Exercícios do capítulo 4. de Um curso de cálculo Vol 2.

# Hamilton L. Guidorizzi

1. Seção 3.1. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo $x$, do conjunto de todos os pares $(x, y)$ tais que

   (a) $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}$.

   (b) $1 \leq x \leq 4$ e $0 \leq y \leq \sqrt{x}$.

   (c) $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ e $y \geq 0$.

   (d) $0 \leq x \leq 1$ e $\sqrt{x} \leq y \leq 3$.

2. Seção 3.2. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo $y$, do conjunto de todos os pares $(x, y)$ tais que

   (a) $0 \leq x \leq 8$ e $0 \leq y \leq \sqrt[3]{x}$.

   (b) $1 \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq x^3 - 1$.

   (c) $0 \leq x \leq \pi$ e $0 \leq y \leq \sin x$.

   (d) $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \arctan x$.

   (e) $1 \leq x \leq 4$ e $1 \leq y \leq \sqrt{x}$.

3. Seção 3.3.

   1. Calcule o volume do sólido cuja base é o semicírculo $x^2 + y^2 \leq r^2$, $y \geq 0$, e cujas seções perpendiculares ao eixo $0x$ são triângulos equiláteros.
   2. Calcule o volume do sólido cuja base é a região $4x^2 + y^2 \leq 1$ e cujas seções perpendiculares ao eixo $0x$ são semicírculos.

4. Seção 3.4.

   (a) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $-1 \leq x \leq 1$

   (b) $y = x^2$, $0 \leq x < \frac{1}{2}$

   (c) $y = \sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 4$

5. Seção 3.5.

   1. Desenhe a curva dada (coordenada polares)

      a) $\rho = e^{-\theta}$, $\theta \geq 0$

      b) $\rho = \cos\theta$

      c) $\rho\cos\theta = 1$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$

      d) $\rho = 2$

      e) $\theta = \frac{\pi}{4}$

      f) $\rho = \tan\theta$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$

      g) $\rho = \cos 3\theta$

      h) $\rho = 2 - \cos\theta$

      i) $\rho = 1 - \sin\theta$

      j) $\rho = \cos 4\theta$

2. Passe a curva dada para coordenadas polares e desenhe-a.
   a) $x^2 + y^2 + x = \sqrt{x^2} + y^2$
   b) $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$
3. Calcule a área da região limitada pela curva dada (coordenadas polares)
   a) $\rho = 2 - \cos\theta$
   b) $\rho^2 = \cos\theta \ \rho \geq 0$
   c) $\rho = \cos 2\theta$
   d) $\rho = \cos 3\theta$
4. Calcule a área da interseção das regiões limitadas pelas curvas dadas em coordenadas polares
   a) $\rho = 2 - \cos\theta$ e $\rho = 1 + \cos\theta$
   b) $\rho = \sin\theta$ e $\rho = 1 - \cos\theta$
   c) $\rho = 3$ e $\rho = 2(1 - \cos\theta)$
   d) $\rho = \cos\theta$ e $\rho = \sin\theta$
   e) $\rho = 1$ e $\rho = 2(1 - \cos\theta)$

Exercícios do capítulo 4. de Um curso de cálculo Vol 2.

# Hamilton L. Guidorizzi

1. Lista Seção 4.1. Calcule
   (a) $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$
   (b) $\int_0^{+\infty} e^{-sx} dx \quad (s > 0)$
   (c) $\int_0^{+\infty} te^{-t} dt$
   (d) $\int_0^{+\infty} te^{-st} dt \quad (s > 0)$
   (e) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{s^2+x^2} dx \quad (s > 0)$
   (f) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$
   (g) $\int_{-\infty}^{0} e^{x} dx$
   (h) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^5} dx$
   (i) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$
   (j) $\int_{-\infty}^{0} xe^{-x^2} dx$
   (k) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx \quad$ onde $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad |x| \leq 1 \\ 0 & \text{se} \quad |x| > 1 \end{cases}$
   (l) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|} dx$
   (m) Sejan $\alpha$ e $s$, $s > 0$, reais dados. Verifique que
      i. $\int_0^{+\infty} e^{-st} \cos \alpha t dt = \frac{s}{s^2+\alpha^2}$
      ii. $\int_0^{+\infty} e^{-st} e^{\alpha t} dt = \frac{1}{s-\alpha} \quad (s > \alpha)$
      iii. $\int_0^{+\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s}$
      iv. $\int_0^{+\infty} e^{-st} te^{\alpha t} dt = \frac{1}{(s-\alpha)^2} \quad (s > \alpha)$

2. Lista Seção 4.3. Calcule
   (a) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$
   (b) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$
   (c) $\int_1^3 \frac{x^2}{\sqrt{x^3-1}} dx$
   (d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$
   (e) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
   (f) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} dx$