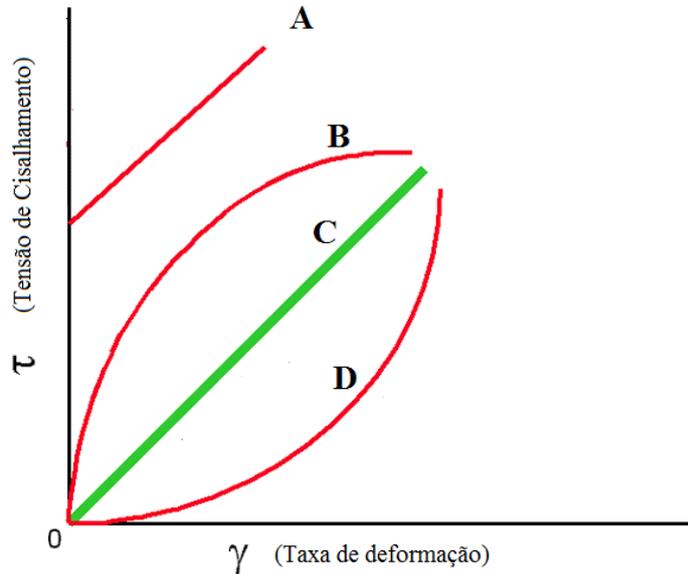


### Exercícios resolvidos de Física Industrial

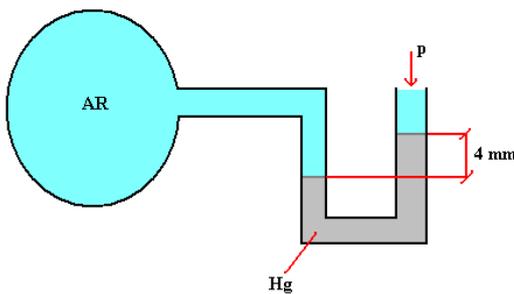
1) Você necessita desenvolver uma formulação dermocosmética para uso tópico. Você preparou quatro diferentes formulações (A, B, C e D), igualmente adequadas quanto à biodisponibilidade, compatibilidade e demais propriedades farmacotécnicas, com exceção das características reológicas. Com base nos reogramas da figura abaixo, como você classifica o comportamento reológico de cada formulação? Que formulação você considera ser a mais adequada. Justifique a decisão com base no comportamento reológico?



- A = Comportamento plástico ou de Bingham
- B) Pseudoplástico
- C) Newtoniano
- D) Dilatante

A formulação mais adequada é a B, que tende a fluir com o aumento do cisalhamento (pseudoplástico).

2 – Qual a pressão **manométrica** dentro de uma tubulação onde circula ar se o desnível do nível do mercúrio observado no manômetro de coluna é de 4 mm?



Solução:

Considere: densidade do Mercúrio =  $\rho_{hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$  e aceleração gravitacional  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Inicialmente, calculamos a pressão manométrica da tubulação através da seguinte equação:

$$p_{man} = \rho_{hg} \cdot g \cdot h = 13600 \times 9,81 \times 0,004 = 533,6 \text{ Pa}$$

A pressão absoluta é a soma dessa pressão com a pressão atmosférica (101325 Pascals).

3 – Qual a vazão de água (em litros por segundo) circulando através de um tubo de 32 mm de diâmetro, considerando a velocidade da água como sendo 4 m/s? Lembre-se que  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litros}$

Solução:

Primeiramente, calculamos a área da seção transversal do tubo:

$$A = \frac{\pi (D)^2}{4} = \frac{3,14 \times (0,032 \times 0,032)}{4} = \boxed{0,000803 \text{ m}^2}$$

Agora, podemos determinar a vazão no tubo:

$$\text{Vazão} = V \cdot A = 4 \times 0,000803 = 0,0032 \text{ m}^3/\text{s} \times 1000 = 3,2 \text{ l/s}$$

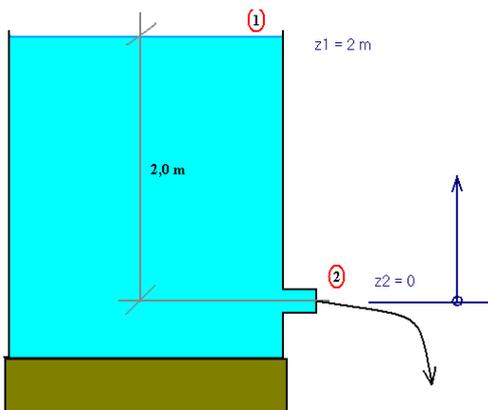
4 – Qual a velocidade da água que escoar em um duto de 25 mm se a vazão é de 2 litros/s?

Solução: Vazão = V . A

Logo: V = Vazão / A

$$\text{Logo, } V = 0,002/0,00049 = V = 4,08 \text{ m/s}$$

5 – Qual a velocidade da água através de um furo na lateral de um tanque, se o desnível entre o furo e a superfície livre é de 2 m?



Solução:

Utilizando a equação de Bernoulli simplificada e considerando  $z_1 = 2 \text{ m}$  e  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , podemos calcular a velocidade da água pela equação a seguir:

$$\rightarrow V_2 = \sqrt{2gz_1} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2} = \boxed{6,26 \text{ m/s}}$$

### 6) Escoamento em tubos

A equação de Bernoulli (Balanço de energia mecânica) é uma das equações mais importantes no estudo de mecânica dos fluidos. Para escoamento isotérmico de fluidos incompressíveis reais, se deve adicionar alguns termos a essa equação, que adquire a seguinte forma:

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \eta_B \cdot H_B = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{1}{\eta_T} \cdot H_T + H_a$$

Sendo que os termos representam as contribuições (cargas) da pressão ( $\frac{P_1}{\rho \cdot g}$  e  $\frac{P_2}{\rho \cdot g}$ ), energia potencial ( $h_1$  e  $h_2$ ), de

velocidade ou cinética ( $\frac{v_1^2}{2 \cdot g}$  e  $\frac{v_2^2}{2 \cdot g}$ ), trabalho de bomba ( $H_B$ ), energia fornecida à turbina ( $H_T$ ), e perdas devido ao

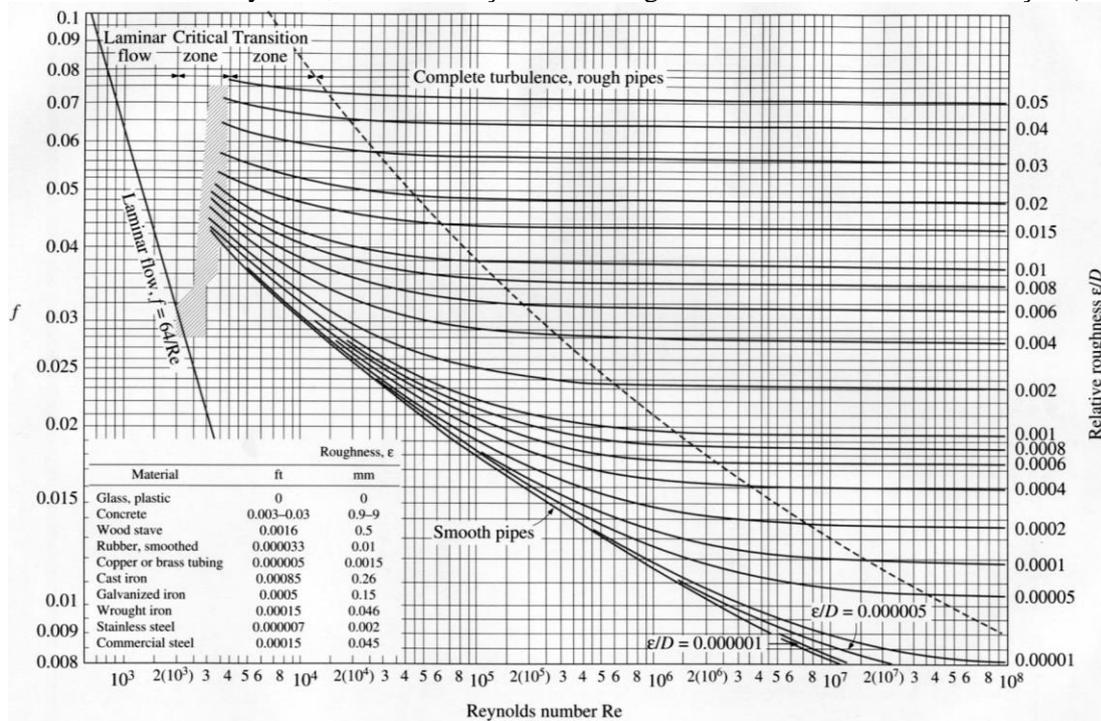
atrito ou acidentes no sistema em escoamento ( $H_a$ ).  $\eta_B$  e  $\eta_T$  são as eficiências da bomba e da turbina. Na forma apresentada, todos os termos possuem dimensão de comprimento, e assim podem ser denominados simplesmente por alturas (de pressão ou piezométrica, de velocidade, hidráulica, altura manométrica da bomba, trabalho gerado na turbina, e para vencer as forças de atrito).

A perda de carga devido ao atrito por acidentes na tubulação,  $H_a$ , pode ser estimada por vários métodos, sendo a equação de Darcy-Weisbach relativamente simples e amplamente utilizada:

$$H_a = f \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{L}{D}$$

Sendo  $f$  = fator de atrito de Darcy (adimensional);  $L$  é o comprimento total da tubulação,  $D$  é o diâmetro, e  $v$  a velocidade de escoamento. Como em toda tubulação existem vários acidentes (curvas, conexões, reduções, válvulas, etc.), um procedimento bastante empregado é a soma de um comprimento (equivalente), para cada tipo de acidente, de forma a se estimar sua contribuição no valor total de  $H_a$ ; existindo também outras metodologias.

O fator de atrito de Fanning pode ser estimado através de correlações da literatura, ou através de gráficos que o relacionam com o número de Reynolds, e com a relação entre a rugosidade e o diâmetro da tubulação ( $\epsilon/D$ ).



**FIGURE A-27**  
The Moody chart for the friction factor for fully developed flow in circular tubes.

**Figura 1.** Diagrama de Moody para o fator de fricção de Darcy para escoamento em tubos ( $Re = \rho \cdot v \cdot D / \mu$ ).

A potência da Bomba e a potência gerada na turbina pode ser determinada através das alturas correspondentes  $H_B$  e  $H_T$ , multiplicando-se pela vazão e peso do fluido ( $\rho \cdot x \cdot g$ ):  $P_B = Q \cdot H_B \cdot \rho \cdot g$  ----  $P_T = Q \cdot H_T \cdot \rho \cdot g$ .

Se as unidades empregadas forem  $m$ ,  $s$  e  $kg$ , a unidade da potência é Watts.

**Problema:**

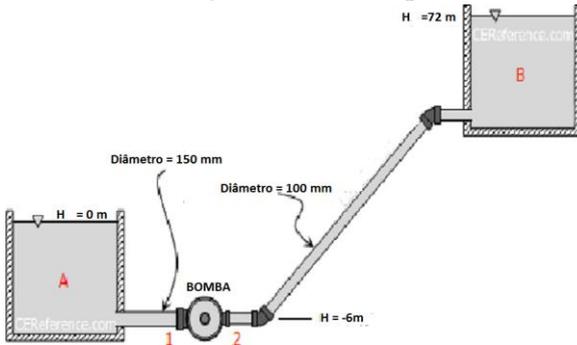
Uma bomba está sendo utilizada para bombear água a partir do reservatório A para o reservatório B, como mostrado na Figura ao lado. A perda de carga devido ao atrito e acidentes no trecho A até 1 é igual a 3 vezes a carga (altura) de velocidade no tubo de 150 mm; enquanto que a perda de carga por atrito no trecho 2 até B é de 20 vezes a carga de velocidade na tubulação de 100 mm. A vazão de fluido bombeado ( $Q$ ) é de 12 L/s. Assumir que os reservatórios são fechados, e possuem grande diâmetro, de forma que o nível se mantém constante, e que a velocidade e Pressão é zero no topo dos reservatórios A e B.

Determine:

a) As alturas (cargas) devido ao atrito nos trechos A até 1, e de 2 até B;

- b) A potência total a ser fornecida pela bomba,  $P_B$ , assumindo que a eficiência é de 100% ( $\eta_B = 1,0$ ).
- c) As alturas piezométricas (de pressão) no ponto 1 e no ponto 2.
- d) O fator de atrito, para os trechos A-1, e para 2-B, usando o diagrama de Moody, sabendo que o tubo utilizado é de ferro fundido (cast iron).

Viscosidade da água = 0,1 Pa (1 cp).



**Respostas:**

a) Perda de carga Trecho A-1:

$$H_a = 3 \text{ vezes a carga de velocidade (cinética)} = 3 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

$$v_1 = Q/A_{escoamento} = (12 \text{ L} \cdot \text{m}^3 / 1000\text{L}) / (\pi \cdot r^2) = 12 \cdot 10^{-3} / (3.1416 \times 0.075^2) = 0,679 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} = 0,679^2 / (2 \times 9,81) = 0,0235 \text{ m}$$

$$\therefore H_a = 3 \times 0,235 = 0,705 \text{ m}$$

- Trecho 2-B

$$H_a = 20 \times \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \gg \gg \gg v = 12 \times 10^{-3} / (3,1416 \times 0,05^2) = 1,528 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_2^2}{2 \cdot g} = 1,528^2 / (2 \times 9,81) = 0,119 \text{ m}$$

$$\therefore H_a = 20 \times 0,119 = 2,38 \text{ m}$$

**b) Potência Total da Bomba:**

- Aplicando Eq. De Bernoulli, entre o topo do tanque A e do Tanque B:

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \eta_B \cdot H_B = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{1}{\eta_T} \cdot H_T + H_a$$

$v_1 = v_2 = 0$  (nível constante);  $P_1 = P_2$  (Patm);  $H_T = 0$  (não tem turbina);  $h_1 = 0$ ;  $h_2 = 72 \text{ m}$ ;  $\eta_B = 1,0$

$$\therefore H_B = h_2 + H_a = 72 + 0,705 + 2,38 = 74,45 \text{ m}$$

$$P_B = Q \cdot H_B \cdot \rho \cdot g = 12 \cdot 10^{-3} \times 74,45 \times 9,81 \times 1000 \text{ kg/m}^3 = 8764,31 \text{ W}$$

**c) Cargas piezométricas (pressão) no ponto 1 e no ponto 2.**

Para resolver, é só aplicar Bernoulli, primeiro no trecho 1, do reservatório até a Bomba e depois do trecho 1 até 2:

- Trecho A-1

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g_B} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + H_a$$

$$0 + 0 + 0 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} - 6 + 0,705 + 0,119 + 0,0235$$

$$\therefore \frac{P_2}{\rho \cdot g} = 5,906 \text{ m}$$

Trecho 1-2:

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \eta_B \cdot H_B = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + H_a$$

$$5,906 + 74,45 + 0,0235 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + 0,119$$

$$\therefore \frac{P_2}{\rho \cdot g} = 80,261m$$

**d) Fator de Atrito trecho A-1 e 2-B, empregando o diagrama de Moody.**

Tubo de ferro fundido:  $\varepsilon = 0,26 \text{ mm} = 0,26 \text{ mm}$ .

$\varepsilon/D = 0,26/150 = 0,001733$  (trecho A-1) ; e:  $\varepsilon/D = 0,26/100 = 0,0026$  (trecho 2-B).

Calculo número Reynolds:

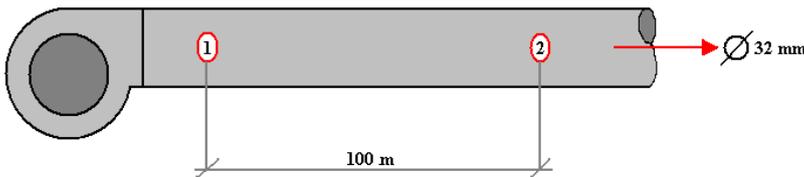
**Trecho A-1:**  $Re = \rho \cdot v \cdot D / \mu = 1000 \cdot 0,679 \cdot 0,15 / 0,1 = 1018,5$  (Escoamento laminar – usar gráfico correspondente)

$$: f = 64/Re = 0,0628$$

**Trecho 2-B:**  $Re = \rho \cdot v \cdot D / \mu = 1000 \cdot 1,528 \cdot 0,10 / 0,1 = 1527,9$  (Escoamento laminar – usar gráfico correspondente)

$$: f = 64/Re = 0,0419$$

**7 – Qual a perda de carga em 100 m de tubo liso de PVC de 32 mm de diâmetro por onde esco a água a uma velocidade de 2 m/s?**



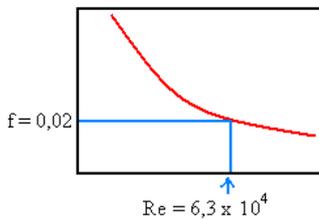
**Solução:**

Inicialmente devemos calcular o Número de Reynolds:

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{2 \text{ m/s} \times 0,032 \text{ m}}{1,006 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = \boxed{6,3 \times 10^4}$$

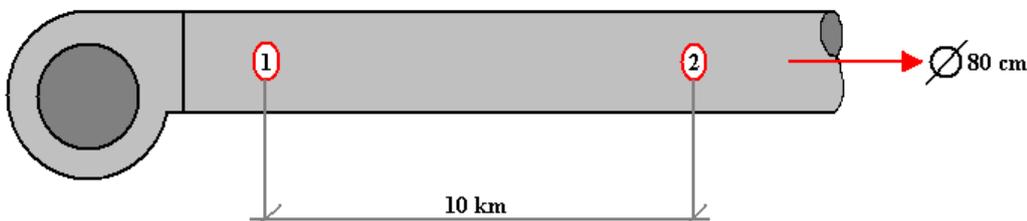
Com o número de Reynolds e o Diagrama de Moody, obtemos para o tubo liso que o fator de atrito  $f = 0,02$ .

Pelo Diagrama de Moody:



$$\rightarrow \text{Daí: } \Delta p = \frac{f \cdot \rho \cdot L \cdot V^2}{2D} = \frac{0,02 \times 1000 \times 100 \times 2^2}{2 \times 0,032} = \boxed{125000 \text{ Pa}}$$

**8 - Qual a perda de carga no tubo?**



Considere: tubo liso PVC

$$u_{\text{água}} = 1,006 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$V_{\text{água}} = 5 \text{ m/s}$$

$$\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Cálculo do número de Reynolds:

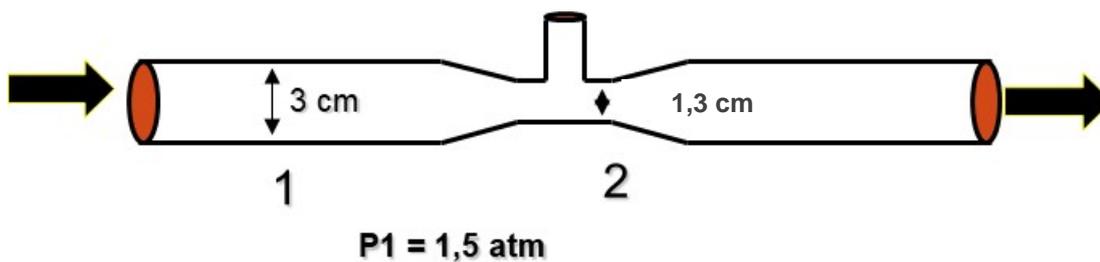
$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{5 \text{ m/s} \times 0,8 \text{ m}}{1,006 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = \boxed{4 \times 10^6}$$

Cálculo da perda de carga:

Com o número de Reynolds, podemos agora obter o fator de atrito através do diagrama de Moody. Obtém-se o fator de atrito  $f = 0,095$ .

$$\Delta p = \frac{f \cdot \rho \cdot L \cdot V^2}{2D} = \frac{0,095 \times 1000 \times 10000 \times 5^2}{2 \times 0,8} = \boxed{1484,375 \text{ kPa}}$$

9) Em uma trompa de vácuo de laboratório com as dimensões da figura, escoar água com uma vazão de  $2000 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Qual será a pressão na garganta? Desconsidere as perdas por atrito. A pressão no ponto 1 é  $1,5 \text{ atm}$ .



Solução:

**Balço de massa (Equação continuidade)**

$$m_1 = m_2$$

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$$

$$v_1 \cdot \pi(D_1^2)/4 = v_2 \cdot \pi(D_2^2)/4$$

$$v_1 = v_2 \cdot D_2^2/D_1^2$$

$$v_1 = v_2 \cdot (0,013)^2/(0,03)^2$$

$$v_1 = 0,188 \cdot v_2 \quad \dots\dots\dots [1]$$

**Sabendo que:**

$$v_1 = Q/A_1$$

$$v_1 = 0,002/(\pi \cdot (0,03)^2/4)$$

$$v_1 = 2,83 \text{ m/s}$$

Substituindo em [1] tem-se:

$$v_2 = 2,83/0,188$$

$$v_2 = 15,1 \text{ m/s}$$

## Balanco de energia mecânica (Bernoulli)

$$\Delta E_{\text{PRESSÃO}} + \Delta E_{\text{POT}} + \Delta E_{\text{CIN}} + E_f + W = 0$$

$$\Delta E_{\text{PRESSÃO}} + \Delta E_{\text{CIN}} = 0$$

$$(P_2 - P_1)/\rho + (v_2^2 - v_1^2)/2 = 0$$

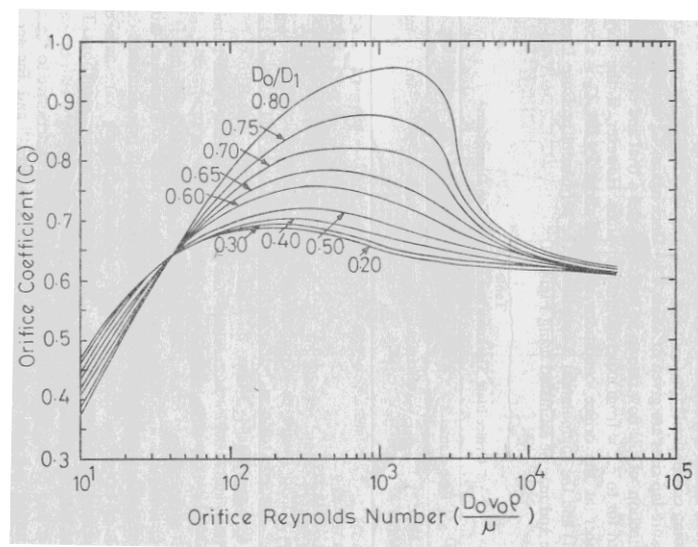
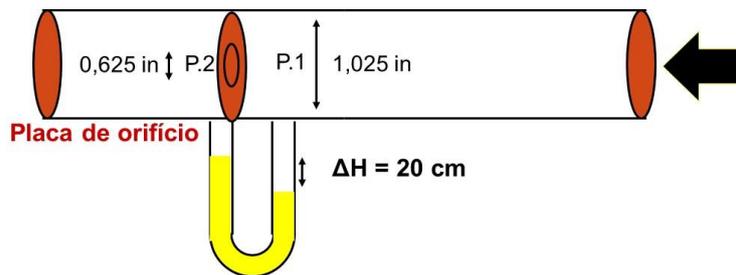
$$P_2 - P_1 = 1000 \cdot (2,83^2 - 15,1^2)/2$$

$$P_2 - P_1 = -1,1 \cdot 10^5 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2$$

$$P_2 = -1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1,52 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

➤  $P_2 = 0,4 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0,4 \text{ atm}$

10) Em uma placa de orifício com as dimensões da figura abaixo, está escoando, em **regime turbulento**, água a temperatura ambiente. O manômetro (Hg: densidade de  $13541 \text{ kg/m}^3$ ) está marcando uma diferença de altura de 20 cm. Qual a **velocidade** do fluido antes e logo depois de passar na placa de orifício? Calcule a velocidade (a) utilizando os balanços de massa e energia mecânica; (b) também com a equação empírica para placa de orifício. Desconsidere as perdas por atrito.

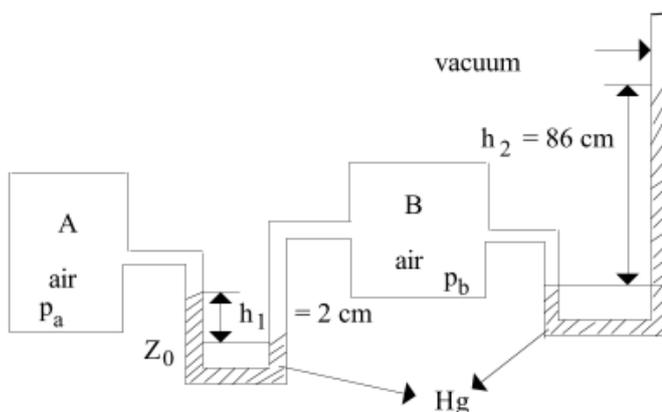


## AULA 5

1) A diferença de pressão entre dois reservatórios de ar A e B foi determinada com o auxílio de um manômetro tipo tubo em U, empregando-se mercúrio como fluido manométrico ( $\rho_m = 13,53 \text{ g/cm}^3$ ). A pressão barométrica local é de 700 mm de Hg. Determine:

- A pressão absoluta no Tanque A, e
- A pressão relativa no tanque A?

OBS: Desconsidere a influência da coluna de ar. (Resp. **A = 840 mm Hg absoluto, e B) 140 mm Hg**)



$$P_B = 860 \text{ mm Hg}$$

$$P_B = P_A + 20 \text{ mm Hg} : P_A = 840 \text{ mm Hg}$$

$$P_{\text{Manom}} = P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}}$$

$$: P_{\text{Manom}} = 840 - 700 = 140 \text{ mm Hg.}$$

2) Um tubo de Pitot está inserido no centro de um duto de ar de 30 cm de diâmetro interno. Um medidor de pressão ligado ao Pitot indica  $20 \text{ N/m}^2$ . Calcular a velocidade do ar nesse ponto sabendo-se que a temperatura é de  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ . A densidade do ar a  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  é de  $1,1 \text{ kg/m}^3$ .

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{1,1}} = 6,03 \text{ m/s}$$

3) *O que descreve a equação de Bernoulli ?*

A equação de Bernoulli é a descrição do princípio de conservação da energia para o caso especial de escoamento de um fluido ideal (~viscosidade nula), escoamento isotérmico, estado estacionário, e densidade constante. Nesse caso não há dissipação de energia devido ao atrito viscoso, fluxo de calor, etc. Nesse caso, as energias que atuam sobre o fluido são a energia potencial, a energia cinética e a energia do escoamento (fluxo), devido à pressão, que permanecem constante durante o escoamento, sendo descrita pela relação:

$$\frac{P_1}{\rho} + g \cdot h_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + g \cdot h_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

Para fluidos incompressíveis reais, termos são adicionados à equação, de forma a incluir a perda de carga por atrito e acidentes da tubulação, trabalho de bomba, e perda de energia em turbina:

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + H_b = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + H_T + H_a$$

Os termos da equação são tb denominados de “cargas” - de pressão, de velocidade, altura, de atrito, bomba, turbina.

4) *Cite vantagens e desvantagens para se medir velocidades de fluidos com um:*

- tubo de Pitot;
- placa de orifício;
- medidor venturi;
- rotâmetro.

TIPO MEDIDOR	VANTAGENS	DESVANTAGENS
--------------	-----------	--------------

a) Tubo de Pitot	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Permite determinar velocidade local (pontual), e o perfil de velocidades em um sistema em escoamento</li> <li>- Baixa perda de pressão no sistema em escoamento</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construção mais complicada,</li> <li>- Necessidade de várias medidas de forma a se determinar a velocidade média (vazão de fluido)</li> </ul>
b) Medidor de orifício	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fácil construção, custo reduzido</li> <li>- Facilidade de instalação e manutenção</li> <li>- Versatilidade, podendo ser facilmente modificada para se adequar a fluidos com diferentes vazões e propriedades físico-químicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Adequada para determinar a vazão em fluidos homogêneos</li> <li>- maior queda de pressão no sistema, em relação ao tubo de Pitot</li> <li>- Faixas reduzidas de medição, necessitando ser modificada de acordo com as condições de processo</li> <li>- Necessita de ser instalada em dutos retos, necessitando de considerável comprimento antes e depois do medidor.</li> </ul>
c) Medidor Venturi	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Baixo risco de entupimento</li> <li>- Elevados valores de CV (coeficiente venturi)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tamanho e necessidade de ser instalada em tubos retos, com considerável comprimento a montante e a jusante do medidor</li> <li>- Custos de construção e de instalação</li> <li>- Manutenção difícil</li> <li>- Impossibilidade de modificação</li> </ul>
d) Rotâmetro	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Baixo custo</li> <li>- Pequena perda de pressão no sistema</li> <li>- Faixas variadas de medição</li> <li>- Permite medir vazões de fluidos corrosivos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O deslocamento do flutuador se altera de acordo com as propriedades dos fluidos</li> <li>- Manutenção difícil</li> <li>- Não pode ser modificado</li> </ul>

5) Em uma unidade de fabricação de shampoo, um óleo vegetal escoar através de um tubo de aço de diâmetro de 5,0 cm, a uma vazão de 50 l/min. Neste tubo existe uma placa com um orifício de 2,0 cm de diâmetro, a qual está acoplada a um manômetro diferencial tipo tubo em U, cujo fluido manométrico é o mercúrio. Na temperatura do escoamento, o óleo possui densidade de 0,9 g/cm<sup>3</sup> e viscosidade de 10 cp. Sabendo-se que o tubo do manômetro está na vertical, determine a leitura (h<sub>3</sub>). (ρ<sub>m</sub> = 13,53 g/cm<sup>3</sup>).

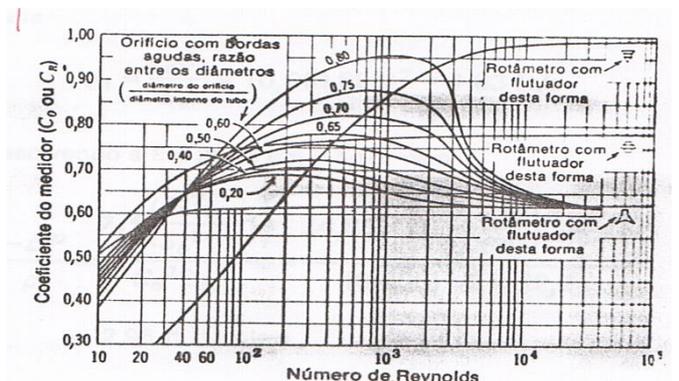
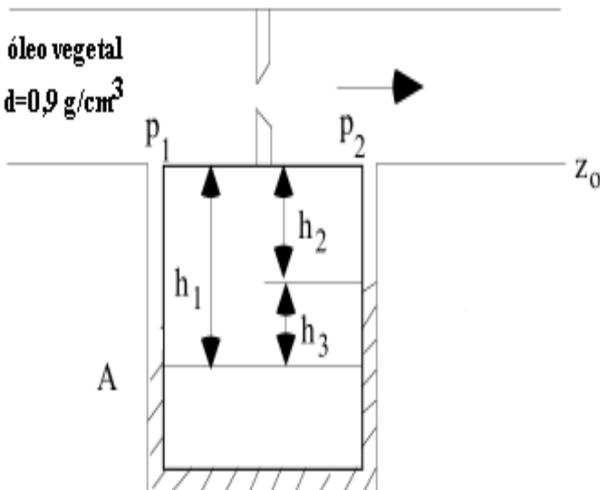


Fig. 20.11 Coeficientes para placas de orifício e rotâmetro (As curvas das placas de orifício têm permissão de publicação de Instruments, copyright © 1973. As curvas de rotâmetros são cortesia da Fischer and Porter Co.)

Para as placas de orifício:  $N_{Re} = \frac{D_o \bar{v}_o \rho}{\mu}$

$Re = \frac{D_o \cdot v_o \cdot \rho_f}{\mu} = 0,02 \cdot 2,65 \cdot 900 / 0,01 = 4770$

Do gráfico: Entro com Re, para β=0,4 > Cd = 0,62

$\therefore v_o = 2,65 = 0,62 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{900 \cdot (1 - 0,4^4)}}$

$\Delta P = (2,65/0,62)^2 \cdot 900 \cdot (1 - 0,4^4) / 2 = 8010,5 \text{ Pa}$

Da Fig. 1 > P1 – P2 = 8010,5 Pa

$P_A = P_1 + 900 \times 9,81 \times h_1 = P_2 + 9,81 \times (900 \times h_2 + 13530 \times h_3)$

$P_1 - P_2 = 9,81 \times (900 \times (h_2 - h_1) + 13530 \times h_3)$

H2-h1 = -h3 > Substituindo:

Res. D<sub>tubo</sub> = 5,0 cm = 0,05 m  
 D<sub>o</sub> = 2,0 cm = 0,02 m  
 Densidade = 900 kg/m<sup>3</sup>  
 μ<sub>óleo</sub> = 10 cp = 0,01 Pa·s

Medidor de orifício:  $v_o = C_d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho \cdot (1 - \beta^4)}}$

β = D<sub>o</sub>/D<sub>t</sub> = 0,01/0,025 = 0,4

V<sub>o</sub> = vel orifício = 50/1000/60/(π·0,01<sup>2</sup>) = 2,65 m/s

C<sub>d</sub> = ??? Usar o Abáco C<sub>d</sub> x Re

---

$8010,5 = 9,81 \times (13530 \times h^3 - 90h^3) > h^3 = 0,065 \text{ m} = 6,5 \text{ cm}.$