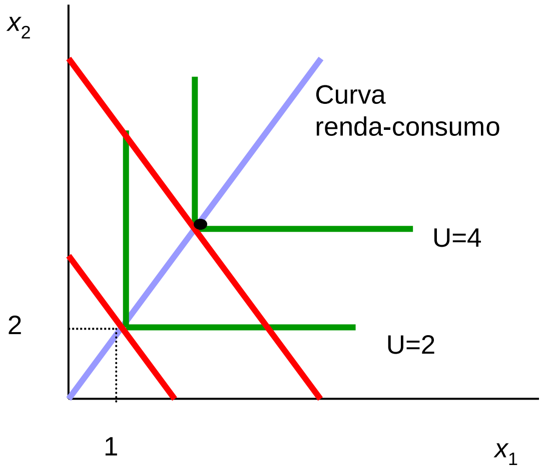
- $U(x,y) = ax+by$
  - Tome o caso $a = b = 1$
    - a TMS será constante e igual a -1
  - Se $Px < Py$, o consumidor se especializará em que produto?



Exercício: complementos perfeitos

Seja um consumidor cuja função de utilidade é U(x1, x2) = min{2x1 , x2}. Se o preço de x1 for \$3 e o preço de x2 for \$1, a curva de renda-consumo será uma reta que parte da origem com inclinação igual a 2 (represente x1 no eixo das abscissas e x2 no eixo das ordenadas).

Resposta: trata-se de complementos perfeitos, cuja solução é dada nas quinas. Duas curvas de indiferença estão representadas na figura abaixo, bem como a curva renda-consumo, que liga as soluções e que tem inclinação igual a dois:

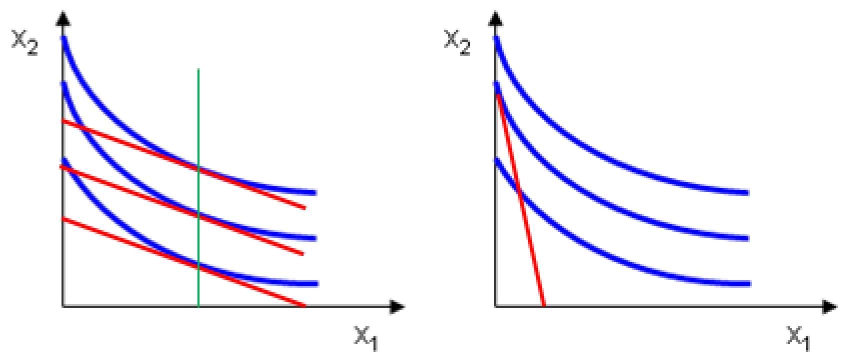


Solução Interior e de Canto

- Preferências quase-lineares:

  $U(x1,x2)= \ln x1 + x2$

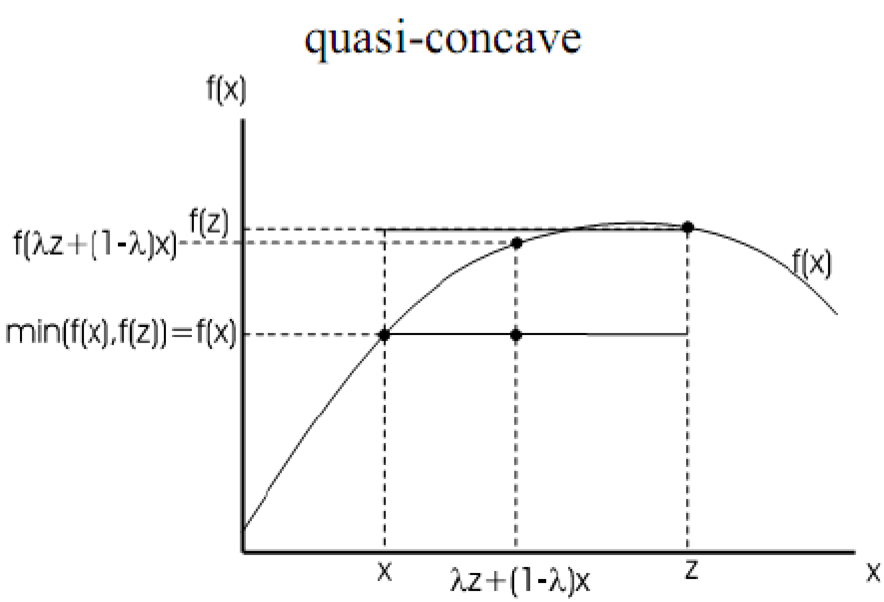
  – Obediência aos axiomas, mas
  – É possível solução de canto: como saber?



Solução Interior

- Preferências “bem comportadas”: obediência aos axiomas usuais.
- O que garante preferências estritamente convexas?
  - Função utilidade estritamente quase-côncava.

<u>Função estritamente quase-côncava:</u> uma função $f: D \rightarrow \Re$ é estritamente quase-côncava se, e somente se, para todo $x^1, x^2 \in D$ e $x^1 \neq x^2$ tem-se $f(tx^1 + (1-t)x^2) > \min[f(x^1), f(x^2)]$ para todo



Demanda e Utilidade Indireta

- Algebricamente, a solução do problema de maximização da utilidade com preços e rendas genéricas gera as **funções demanda marshalliana** pelos bens:
  - $x_1 = f(p_1,p_2, r)$ e $x_2 = f(p_1,p_2, r)$

- Utilidade Indireta:
  - se inserirmos as funções demanda na utilidade u( ), obteremos a ***função de utilidade indireta***, em função dos parâmetros exógenos apenas

$$v(p_1, p_2, r)$$

Solução Algébrica

Função Utilidade Cobb-Douglas: $u(x_1,x_2) = kx_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$.

Transformação monotônica:

$\max_{x_1,\, x_2}\ \alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \ln x_2$ s.t. $p_1x_1 + p_2x_2 \leq y$

Max $£ = \alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \ln x_2 + \lambda(y - p_1x_1 + p_2x_2)$

CPO: $\frac{\alpha}{x_1} = \lambda p_1; \frac{1-\alpha}{x_2} = \lambda p_{2;} p_1x_1 + p_2x_2 = y$

Resolvendo esse sistema, temos as funções de demanda marshalianas:

$$x_1(p,y) = \frac{\alpha y}{p_1} \quad \text{e} \quad x_2(p,y) = \frac{(1-\alpha)y}{p_2}.$$

Substituindo as funções demanda marshalianas nas funções utilidade, obtemos duas utilidades indiretas:

$$v(\boldsymbol{p},y) = u(x(\boldsymbol{p},y)) = \alpha ln\left(\frac{\alpha y}{p_1}\right) + (1-\alpha)ln\left[\frac{(1-\alpha)y}{p_2}\right]$$
$$= \alpha ln\alpha + (1-\alpha)ln(1-\alpha) + lny - \alpha lnp_1 - (1-\alpha)lnp_2$$

Desprezando a constante, obtemos uma função utilidade indireta mais simples:

$$v(\boldsymbol{p},y) = lny - \alpha lnp_1 - (1-\alpha)lnp_2$$
$$v(\boldsymbol{p},y) = u(x(\boldsymbol{p},y)) = k\left(\frac{\alpha y}{p_1}\right)^{\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)y}{p_2}\right]^{1-\alpha} = \frac{k\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}y}{p_1^{\alpha}p_2^{1-\alpha}}$$

Exercício: demanda Cobb-Douglas

Um consumidor tem a função utilidade $U(x, y) = x^{\alpha} y^{1-\alpha}$, com $0 < \alpha < 1$, em que x é a quantidade do primeiro bem e y a do segundo. Os preços dos bens são, respectivamente, p e q, e m é a renda do consumidor. Julgue as afirmações:

(0) A demanda do consumidor pelo primeiro bem será $x = {}^{m}/_{p}$

(1) A demanda do consumidor pelo segundo bem será $y = {}^{(1-\alpha)m}/_{\alpha q}$

(2) Se m = 1.000, α = ¼ e q = 1, então o consumidor irá adquirir 250 unidades do segundo bem.

solução:

$$TMS = \frac{UMgx}{UMgy} = \frac{\alpha X^{\alpha-1} Y^{1-\alpha}}{(1-\alpha) X^{\alpha} Y^{-\alpha}} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{Y}{X} = \frac{p}{q}$$

Resolvendo para Y e X e substituindo em seguida na restrição orçamentária: pX + qY = m, obtemos as funções demanda dos dois bens:

$X = \alpha\, m/p$ *e* $Y = (1-\alpha)\, m/q$

F (2) Substituindo os valores fornecidos na função de demanda, obtemos:

$Y = ¾\ 1000/1 = 750$

Solução Algébrica

Função Utilidade de Elasticidade de Substituição Constante (CES):

$$u(x_1 x_2) = \left(x_1^{\rho} + x_2^{\rho}\right)^{1/\rho}$$

$$\max_{x_1 x_2} \left(x_1^{\rho} + x_2^{\rho}\right)^{1/\rho} \text{ s.t. } p_1 x_1 + p_2 x_2 = y$$

$$£(x_1, x_2, \lambda) = \left(x_1^{\rho} + x_2^{\rho}\right)^{1/\rho} + \lambda(y - p_1 x_1 - p_2 x_2),$$

C.P.O.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \left(x_1^{\rho} + x_2^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} x_1^{\rho-1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \left(x_1^{\rho} + x_2^{\rho}\right)^{(1/\rho)-1} x_2^{\rho-1} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = y - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0$$

A solução desse sistema resulta nas demandas marshalianas:

$$x_1 = \frac{p_1^{1/(\rho-1)} y}{p_1^{\rho/(\rho-1)} + p_2^{\rho/(\rho-1)}} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{p_2^{1/(\rho-1)} y}{p_1^{\rho/(\rho-1)} + p_2^{\rho/(\rho-1)}}$$

Vamos definir um novo parâmetro $r = \rho/(\rho-1)$, de modo a expressar a demanda de forma mais enxuta:

$$x_1(\boldsymbol{p}, y) = \frac{p_1^{r-1} y}{p_1^{r} + p_2^{r}} \quad \text{e} \quad x_2(\boldsymbol{p}, y) = \frac{p_2^{r-1} y}{p_1^{r} + p_2^{r}}$$

Exercício: utilidade indireta

(2010-2)

Considere a seguinte função utilidade $u(x,y) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, em que x denota a quantidade do bem 1 e y a quantidade do bem 2. Denote por p_x o preço do bem 1, por p_y o preço do bem 2 e por r a renda do consumidor. Responda V ou F às seguintes alternativas:

(0) A demanda pelo bem 2 é $y(p_x, p_y, r) = \frac{r}{p_y + \sqrt{p_x p_y}}$

(1) A utilidade indireta é dada por $V(p_x, p_y, r) = -\frac{p_x + p_y + 2\sqrt{p_x p_y}}{2r}$

Solução:

V (0) No ponto de utilidade máxima, a TMS é igual aos preços relativos:

$$TMS = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{y^2}} = \frac{y^2}{x^2} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow x = \sqrt{\frac{p_y}{p_x}}\,y$$

Substituindo na restrição orçamentária, temos:

$$p_x x + p_y y = r \rightarrow p_x\sqrt{\frac{p_y}{p_x}} + p_y y = r \rightarrow y = \frac{r}{p_y + \sqrt{p_x p_y}}$$

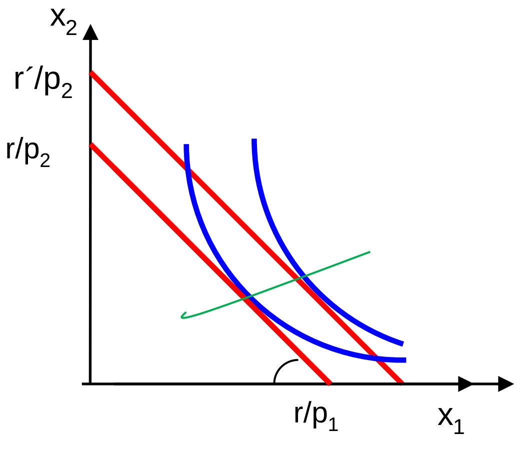
F (1) A função utilidade indireta é obtida pela substituição da demanda marshaliana de y encontrada acima, bem como pela substituição da expressão simétrica encontrada para x, na função utilidade, de modo que temos uma função utilidade expressa em termos dos preços e da renda:

$$V(p_x, p_y, r) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{p_x + \sqrt{p_x p_y}}{r} - \frac{p_y + \sqrt{p_x p_y}}{r} = \frac{-p_x - p_y - 2\sqrt{p_x p_y}}{r}$$

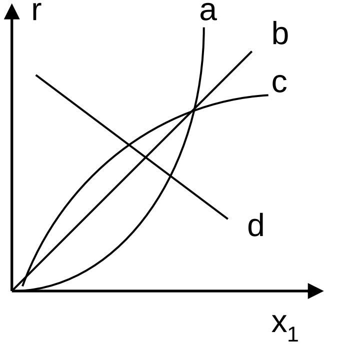
Próxima aula: estática comparativa

- Variação na Renda
- Bens
  - normais
  - Inferiores

Curva renda-consumo



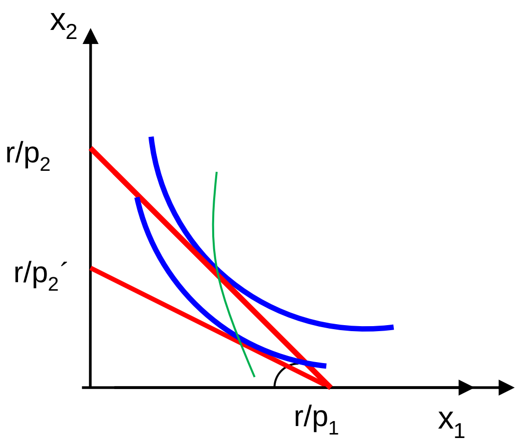
Curvas de Engel



Próxima aula: estática comparativa

- Variação nos preços dos bens

Curva preço-consumo



Curva de Demanda