6

Potência em Corrente Alternada

6.1 POTÊNCIA INSTANTÂNEA

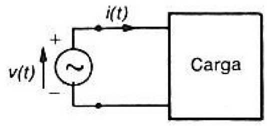

Fig. 6.1 Circuito.

Suponhamos que uma carga linear e passiva esteja alimentada por um gerador de tensão variável senoidalmente no tempo, do tipo:

$$v(t) = \sqrt{2}\, V \cos(\omega t + \theta) \tag{6.1}$$

onde V = valor eficaz da tensão senoidal.

Como sabemos, a corrente fornecida à carga também será senoidal e de mesma freqüência, e a representaremos por:

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi) \tag{6.2}$$

onde I = valor eficaz da corrente alternada.

A potência instantânea fornecida à carga será dada por:

$$p(t) = v(t)\, i(t) \tag{6.3}$$

e, substituindo pelos seus valores, obtemos:

$$p(t) = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \theta) \cdot \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi) \tag{6.4}$$

Lembrando que:

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b \tag{6.5}$$

e

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b \tag{6.6}$$

Somando-se membro a membro as expressões (6.5) e (6.6), obtemos:

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a - b) + \cos(a + b)\right] \tag{6.7}$$

Aplicando esta identidade à expressão (6.4), fazendo:

$$a = \omega t + \theta \text{ e } b = \omega t + \phi$$

resulta:

$$p(t) = VI\,[\cos(\theta - \phi) + \cos(2\omega t + \theta + \phi)] \tag{6.8}$$

Notando que:

$$\psi = \theta - \phi$$

é a defasagem entre a tensão e a corrente, podemos escrever:

$$p(t) = VI \cos\psi + VI \cos(2\omega t + \theta + \phi) \tag{6.9}$$

Para representarmos graficamente a potência instantânea em função do tempo, basta notar que ela é composta de dois termos, a saber:

$$P_1 = VI \cos\psi \text{ (watts)} \tag{6.10}$$

independente do tempo e:

$$P_2 = VI \cos(2\omega t + \theta + \phi) \text{ (W)} \tag{6.11}$$

de valor médio nulo.

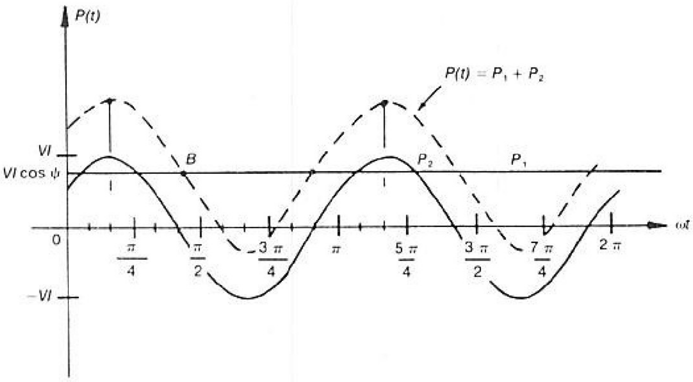

Fig. 6.2 Representação gráfica de $p(t)$.

6.2 POTÊNCIA MÉDIA OU ATIVA

, É claro que a potência efetivamente consumida pela carga é o valor médio de $p(t)$. E, em vista da análise já efetuada, verifica-se que o valor médio de $p(t)$, denominado potência ativa, corresponde apenas ao primeiro termo da expressão (6.9), pois o segundo termo é senoidal, tendo, portanto, valor médio nulo num período.

Portanto, podemos escrever

$$P = [p(t)]_{médio} = VI \cos \psi \text{ (W)} \tag{6.12}$$

6.3 POTÊNCIA COMPLEXA

Na forma complexa, a tensão e a corrente aplicadas à carga são representadas como segue:

$$\dot{V} = V \cdot e^{j\theta} = V\underline{|\theta} \tag{6.13}$$

e

$$\dot{I} = I \cdot e^{j\phi} = I\underline{|\phi} \tag{6.14}$$

Vamos analisar o significado do seguinte produto:

$$\dot{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^* \tag{6.15}$$

onde I^* denota o complexo conjugado de $\dot{I}$.

É claro que:

$$\dot{S} = V \cdot e^{j\theta} \cdot I \cdot e^{-j\phi} = VI \cdot e^{j(\theta - \phi)} \tag{6.16}$$

lembrando que:

$$\psi = \theta - \phi \tag{6.17}$$

podemos escrever

$$\dot{S} = VI \cdot e^{j\psi} = VI\underline{|\psi} = S\underline{|\psi} \tag{6.18}$$

onde $S = VI$ é denominada potência aparente.

Na forma cartesiana, temos:

$$\dot{S} = VI \cos \psi + j \cdot VI \text{ sen } \psi \tag{6.19}$$

A análise da expressão (6.19) nos leva a observar que a parte real do complexo $\dot{S}$, denominada "potência complexa", é o valor médio da potência instantânea, ou seja, é a potência ativa. Em vista disso, podemos escrever:

$$P = Re\ [\dot{S}] = VI \cos \psi \tag{6.20}$$

Ao termo

$$Q = VI \text{ sen } \psi \tag{6.21}$$

dá-se o nome de potência reativa.

Portanto, temos:

$$\dot{S} = P + j \cdot Q \tag{6.22}$$

$Re\ [\cdot] =$ parte real de $[\cdot]$

Dimensionalmente, as grandezas já definidas têm a dimensão de volt × ampère; para diferenciação de cada uma delas, definiremos:

Unidade de potência aparente: $[S]$ = VA (volt-ampère)
Unidade de potência ativa: $[P]$ = W (watt)
Unidade de potência reativa: $[Q]$ = VAr (volt-ampère reativo)

É comum o uso dos múltiplos dessas grandezas, assim temos:

1 kVA	$= 10^3$ VA	(Quilovolt-ampère)
1 kW	$= 10^3$ W	(Quilowatt)
1 kVAr	$= 10^3$ VAr	(Quilovolt-ampère reativo)
1 MVA	$= 10^6$ VA	(Megavolt-ampère)
1 MW	$= 10^6$ W	(Megawatt)
1 MVAr	$= 10^6$ VAr	(Megavolt-ampère reativo)

6.4 TRIÂNGULO DAS POTÊNCIAS

A representação gráfica da potência complexa ($\dot{S}$) é dada por:

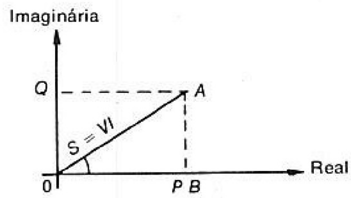

Fig. 6.3 Representação gráfica de $\dot{S}$.

Ao triângulo OAB dá-se o nome de triângulo das potências, este triângulo é tal que os catetos OB e AB representam as potências ativa e reativa, respectivamente; e a hipotenusa, a potência aparente.

Ao co-seno do ângulo ψ dá-se o nome de fator de potência, ou seja:

$$\textit{Fator de potência}\ (\text{FP}) = \cos\psi \qquad (6.23)$$

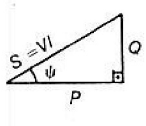

Fig. 6.4 Triângulo das potências.

É óbvio que ψ é o ângulo de fase da impedância da carga.

A partir do triângulo das potências, obtemos as relações

$$P = S\cos\psi = VI\cos\psi \qquad (6.24)$$
$$Q = S\,\text{sen}\,\psi = VI\,\text{sen}\,\psi \qquad (6.25)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{6.26}$$

$$\frac{Q}{P} = \text{tg}\ \psi \tag{6.27}$$

6.5 POTÊNCIA NO RESISTOR

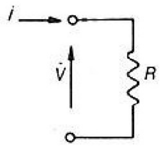

Fig. 6.5 Resistor.

Se $\dot{V} = V\angle\theta$, no resistor temos:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{R} = \frac{V}{R}\angle\theta \tag{6.28}$$

ou seja,

$$\dot{I} = I\angle\theta$$

onde $I = \dfrac{V}{R}$ é o valor eficaz da corrente no resistor.

A potência complexa no resistor é dada por:

$$\dot{S} = \dot{V}\dot{I}^* = V\angle\theta \cdot I\angle{-\theta}$$

$$\dot{S} = VI \tag{6.29}$$

Nota-se claramente que a potência complexa é um número real puro, que, identificado com

$$\dot{S} = P + jQ \tag{6.30}$$

resulta:

$$P = VI = RI^2 \tag{6.31}$$

$$Q = 0 \tag{6.32}$$

$$S = VI \tag{6.33}$$

O triângulo das potências se reduz ao segmento P:

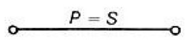

Fig. 6.6 Triângulo das potências no resistor.

É claro que, no resistor, temos $\psi = 0$ e o fator de potência é unitário.

6.6 POTÊNCIA NO INDUTOR

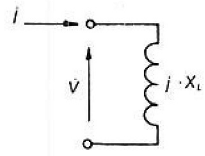

Fig. 6.7 Indutor.

Se $\dot{V} = V\underline{|\theta}$, no indutor temos:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{jX_L} = \frac{V\underline{|\theta}}{X_L\underline{|90^\circ}} = \frac{V}{X_L}\,\underline{|\theta - 90^\circ} \tag{6.34}$$

Escrevendo,

$$\dot{I} = I\underline{|\phi} \tag{6.35}$$

resulta:

$$I = \frac{V}{X} \tag{6.36}$$

$$\phi = \theta - 90^\circ \tag{6.37}$$

A potência complexa no indutor é dada por:

$$\dot{S} = \dot{V}\dot{I}^* = V\underline{|\theta} \cdot \frac{V}{X_L}\underline{|-\theta + 90^\circ}$$

ou

$$\dot{S} = \frac{V^2}{X_L}\,\underline{|90^\circ} \tag{6.38}$$

logo, temos:

$$S \doteq \frac{V^2}{X_L} \tag{6.39}$$

e

$$\psi = 90^\circ \tag{6.40}$$

Na forma cartesiana, pode-se escrever:

$$\dot{S} = j\,\frac{V^2}{X_L} \tag{6.41}$$

que, identificado com

$$\dot{S} = P + jQ \tag{6.42}$$

resulta:

$$P = 0 \tag{6.43}$$

$$Q = \frac{V^2}{X_L} \tag{6.44}$$

Note-se que o indutor ideal não consome potência ativa.
O triângulo das potências se reduz ao segmento Q:

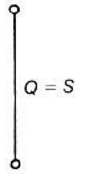

Fig. 6.8 Triângulo das potências para o indutor.

Sendo $\psi = 90^{\circ}$, o fator de potência do indutor é nulo.

6.7 POTÊNCIA NO CAPACITOR

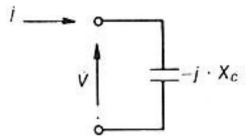

Fig. 6.9 Capacitor.

Se $\dot{V} = V\underline{|\theta}$, no capacitor temos:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{-jX_C} = \frac{V}{X_C}\ \underline{|\theta + 90^{\circ}} \tag{6.45}$$

que resulta

$$I = \frac{V}{X_C} \tag{6.46}$$

$$\phi = \theta + 90^{\circ} \tag{6.47}$$

A potência complexa no capacitor é dada por:

$$\dot{S} = \dot{V}\dot{I}^* = V\underline{|\theta} \cdot \frac{V}{X_C}\ \underline{|-\theta - 90^{\circ}}$$

ou

$$\dot{S} = \frac{V^2}{X_C}\ \underline{|-90^{\circ}} \tag{6.48}$$

logo, temos:

$$S = \frac{V^2}{X_C} \tag{6.49}$$

e

$$\phi = -90^{\circ} \tag{6.50}$$

Na forma cartesiana, e identificado com:

$$\dot{S} = P + jQ \tag{6.51}$$

resulta:

$$P = 0 \tag{6.52}$$

$$Q = -\frac{V^2}{X_C} \tag{6.53}$$

Note-se, também, que o capacitor não consome potência ativa, e, sendo $\psi = -90^{\circ}$, resulta também que o fator de potência é nulo.

Resumindo, temos:

Tabela 6.1

Elemento	Potência ativa (P)	Potencia reativa (Q)	Fator de potência $(\cos\psi)$
Resistor	$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$	$Q = 0$	$FP = 1$
Indutor	$P = 0$	$Q > 0$ $Q = \frac{V^2}{X_L}$	$FP = 0$
Capacitor	$P = 0$	$Q < 0$ $Q = -\frac{V^2}{X_C}$	$FP = 0$
Associação *R-L*	$P > 0$	$Q > 0$	$FP \neq 0$
Associação *R-C*	$P > 0$	$Q < 0$	$FP \neq 0$

6.8 CORREÇÃO DO FATOR DE POTÊNCIA

As concessionárias de energia elétrica exigem que o consumo de potência ativa P, por intermédio de uma determinada "carga" (representada, por exemplo, por uma residência, edifício, indústria etc.), seja feito com um fator de potência mínimo que praticamente está normalizado em 0,85 (atrasado).

Suponhamos que uma certa carga indutiva esteja consumindo a potência ativa P_1 com fator de potência $FP_1 = \cos\psi_1$, o qual está abaixo do mínimo desejado.

A potência reativa consumida nessa situação é Q_1. Vamos então fazer com que essa carga consuma ainda a mesma potência ativa P_1, mas agora com um fator de potência maior, $FP_2 = \cos \psi_2$.

Nesta nova situação a potência reativa por ela consumida será Q_2. Se $\cos \psi_2 > \cos \psi_1$, temos $\psi_1 > \psi_2$, e, observando os triângulos das potências representados na Fig. 6.10, veremos que, se os catetos das potências ativas são iguais, haverá, conseqüentemente, uma redução nos catetos correspondentes à potência reativa, isto é, $Q_2 < Q_1$, o mesmo ocorrendo com as hipotenusas, o que provoca também uma redução na potência aparente, ou seja, $S_2 < S_1$.

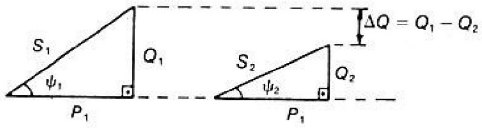

Fig. 6.10 Triângulo das potências.

Sendo mantida constante a tensão de alimentação da carga, temos, inicialmente: $S_1 = V \cdot I_1$, onde I_1 é a corrente na linha de alimentação de carga (Fig. 6.11).

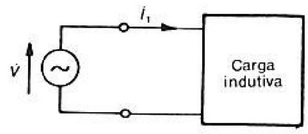

Fig. 6.11 Circuito indutivo.

Após a correção do fator de potência, isto é, quando este é aumentado, a nova potência aparente será $S_2 = V \cdot I_2$.

Como $S_2 < S_1$, conclui-se que $I_2 < I_1$, ou seja, com o aumento do fator de potência, há uma diminuição da corrente na linha de alimentação da carga (desde que esta permaneça indutiva), provocando assim uma diminuição nas perdas por efeito joule na linha, contribuindo para um aumento no rendimento do sistema.

Lembrando ainda que o aumento do fator de potência está relacionado com uma diminuição na potência reativa envolvida na carga, isto pode ser conseguido colocando-se em paralelo com a carga um capacitor adequado que consuma a diferença de potência reativa $\Delta Q = Q_1 - Q_2$ (Fig. 6.12).

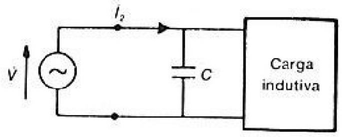

Fig. 6.12 Circuito indutivo com correção do fator de potência.

Em vista deste fato, podemos escrever:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = |Q_C|$$

onde:

$$Q_1 = P_1 \operatorname{tg} \psi_1, \quad Q_2 = P_1 \operatorname{tg} \psi_2 \text{ e } Q_C = -\frac{V^2}{X_C}$$

Portanto:

$$P_1 (\operatorname{tg} \psi_1 - \operatorname{tg} \psi_2) = |Q_C| = \frac{V^2}{X_C}$$

que resulta:

$$X_C = \frac{V^2}{P_1 (\operatorname{tg} \psi_1 - \operatorname{tg} \psi_2)} \tag{6.54}$$

e, sendo,

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}, \tag{6.55}$$

obtém-se:

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C} \tag{6.56}$$

Concluindo: o capacitor a ser ligado em paralelo com a carga, a fim de que o seu fator de potência (atrasado) aumente de $\cos \psi_1$ para $\cos \psi_2$, será:

$$C = \frac{P_1 (\operatorname{tg} \psi_1 - \operatorname{tg} \psi_2)}{2\pi \cdot f \cdot V^2} \tag{6.57}$$