PME 3230

Escoamento Viscoso em Condutos

- Características Gerais
- Escoamento laminar
- Noções de camada limite

Alberto Hernandez Neto

Introdução:

- Objeto de estudo: escoamentos viscosos e incompressíveis em tubos (circulares) e dutos (não circulares)

- Aplicações: oleodutos, sistemas de distribuição de água, sistema vascular e respiratório, sistemas de ar condicionado

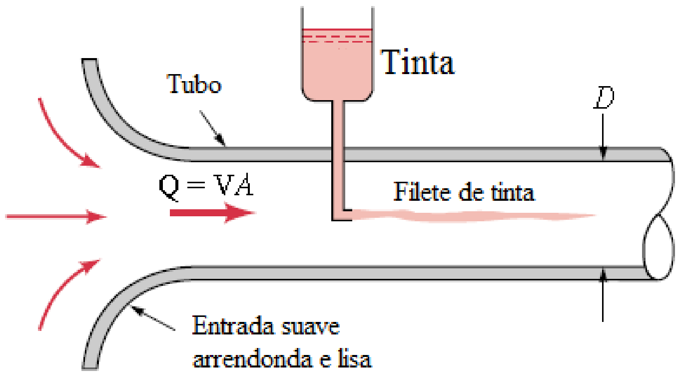
- Componentes de uma tubulação: tubos (que podem ter diferentes diâmetros), conexões, dispositivos de controle de vazão, medidores, bombas, turbinas, etc.

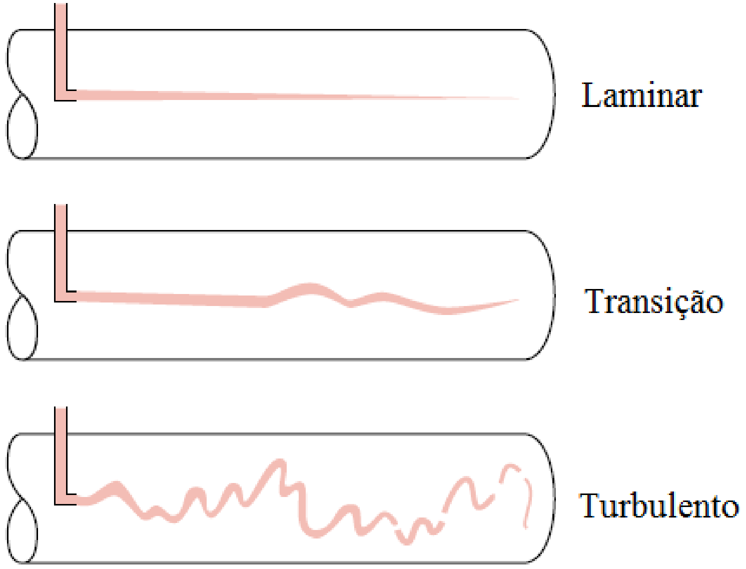

MYCOM
MYCOM
MYCOM
2 3:56AM

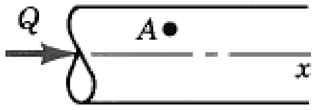

2 3:56AM

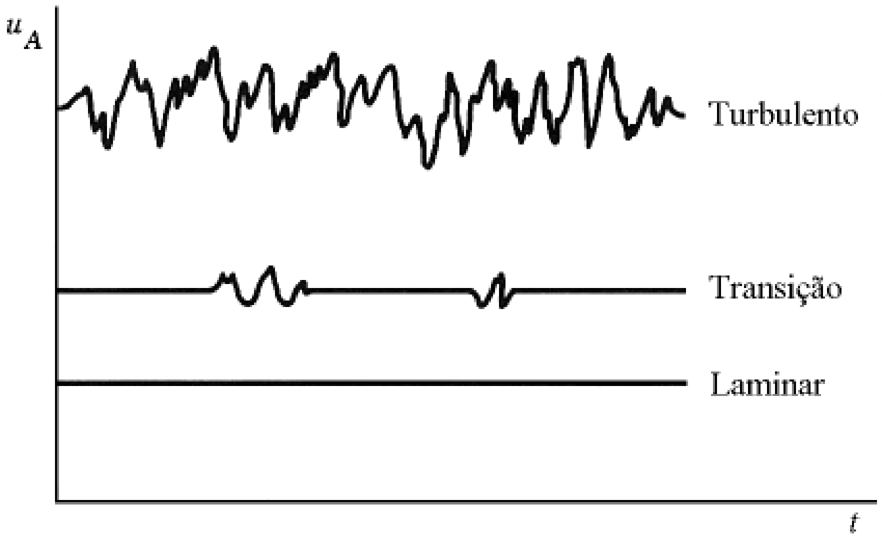
Características Gerais do escoamento laminar e turbulento

Características Gerais do escoamento laminar e turbulento









Características Gerais do escoamento laminar e turbulento

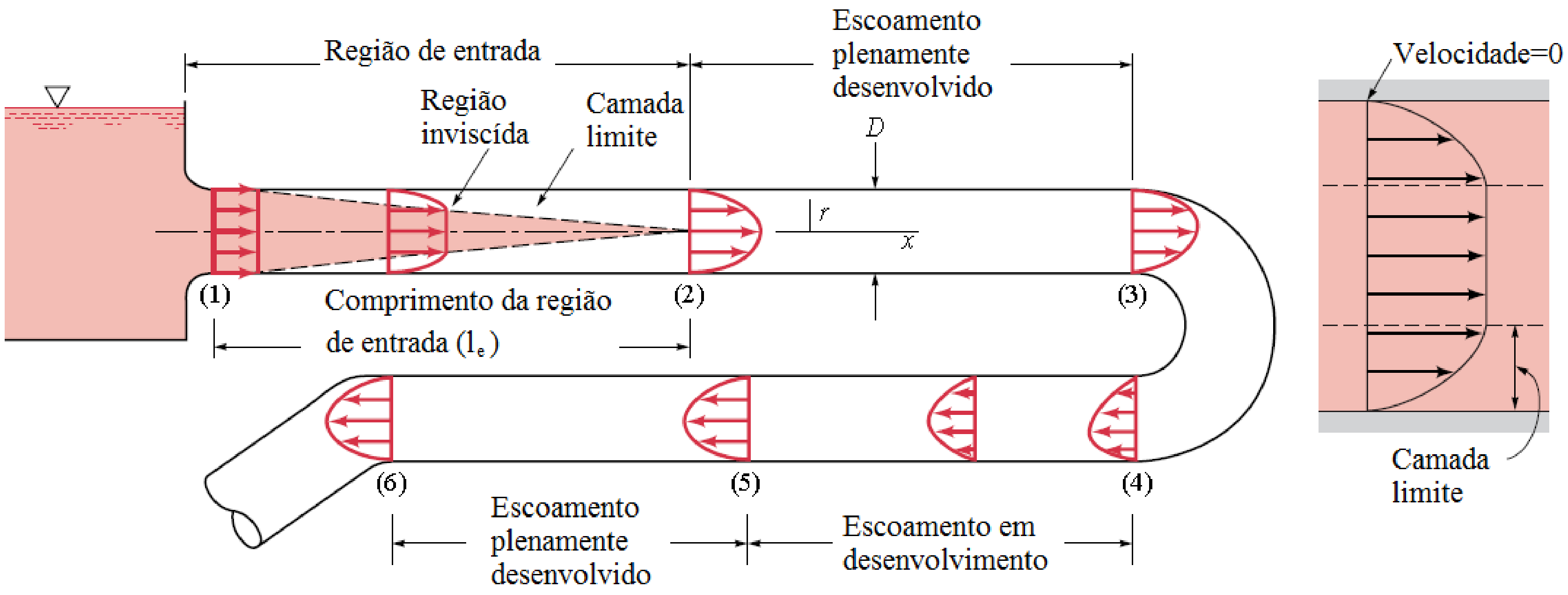
- Escoamento turbulento: velocidade apresenta flutuações aleatórias
- Parâmetro importante no escoamento viscoso em condutos: número de Reynolds

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu}$$

Para cálculos de engenharia:

- Re ≤ 2100 → escoamento laminar
- 2100 ≤ Re ≤ 4000 → escoamento de transição
- Re > 4000 → escoamento turbulento

Características gerais: Região de entrada e escoamento completamente desenvolvido



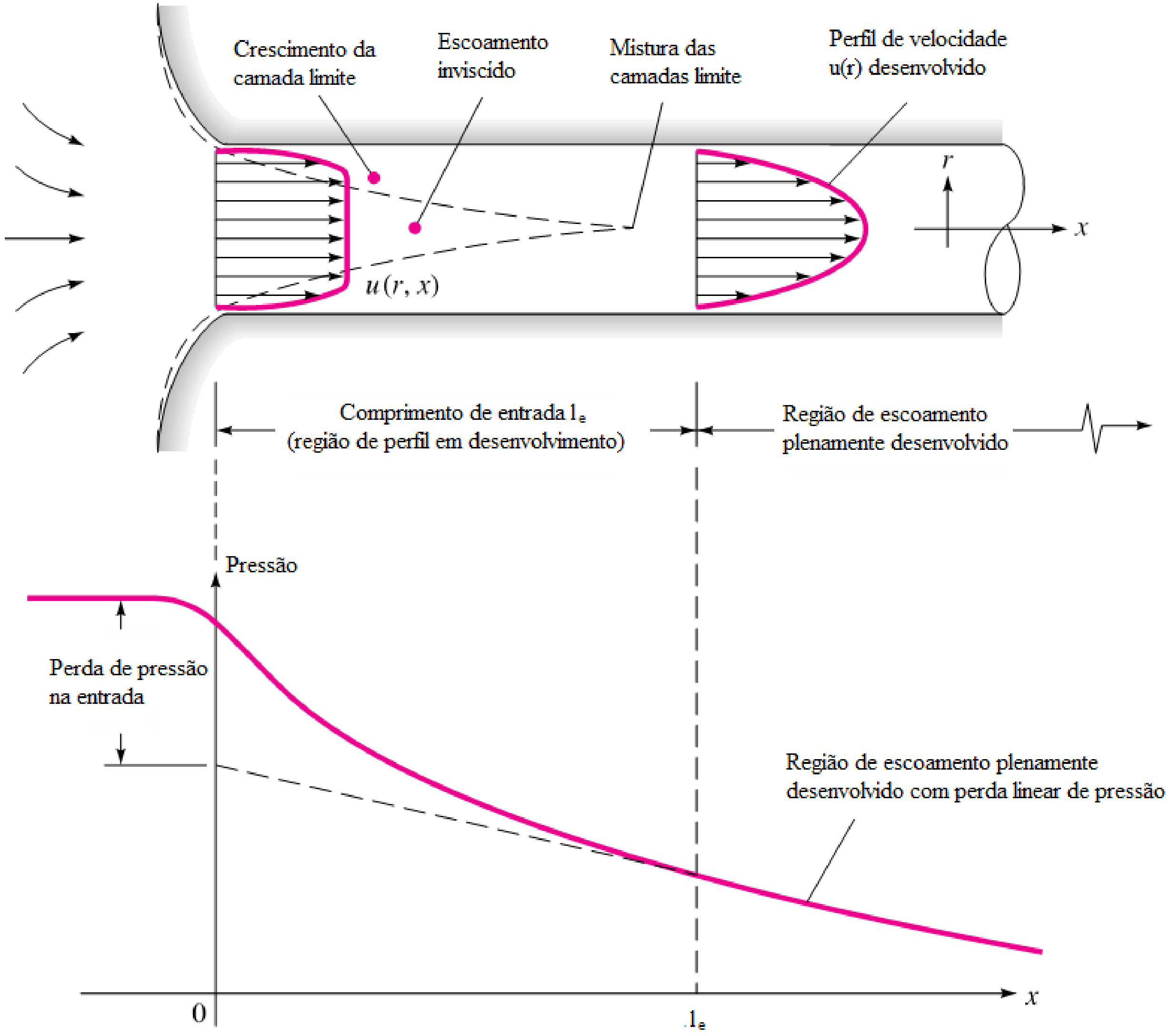
Características gerais: Região de entrada e escoamento completamente desenvolvido

- Região de entrada: região do escoamento próxima da seção de alimentação.

- Escoamento plenamente (ou completamente) desenvolvido (E.P.D.): perfil de velocidades não muda com a distância longitudinal (eixo x).

- Comprimento da região de entrada l_e:
  - $l_e = 0{,}06*Re*D$, para escoamento laminar
  - $l_e = 4{,}4*(Re)^{1/6}D$, para escoamento turbulento

Características gerais: Tensão de cisalhamento e pressão



Características gerais: Tensão de cisalhamento e pressão

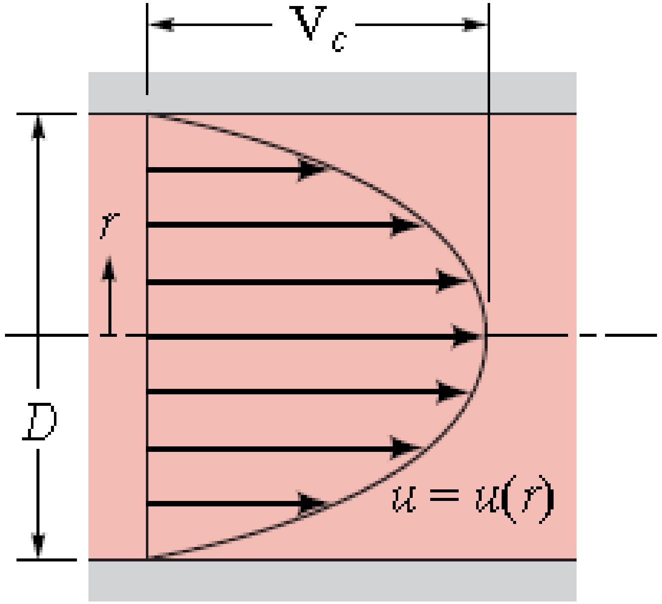
- Escoamento plenamente desenvolvido: forças de pressão são equilibradas pelas forças viscosas

- Escoamento não é plenamente desenvolvido: forças de inércia não são desprezíveis

- Tubo não é horizontal: força peso é relevante

- Efeitos viscosos fazem com que o gradiente de pressão não seja nulo.

Escoamento laminar plenamente desenvolvido



Hipóteses:

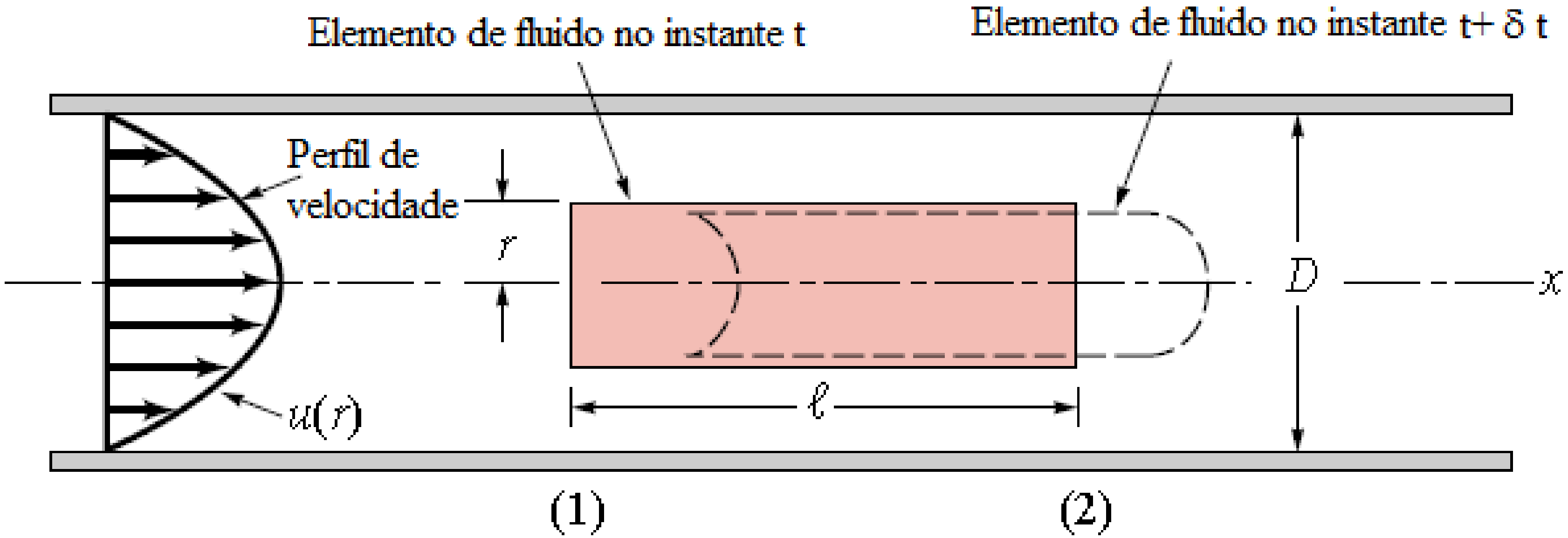
- Escoamento em trechos retos de tubulação
- Escoamento laminar plenamente desenvolvido
- Regime permanente
- Fluido Newtoniano
- Efeitos gravitacionais desprezados

$$u(r) = V_c\left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]$$

sendo:

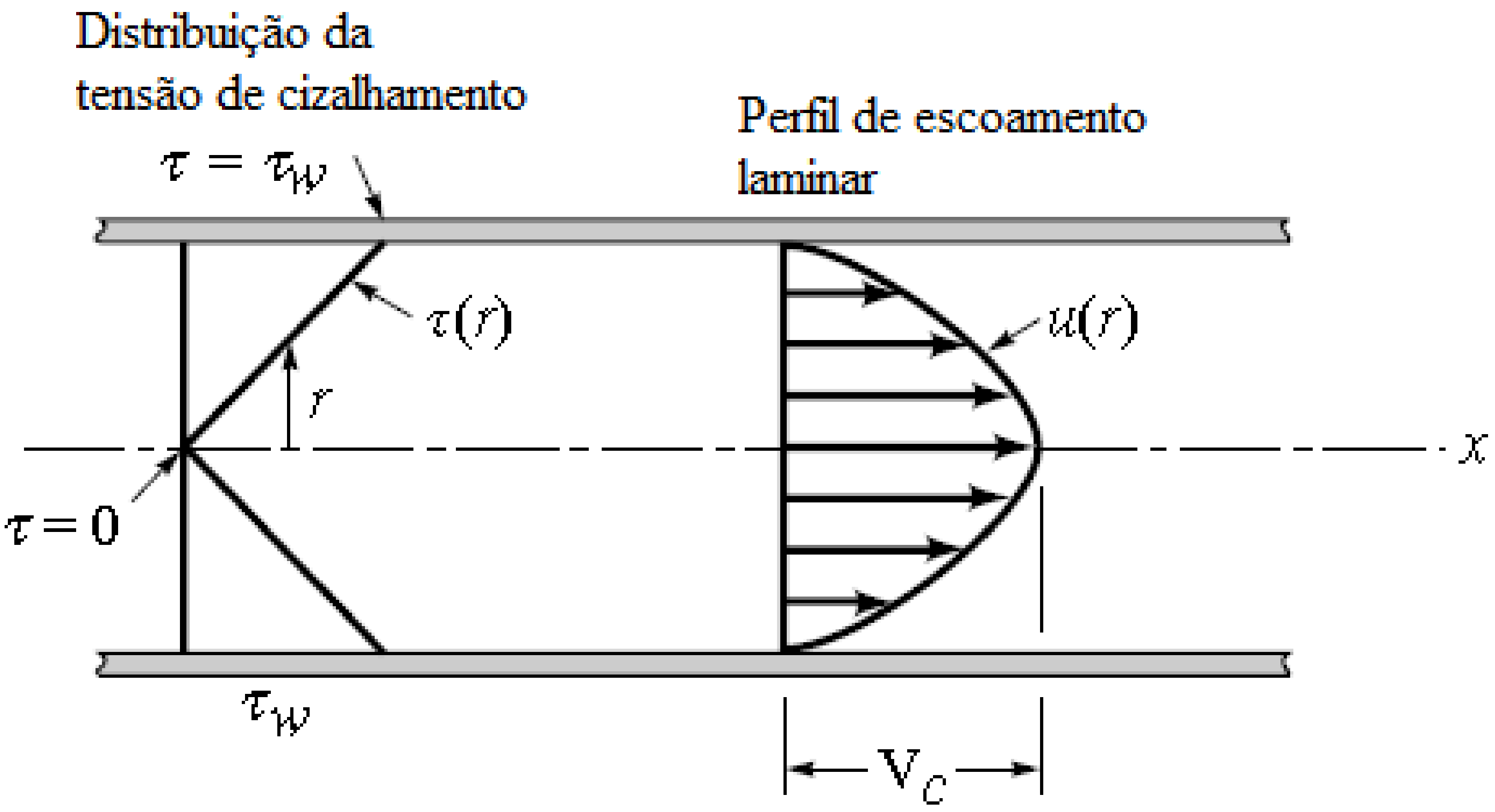
$$V_c = \frac{\Delta p D^2}{16\mu l}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido



$$p_2 = p_1 - \Delta p; \Delta p > 0$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido



- Efeitos gravitacionais desprezados: pressão constante ao longo da seção vertical
- Pressão varia ao longo da tubulação

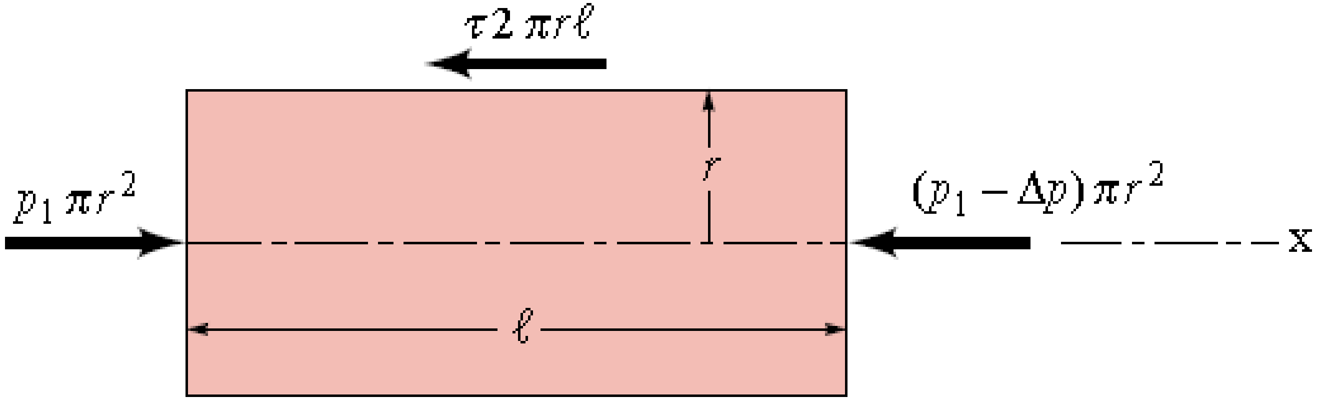
Escoamento laminar plenamente desenvolvido

2ª Lei de Newton: $\sum F_x = ma_x$

Sem aceleração no escoamento do fluido: $a_x = 0$

Camadas de fluido mais lentas exercem sobre o volume de controle uma força devido a tensão de cisalhamento:

$$F_{cisalhamento} = \tau * \left(2\pi rl\right)$$



Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\sum F_x = 0$$

$$p_1 * \left(\pi r^2 \right) - \left(p_1 - \Delta p \right) * \left(\pi r^2 \right) - \tau * \left(2\pi r l \right) = 0$$

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{2\tau}{r}$$

$$\left. \begin{matrix} \Delta p \\ l \end{matrix} \right\} \text{ não depende de r} \quad \Longrightarrow \quad \underbrace{\text{Para } \frac{2\tau}{r} \text{ não depende de r}}_{\tau = Cr}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\tau = Cr$$

Condições de contorno:

- para r=0 → τ=0
- para r=D/2 → $\tau = \tau_w$ (tensão de cisalhamento na parede)

$$\tau_w = C\frac{D}{2}$$

Logo:

$$C = \frac{2\tau_w}{D} \Rightarrow \tau = \frac{2\tau_w}{D} r$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \frac{2\tau_w}{D} r \\ \frac{\Delta p}{l} &= \frac{2\tau}{r} \end{aligned}\right\} \quad \Delta p = \frac{4l\tau_w}{D}$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{du}{dr} < 0 \quad \text{(velocidade decresce com r)} \\ &\tau > 0 \\ &\tau = \mu \frac{du}{dr} \quad \text{(Fluido newtoniano)} \end{aligned}\right\} \quad \tau = -\mu \frac{du}{dr}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \frac{2\tau_w}{D} r \\ \tau &= -\mu \frac{du}{dr} \\ \tau_w &= \frac{\Delta p D}{4l} \end{aligned}\right\} \quad \underbrace{-\mu \frac{du}{dr} = \frac{2\tau_w}{D} r \Rightarrow \frac{du}{dr} = -\frac{2\tau_w}{\mu D} r}$$

$$\frac{du}{dr} = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right) r$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\frac{du}{dr} = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right) r \Rightarrow du = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right) r dr$$

Integrando:

$$\int du = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right) \int r dr$$

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right) \frac{r^2}{2} + C_1 = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right) r^2 + C_1$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right) r^2 + C_1$$

Como para r=D/2 →u=0:

$$0 = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right)\left(\frac{D}{2}\right)^2 + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{\Delta p D^2}{16\mu l}$$

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right) r^2 + C_1 = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right) r^2 + \frac{\Delta p D^2}{16\mu l}$$

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right) r^2 + \frac{\Delta p D^2}{16\mu l} = \frac{\Delta p D^2}{16\mu l}\left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right] = V_c\left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$u = V_c\left[1-\left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]$$

Vazão volumétrica (Q)

$$\dot{Q} = \int u dA = \int_{r=0}^{r=R} u(r) 2\pi r dr = \int_0^R V_c\left[1-\left(\frac{2r}{D}\right)^2\right] 2\pi r dr$$

$$\dot{Q} = 2\pi V_c \int_0^R \left[1-\left(\frac{2r}{D}\right)^2\right] r dr \Rightarrow \dot{Q} = \frac{\pi R^2 V_c}{2}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

Velocidade média:

$$V = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\frac{\pi R^2 V_c}{2}}{\pi R^2} = \frac{V_c}{2}$$

Como: $$V_c = \frac{\Delta p D^2}{16\mu l}$$

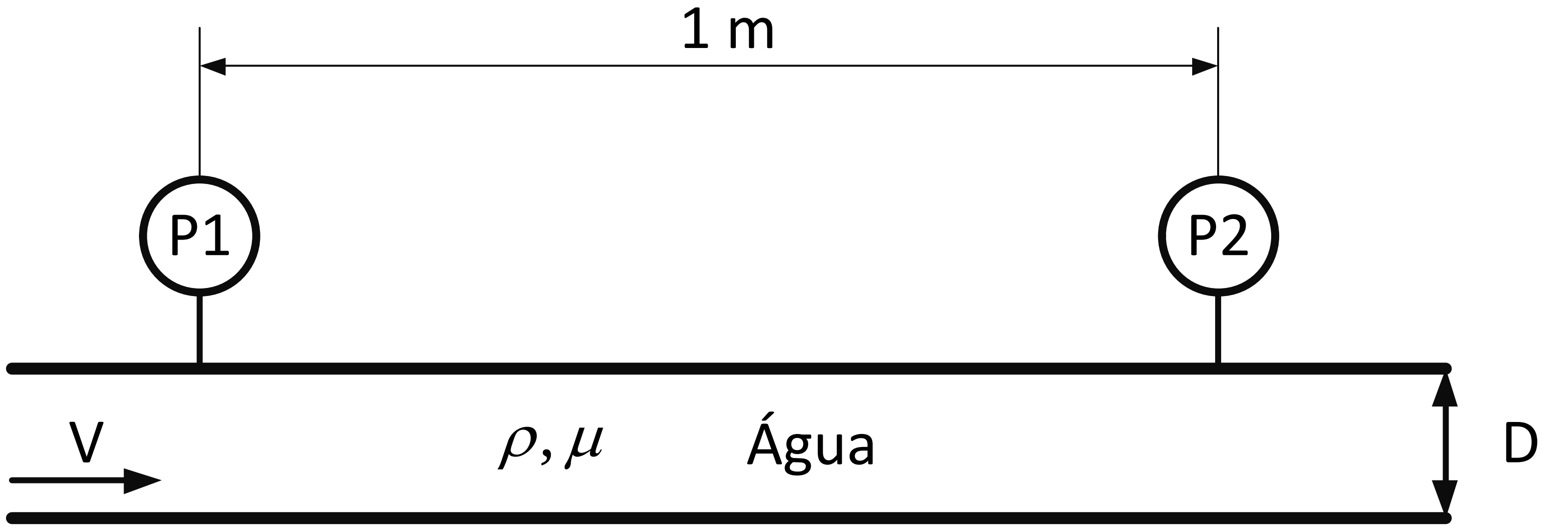
$$V = \frac{V_c}{2} = \frac{\frac{\Delta p D^2}{16\mu l}}{2} = \frac{\Delta p D^2}{32\mu l}$$

Logo:

$$\dot{Q} = \frac{\pi R^2 V_c}{2} = \frac{\pi R^2 \frac{\Delta p D^2}{16\mu l}}{2} = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128\mu l}$$ (Lei de Poiseuille)

Exercício 01

Água escoa em tubo horizontal com 1 mm de diâmetro no qual são colocados dois medidores de pressão separados por uma distância de 1 m. Qual é a perda máxima de pressão que pode ser medida, admitindo que o escoamento seja laminar?



Exercício 01

Para escoamento laminar:

$$\dot{Q} = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu l} \Rightarrow \Delta p = \frac{128 \mu l \dot{Q}}{\pi D^4}$$

Para água a 20°C a 101,325 kPa: ρ=998,2 kg/m^3 e μ=1,002x10^{-3} N.s/m^2

Temos que:

$$\dot{Q} = VA = V \frac{\pi D^2}{4}$$

Para avaliar a máxima pressão , deve-se avaliar a maior velocidade para escoamento laminar em tubos. Logo: $V_{max} \rightarrow Re_{max}=2100$

Exercício 01

Portanto:

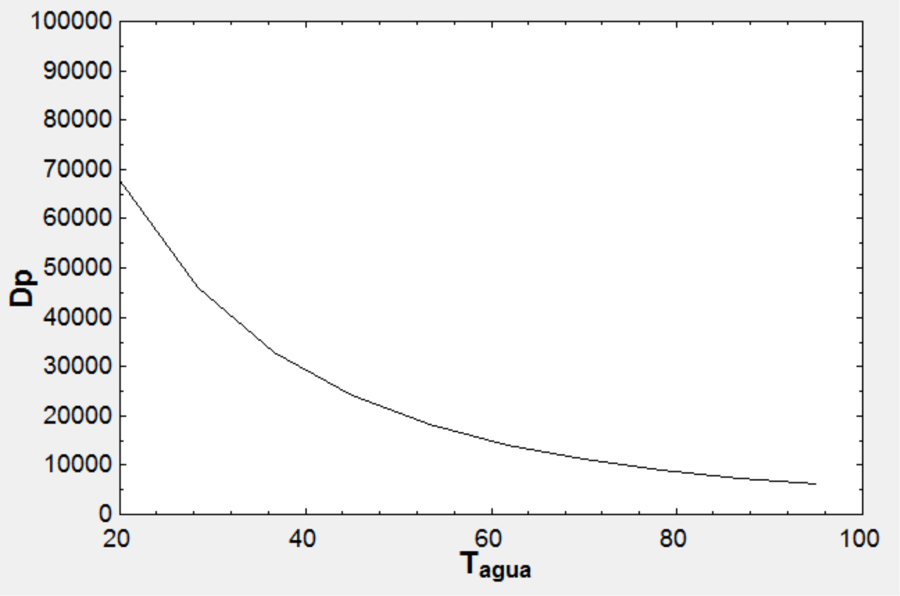
$$\mathrm{Re}_{\max} = 2100 = \frac{\rho V D}{\mu} \Rightarrow V = \frac{2100\mu}{\rho D} = \frac{2100*\left(1,002x10^{-3}\right)}{\left(998,2\right)\left(1x10^{-3}\right)} = 2,11 m/s$$

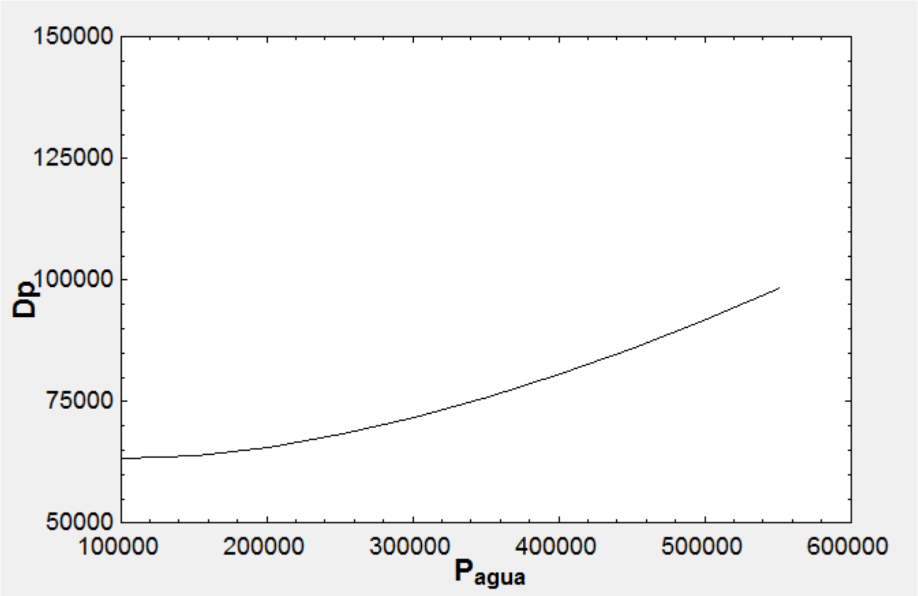
$$\dot{Q} = V\frac{\pi D^2}{4} = 2,11*\left(\frac{\pi\left(1x10^{-3}\right)^2}{4}\right) = 1,66x10^{-6}\, m^3/s$$

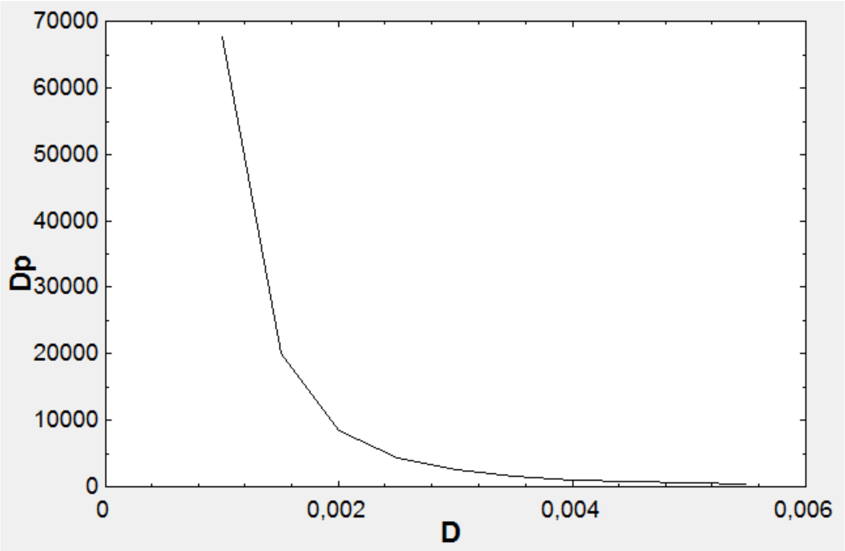
$$\Delta p = \frac{128\mu l\dot{Q}}{\pi D^4} = \frac{128*\left(1,002x10^{-3}\right)\left(1\right)\left(1,66x10^{-6}\right)}{\pi\left(1x10^{-3}\right)^4} = 6,76x10^4\,\frac{N}{m^2}$$

$$\Delta p = 6,76x10^4\,\frac{N}{m^2} = 6,76x10^4\, Pa = 67,6 kPa$$

Exercício 01

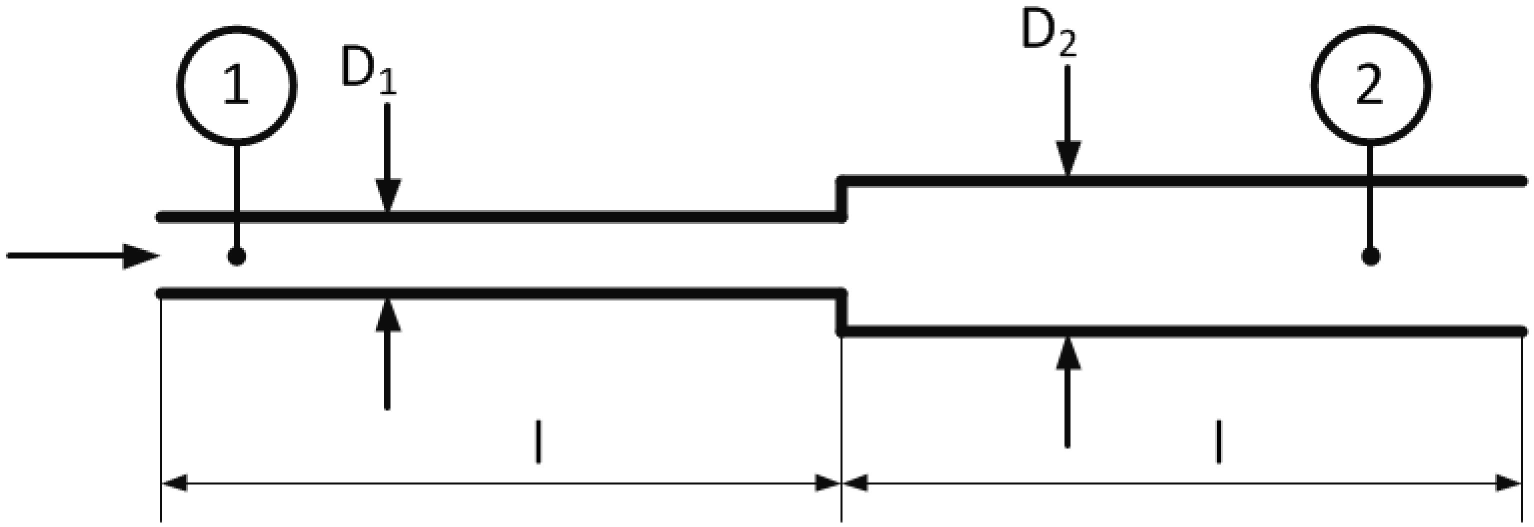






Exercício 02

Um fluido escoa em dois tubos horizontais de igual comprimento que conectados forma uma tubulação de comprimento 2l. Pode-se considerar que o escoamento é laminar e plenamente desenvolvido. A perda de pressão no primeiro trecho é 1,24 vezes maior que no segundo trecho. Se o diâmetro do primeiro trecho é D, determine o diâmetro do segundo trecho.



Exercício 02

Realizando o balanço de massa entre os pontos 1 e 2:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

Fazendo a hipótese de fluido incompressível e que variações da viscosidade são desprezíveis: $\rho_1 = \rho_2 \qquad \mu_1 = \mu_2$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2$$

Sendo escoamento laminar plenamente desenvolvido:

$$\dot{Q} = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu l} \Rightarrow \frac{\pi D_1^4 \Delta p_1}{128 \mu_1 l} = \frac{\pi D_2^4 \Delta p_2}{128 \mu_2 l}$$

$$D^4 \Delta p_1 = D_2^4 \Delta p_2 \Rightarrow D_2 = D \left(\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \right)^{1/4}$$

Exercício 02

Como: $\Delta p_1 = 1,24 \Delta p_2$

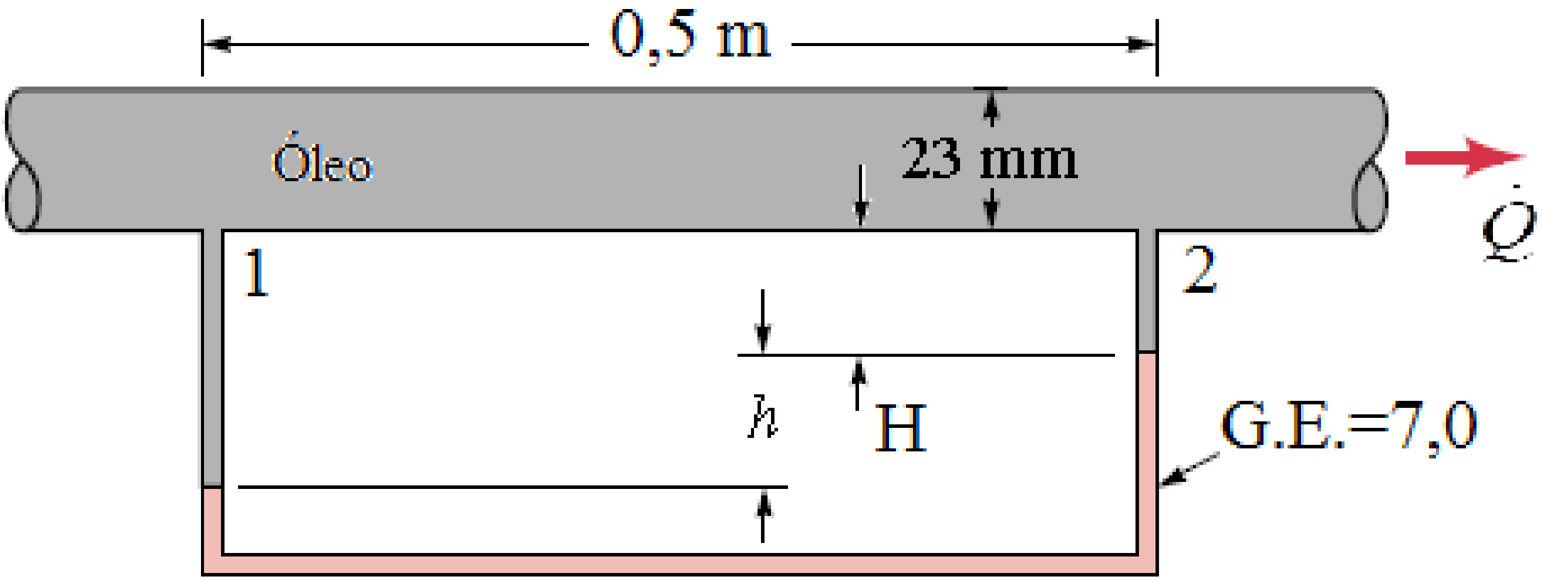
$$D_2 = D\left(\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2}\right)^{1/4}$$

$$D_2 = D\left(1,24\right)^{1/4}$$

$$D_2 = 1,055D$$

Exercício 03

Óleo (peso específica=8.900 N/m^3, viscosidade=0,10 N.s/m^2) escoa em um tubo horizontal de diâmetro igual a 23 mm. Um manômetro em U é usado para medir a pressão como mostra a figura abaixo. Determine a faixa de valores de h para a condição de escoamento laminar



Exercício 03

$h_{mínimo}$=0 (sem escoamento)

$h_{máximo}$ → Re=2100 (escoamento laminar)

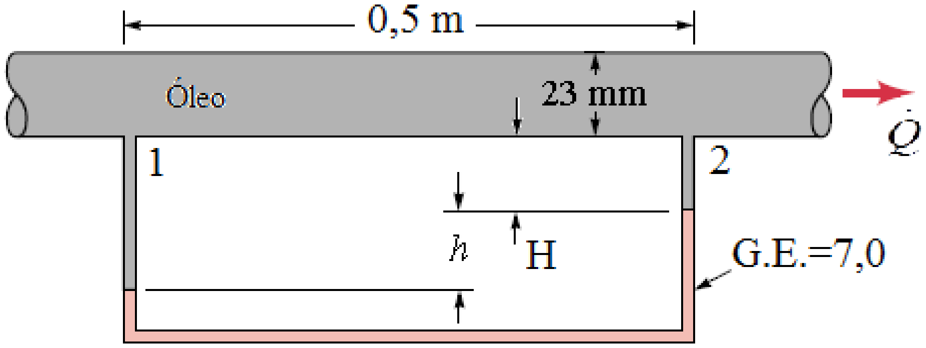
Realizando o equilíbrio de forças no manômetro em U temos:

$$p_1 + \gamma_{óleo}(H + h) - \gamma_{manômetro} h - \gamma_{óleo} H = p_2$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = (\gamma_{manômetro} - \gamma_{óleo})h$$

Sendo escoamento laminar:

$$\Delta p = \frac{128 \mu l \dot{Q}}{\pi D^4}$$



Exercício 03

Como:

$$\dot{Q} = VA = V\,\frac{\pi D^2}{4}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_{óleo} V D}{\mu_{óleo}} = 2.100 \Rightarrow V = \frac{2.100\,\mu_{óleo}}{\rho_{óleo} D} = \frac{2.100 * 0,10}{\left(\frac{8.900}{9,81}\right) * 23x10^{-3}} = 10,06\,m/s$$

$$\dot{Q} = V\,\frac{\pi D^2}{4} = 10,06 * \frac{\pi\left(23x10^{-3}\right)^2}{4} = 0,0042\,m^3/s$$

$$\Delta p = \frac{128\,\mu_{óleo}\, l\,\dot{Q}}{\pi D^4} = \frac{128 * 0,10 * 0,50 * 0,0042}{\pi\left(23x10^{-3}\right)^4} = 30575\,N/m^2$$

Exercício 03

Como:

$$\Delta p = \left(\gamma_{manômetro} - \gamma_{óleo}\right) h$$

$$G.E = \frac{\gamma_{fluido}}{\gamma_{água}} \Rightarrow \gamma_{manômetro} = 7 * \gamma_{água} = 7 * \rho_{água} * g$$

$$\gamma_{manômetro} = 7 * 1000 * 9,81 = 68670\ N/m^3$$

$$h = \frac{\Delta p}{\left(\gamma_{manômetro} - \gamma_{óleo}\right)} = \frac{30575}{\left(68670 - 8900\right)} = 0,51m$$

$$\therefore 0 \le h \le 0,51m$$