

Física IV

28 setembro 2020

Equações de Maxwell
Radiação eletromagnética

Equações de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \kappa \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$



Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$



Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$



Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 F = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \quad (F = E_x, E_y, E_z)$$



Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 F = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$$

$$F(\vec{r}, t) = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$



D'Alembert

Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 F = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$$

$$F(\vec{r}, t) = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$



Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 F = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$$

$$F(\vec{r}, t) = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv c$$



Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = E_z(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$



Equações de Maxwell

Espaço livre

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z(\vec{r}, t) = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$\hat{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z} \quad (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 1)$$



$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt) = f(u)$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt) = f(u)$$

$$\vec{\nabla} E_z = \frac{df}{du} \vec{\nabla} u$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt) = f(u)$$

$$\vec{\nabla} E_z = \frac{df}{du} \vec{\nabla} u$$

$$\vec{\nabla} E_z = \frac{df}{du} (k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z})$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt) = f(u)$$

$$\vec{\nabla} E_z = \frac{df}{du} \vec{\nabla} u$$

$$\vec{\nabla} E_z = \hat{k} \frac{df}{du}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt) = f(u)$$

$$\vec{\nabla} E_z = \hat{k} \frac{df}{du}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt) = f(u)$$

$$\vec{\nabla} E_z = \hat{k} \frac{df}{du}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = -v \frac{df}{du}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt) = f(u)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} E_z &= \hat{k} \frac{df}{du} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} &= -v \frac{df}{du} \end{aligned} \right\} \hat{k}^2 \frac{d^2 f}{du^2} = v^2 \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 f}{du^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$E_z = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt) = f(u)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} E_z &= \hat{k} \frac{df}{du} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} &= -v \frac{df}{du} \end{aligned} \right\} \hat{k}^2 \frac{d^2 f}{du^2} = v^2 \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 f}{du^2} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$$

Pratique o que aprendeu

$$\vec{E} = \vec{E}_0 f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

Pratique o que aprendeu

$$\vec{E} = \vec{E}_0 f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$\hat{k} \cdot \vec{E}_0 \frac{df}{du} = 0$$

Pratique o que aprendeu

$$\vec{E} = \vec{E}_0 f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$\hat{k} \cdot \vec{E}_0 \frac{df}{du} = 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{k} \perp \vec{E}_0$$

Pratique o que aprendeu

Exemplo: $\vec{E}$ na direção $\hat{z}$, versor $\hat{k}$ na direção $\hat{x}$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$\hat{k} \cdot \vec{E}_0 \frac{df}{du} = 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{k} \perp \vec{E}_0$$

$$\vec{E} = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - ct) \hat{z} \quad (\hat{k} = \hat{x})$$

Pratique o que aprendeu

Exemplo: $\vec{E}$ na direção $\hat{z}$, versor $\hat{k}$ na direção $\hat{x}$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 f(\hat{k} \cdot \vec{r} - vt)$$

$$\hat{k} \cdot \vec{E}_0 \frac{df}{du} = 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{k} \perp \vec{E}_0$$

$$\vec{E} = f(\hat{k} \cdot \vec{r} - ct) \hat{z}$$

$$\vec{E} = f(x - ct) \hat{z}$$