

Inferência Estatística Comparada

AULA 6 - INFERÊNCIA CLÁSSICA

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.
- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório**. Exemplos:
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.
 $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \min\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(1)}$ e
 $B(X) = \max\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(n)}$.
 $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.
- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório**. Exemplos:
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.
 $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \min\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(1)}$ e
 $B(X) = \max\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(n)}$.
 $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.
- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório**. Exemplos:
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.
 $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \min\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(1)}$ e
 $B(X) = \max\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(n)}$.
 $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.
- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório**. Exemplos:
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.
 $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \min\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(1)}$ e
 $B(X) = \max\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(n)}$.
 $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Estimação por intervalo - Introdução

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Sejam $A, B : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $A(x) \leq B(x)$, $\forall x \in \mathcal{X}$.
- $[A(X), B(X)]$ é chamado **intervalo aleatório**. Exemplos:
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \bar{X} - 1$ e $B(X) = \bar{X} + 2$.
 $[A(X), B(X)] = [\bar{X} - 1, \bar{X} + 2]$ é intervalo aleatório.
- $X = (X_1, \dots, X_n)$ com X_i a valores em $\mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, n$.
Sejam $A(X) = \min\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(1)}$ e
 $B(X) = \max\{X_1, \dots, X_n\} = X_{(n)}$.
 $[A(X), B(X)] = [X_{(1)}, X_{(n)}]$ é intervalo aleatório.

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ** , $\gamma \in (0, 1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \leq \theta \leq B(X) \mid \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) f(x|\theta) dx \geq \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X}: A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} f(x|\theta) dx \geq \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ .

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ** , $\gamma \in (0, 1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \leq \theta \leq B(X) \mid \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) f(x|\theta) dx \geq \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X}: A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} f(x|\theta) dx \geq \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ .

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ** , $\gamma \in (0, 1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \leq \theta \leq B(X) \mid \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) f(x|\theta) dx \geq \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X}: A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} f(x|\theta) dx \geq \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ .

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ** , $\gamma \in (0, 1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \leq \theta \leq B(X) \mid \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) f(x|\theta) dx \geq \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X}: A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} f(x|\theta) dx \geq \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ .

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ** , $\gamma \in (0, 1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \leq \theta \leq B(X) \mid \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) f(x|\theta) dx \geq \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X}: A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} f(x|\theta) dx \geq \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ .

Intervalos de Confiança

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Consideremos $\Theta \subset \mathbb{R}$. Seja $[A(X), B(X)]$ um intervalo aleatório. Dizemos que $[A(X), B(X)]$ é um **intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ** , $\gamma \in (0, 1)$, se
- $\mathbb{P}(A(X) \leq \theta \leq B(X) \mid \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta$. Isto é,
- $\int_{\mathcal{X}} \mathbb{I}(A(x) \leq \theta \leq B(x)) f(x|\theta) dx \geq \gamma$, ou
- $\int_{\{x \in \mathcal{X}: A(x) \leq \theta \leq B(x)\}} f(x|\theta) dx \geq \gamma$.
- Fixado $\theta \in \Theta$, a probabilidade do intervalo aleatório $[A(X), B(X)]$ "ter θ como elemento" é ao menos γ .

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

$$\mathbb{P}\left(\frac{|\bar{X} - \theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta, \text{ ou}$$

- $\mathbb{P}\left(\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta.$
- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ .
- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ , esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). **PRECISÃO INICIAL (Barnett)**

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

$$\mathbb{P}\left(\frac{|\bar{X} - \theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta, \text{ ou}$$

- $\mathbb{P}\left(\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta.$
- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ .
- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ , esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). **PRECISÃO INICIAL (Barnett)**

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

$$\mathbb{P}\left(\frac{|\bar{X} - \theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta, \text{ ou}$$

- $\mathbb{P}\left(\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta.$

- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ .

- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ , esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). **PRECISÃO INICIAL (Barnett)**

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

$$\mathbb{P}\left(\frac{|\bar{X} - \theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta, \text{ ou}$$

- $\mathbb{P}\left(\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta.$

- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ .

- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ , esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). **PRECISÃO INICIAL (Barnett)**

Intervalos de Confiança

- Exemplo 1: seja $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo normal de média θ e variância 1. É fácil verificar que

$$\mathbb{P}\left(\frac{|\bar{X} - \theta|}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \leq \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta, \text{ ou}$$

- $\mathbb{P}\left(\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \mid \theta\right) = \gamma, \forall \theta \in \Theta.$
- Nesse caso, $[\bar{X} - \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}]$ é intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança γ .
- γ é a probabilidade (pré-amostragem) de que, dado θ , esse intervalo aleatório "tenha θ como elemento" (ou, em outras palavras, que a estimação de θ por $\bar{X}$ tenha erro pequeno). **PRECISÃO INICIAL (Barnett)**

Intervalos de Confiança

- **PRECISÃO INICIAL:** mede "quão bem" espera-se estimar θ com base em $\bar{X}$ **ANTES da observação dos dados.**
- No exemplo, suponhamos $n = 16$ e $\gamma = 0,95$ ($\Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} = 1,96$). Assim, $[\bar{X} - 0,49 \bar{X} + 0,49]$ é intervalo de confiança para θ com $\gamma = 0,95$.
- **PRECISÃO FINAL:** Conduzido o experimento, mede (deveria medir) "quão boa" $\bar{x}$ é como estimativa para θ **APÓS a observação dos dados.**
- No exemplo, suponhamos $n = 16$. Conduzido o experimento e observado $x = (x_1, \dots, x_{16})$ tal que $\bar{x} = 12$. Qual é a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

Intervalos de Confiança

- PRECISÃO INICIAL: mede "quão bem" espera-se estimar θ com base em $\bar{X}$ **ANTES da observação dos dados.**
- No exemplo, suponhamos $n = 16$ e $\gamma = 0,95$ ($\Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} = 1,96$). Assim,
 $[\bar{X} - 0,49 \bar{X} \quad \bar{X} + 0,49 \bar{X}]$ é intervalo de confiança para θ com $\gamma = 0,95$.
- PRECISÃO FINAL: Conduzido o experimento, mede (deveria medir) "quão boa" $\bar{x}$ é como estimativa para θ **APÓS a observação dos dados.**
- No exemplo, suponhamos $n = 16$. Conduzido o experimento e observado $x = (x_1, \dots, x_{16})$ tal que $\bar{x} = 12$. Qual é a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

Intervalos de Confiança

- PRECISÃO INICIAL: mede "quão bem" espera-se estimar θ com base em $\bar{X}$ **ANTES da observação dos dados.**
- No exemplo, suponhamos $n = 16$ e $\gamma = 0,95$ ($\Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} = 1,96$). Assim,
 $[\bar{X} - 0,49 \bar{X} \quad \bar{X} + 0,49 \bar{X}]$ é intervalo de confiança para θ com $\gamma = 0,95$.
- PRECISÃO FINAL: Conduzido o experimento, mede (deveria medir) "quão boa" $\bar{x}$ é como estimativa para θ **APÓS a observação dos dados.**
- No exemplo, suponhamos $n = 16$. Conduzido o experimento e observado $x = (x_1, \dots, x_{16})$ tal que $\bar{x} = 12$. Qual é a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

Intervalos de Confiança

- PRECISÃO INICIAL: mede "quão bem" espera-se estimar θ com base em $\bar{X}$ **ANTES da observação dos dados.**
- No exemplo, suponhamos $n = 16$ e $\gamma = 0,95$ ($\Phi_{\frac{1+\gamma}{2}}^{-1} = 1,96$). Assim,
 $[\bar{X} - 0,49 \bar{X} \quad \bar{X} + 0,49 \bar{X}]$ é intervalo de confiança para θ com $\gamma = 0,95$.
- PRECISÃO FINAL: Conduzido o experimento, mede (deveria medir) "quão boa" $\bar{x}$ é como estimativa para θ **APÓS a observação dos dados.**
- No exemplo, suponhamos $n = 16$. Conduzido o experimento e observado $x = (x_1, \dots, x_{16})$ tal que $\bar{x} = 12$. Qual é a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?

Intervalos de confiança

- Quão próximo $\bar{x} = 12$ está de θ ? Como medir, pós-experimentação, a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?
- Qual a interpretação/significado da estimativa por intervalo $[\bar{x} - 0,49, \bar{x} + 0,49] = [11,51, 12,49]$?
- Transferência (herança) de aspectos da construção pré-experimentação.
- Construção pré-experimentação

X

Inferência pós-experimentação

Intervalos de confiança

- Quão próximo $\bar{x} = 12$ está de θ ? Como medir, pós-experimentação, a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?
- Qual a interpretação/significado da estimativa por intervalo $[\bar{x} - 0,49, \bar{x} + 0,49] = [11,51, 12,49]$?
- Transferência (herança) de aspectos da construção pré-experimentação.
- Construção pré-experimentação

X

Inferência pós-experimentação

Intervalos de confiança

- Quão próximo $\bar{x} = 12$ está de θ ? Como medir, pós-experimentação, a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?
- Qual a interpretação/significado da estimativa por intervalo $[\bar{x} - 0,49, \bar{x} + 0,49] = [11,51, 12,49]$?
- Transferência (herança) de aspectos da construção pré-experimentação.
- Construção pré-experimentação

X

Inferência pós-experimentação

Intervalos de confiança

- Quão próximo $\bar{x} = 12$ está de θ ? Como medir, pós-experimentação, a precisão da estimativa $\bar{x} = 12$?
- Qual a interpretação/significado da estimativa por intervalo $[\bar{x} - 0,49, \bar{x} + 0,49] = [11,51, 12,49]$?
- Transferência (herança) de aspectos da construção pré-experimentação.
- Construção pré-experimentação

X

Inferência pós-experimentação

Intervalos de confiança

- Exemplo 2: $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo uniforme sobre o intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, $\theta \in \mathbb{R}$.
- $$\begin{aligned} \mathbb{P}(X_{(1)} \leq \theta \leq X_{(n)} \mid \theta) &= \\ &= 1 - \mathbb{P}(X_{(1)} > \theta \mid \theta) - \mathbb{P}(X_{(n)} < \theta \mid \theta) = \\ &= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \end{aligned}$$
- Assim, $[X_{(1)}, X_{(n)}]$ é um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.
- Outros intervalos poderiam ser derivados nesse caso: por exemplo, $[X_{(2)}, X_{(n-1)}]$, com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - (n+1)\frac{1}{2}^{n-1}$, ou $[X_{(j)}, X_{(n+1-j)}]$, com coeficiente de confiança ...

Intervalos de confiança

- Exemplo 2: $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo uniforme sobre o intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, $\theta \in \mathbb{R}$.
- $$\begin{aligned} \mathbb{P}(X_{(1)} \leq \theta \leq X_{(n)} \mid \theta) &= \\ &= 1 - \mathbb{P}(X_{(1)} > \theta \mid \theta) - \mathbb{P}(X_{(n)} < \theta \mid \theta) = \\ &= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \end{aligned}$$
- Assim, $[X_{(1)}, X_{(n)}]$ é um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.
- Outros intervalos poderiam ser derivados nesse caso: por exemplo, $[X_{(2)}, X_{(n-1)}]$, com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - (n+1)\frac{1}{2}^{n-1}$, ou $[X_{(j)}, X_{(n+1-j)}]$, com coeficiente de confiança ...

Intervalos de confiança

- Exemplo 2: $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo uniforme sobre o intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, $\theta \in \mathbb{R}$.
- $$\begin{aligned} \mathbb{P}(X_{(1)} \leq \theta \leq X_{(n)} \mid \theta) &= \\ &= 1 - \mathbb{P}(X_{(1)} > \theta \mid \theta) - \mathbb{P}(X_{(n)} < \theta \mid \theta) = \\ &= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \end{aligned}$$
- Assim, $[X_{(1)}, X_{(n)}]$ é um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.
- Outros intervalos poderiam ser derivados nesse caso: por exemplo, $[X_{(2)}, X_{(n-1)}]$, com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - (n+1)\frac{1}{2}^{n-1}$, ou $[X_{(j)}, X_{(n+1-j)}]$, com coeficiente de confiança ...

Intervalos de confiança

- Exemplo 2: $X = (X_1, \dots, X_n)$ AAS do modelo uniforme sobre o intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, $\theta \in \mathbb{R}$.
- $$\begin{aligned} \mathbb{P}(X_{(1)} \leq \theta \leq X_{(n)} \mid \theta) &= \\ &= 1 - \mathbb{P}(X_{(1)} > \theta \mid \theta) - \mathbb{P}(X_{(n)} < \theta \mid \theta) = \\ &= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \end{aligned}$$
- Assim, $[X_{(1)}, X_{(n)}]$ é um intervalo de confiança para θ com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.
- Outros intervalos poderiam ser derivados nesse caso: por exemplo, $[X_{(2)}, X_{(n-1)}]$, com coeficiente de confiança $\gamma = 1 - (n+1)\frac{1}{2}^{n-1}$, ou $[X_{(j)}, X_{(n+1-j)}]$, com coeficiente de confiança ...

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ , do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ , do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ , do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ , do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Intervalos de confiança

- No exemplo 2, consideremos $n = 6$. Assim, $[X_{(1)}, X_{(6)}]$ é intervalo de confiança com $\gamma = \frac{31}{32} \geq 0,95$. (Interpretar)
- Suponhamos $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$. Nesse caso, a estimativa por intervalo é dada por: $[9,55; 10,45]$.
- Como interpretar tal estimativa por intervalo? Há alguma afirmação probabilística, por assim dizer, na desigualdade (fixado θ) $9,55 \leq \theta \leq 10,45$?
- $X_{(1)} = 9,55$ e $X_{(6)} = 10,45$ revelam, indubitavelmente, que $9,95 \leq \theta \leq 10,05$ (COM CERTEZA!!!!).
- Note que o aumento de n produz, muito provavelmente, aumento do comprimento da estimativa por intervalo (e aumento de γ), e diminuição da incerteza sobre θ , do comprimento do intervalo onde θ (certamente) está!!!

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:
- A região aleatória $R : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

$$\mathbb{P}(\theta \in R(X) | \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta.$$

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).
- Na sequência, olharemos "likelihood regions"(intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:
- A região aleatória $R : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

$$\mathbb{P}(\theta \in R(X) | \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta.$$

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).
- Na sequência, olharemos "likelihood regions" (intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:
- A região aleatória $R : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

$$\mathbb{P}(\theta \in R(X) | \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta.$$

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).
- Na sequência, olharemos "likelihood regions" (intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:
- A região aleatória $R : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

$$\mathbb{P}(\theta \in R(X) | \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta.$$

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).
- Na sequência, olharemos "likelihood regions" (intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- No caso mais geral ($\Theta \subset \mathbb{R}^k$), definimos regiões de confiança:
- A região aleatória $R : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}(\subset \mathcal{P}(\Theta))$ é uma região de confiança para θ com coeficiente γ se

$$\mathbb{P}(\theta \in R(X) | \theta) \geq \gamma, \forall \theta \in \Theta.$$

- Algumas alternativas à abordagem vista até aqui: "likelihood intervals/regions", intervalos/regiões de probabilidade (ou credibilidade).
- Na sequência, olharemos "likelihood regions"(intervalos de probabilidade mais adiante).

Estimação por intervalo

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Suponhamos que exista EMV para θ , δ_{MV} . A região (intervalo) $R_{MV} : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ o conjunto

$$R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \geq \gamma\}$$

é chamado γ "likelihood region/interval" para θ , $\gamma \in (0, 1)$.

- Note que para cada $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ **depende apenas de V_x** , não envolve V_y , $y \neq x$.
- Voltemos ao exemplo 1. Nesse caso, $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$. Assim, para $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ é dado por

Estimação por intervalo

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Suponhamos que exista EMV para θ , δ_{MV} . A região (intervalo) $R_{MV} : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ o conjunto

$$R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \geq \gamma\}$$

é chamado γ "likelihood region/interval" para θ , $\gamma \in (0, 1)$.

- Note que para cada $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ depende apenas de V_x , não envolve V_y , $y \neq x$.
- Voltemos ao exemplo 1. Nesse caso, $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$. Assim, para $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ é dado por

Estimação por intervalo

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Suponhamos que exista EMV para θ , δ_{MV} . A região (intervalo) $R_{MV} : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ o conjunto

$$R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \geq \gamma\}$$

é chamado γ "likelihood region/interval" para θ , $\gamma \in (0, 1)$.

- Note que para cada $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ **depende apenas de V_x** , não envolve V_y , $y \neq x$.
- Voltemos ao exemplo 1. Nesse caso, $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$. Assim, para $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ é dado por

Estimação por intervalo

- $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Suponhamos que exista EMV para θ , δ_{MV} . A região (intervalo) $R_{MV} : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ o conjunto

$$R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} \geq \gamma\}$$

é chamado γ "likelihood region/interval" para θ , $\gamma \in (0, 1)$.

- Note que para cada $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ **depende apenas de V_x** , não envolve V_y , $y \neq x$.
- Voltemos ao exemplo 1. Nesse caso, $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$. Assim, para $x \in \mathcal{X}$, $R_{MV}(x)$ é dado por

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas
- $\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{2}}} = \dots = e^{-\frac{n}{2}(\theta - \bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$
- $\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}.$
- Assim, a estimativa por intervalo é dada por
- $R_{MV}(x) = [\bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}, \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}]$

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas

- $$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{2}}} = \dots = e^{-\frac{n}{2}(\theta - \bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

- $$\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}.$$

- Assim, a estimativa por intervalo é dada por

- $$R_{MV}(x) = \left[\bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}, \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \right]$$

Estimação por intervalo

• $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas

$$\bullet \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{2}}} = \dots = e^{-\frac{n}{2}(\theta - \bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

$$\bullet \Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}.$$

• Assim, a estimativa por intervalo é dada por

$$\bullet R_{MV}(x) = \left[\bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}, \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \right]$$

Estimação por intervalo

• $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas

$$\bullet \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{2}}} = \dots = e^{-\frac{n}{2}(\theta - \bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

$$\bullet \Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}.$$

• Assim, a estimativa por intervalo é dada por

$$\bullet R_{MV}(x) = \left[\bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}, \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \right]$$

Estimação por intervalo

• $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas

$$\bullet \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{2}}} = \dots = e^{-\frac{n}{2}(\theta - \bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

$$\bullet \Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}.$$

• Assim, a estimativa por intervalo é dada por

$$\bullet R_{MV}(x) = \left[\bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}, \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \right]$$

Estimação por intervalo

- $R_{MV}(x) = \{\theta \in \Theta : \frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} \geq \gamma\}$. Mas
- $$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\bar{x})} = \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2}{2}}}{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{2}}} = \dots = e^{-\frac{n}{2}(\theta - \bar{x})^2} \geq \gamma \Leftrightarrow$$
- $$\Leftrightarrow \bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}.$$
- Assim, a estimativa por intervalo é dada por
- $$R_{MV}(x) = \left[\bar{x} - \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}}, \bar{x} + \sqrt{\frac{-2 \log \gamma}{n}} \right]$$

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{(\theta + \frac{1}{2}) - (\theta - \frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}) ,$
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} , x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{(\theta + \frac{1}{2}) - (\theta - \frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}) ,$
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} , x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{(\theta + \frac{1}{2}) - (\theta - \frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}) ,$
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} , x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{(\theta + \frac{1}{2}) - (\theta - \frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}) ,$
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} , x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{(\theta + \frac{1}{2}) - (\theta - \frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}) ,$
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} , x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Voltando ao exemplo 2, temos que
- $V_x(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{(\theta + \frac{1}{2}) - (\theta - \frac{1}{2})} \mathbb{I}_{[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]}(x_i) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(\theta - \frac{1}{2} \leq x_{(1)} \leq x_{(n)} \leq \theta + \frac{1}{2}) \Rightarrow$
- $\Rightarrow V_x(\theta) = \mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}) ,$
- que atinge valor máximo 1 em qualquer ponto do intervalo $[x_{(n)} - \frac{1}{2} , x_{(1)} + \frac{1}{2}]$.

Estimação por intervalo

- Assim,

$$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}.$$

- Logo, a estimativa por intervalo é dada por

$$R_{MV}(x) = [x_{(n)} - \frac{1}{2}, x_{(1)} + \frac{1}{2}].$$

- Para os números fornecidos, $R_{MV}(x) = [9,95 ; 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,

$$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}.$$

- Logo, a estimativa por intervalo é dada por

$$R_{MV}(x) = [x_{(n)} - \frac{1}{2}, x_{(1)} + \frac{1}{2}].$$

- Para os números fornecidos, $R_{MV}(x) = [9,95 ; 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,

- $$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

- $$\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}.$$

- Logo, a estimativa por intervalo é dada por

- $$R_{MV}(x) = [x_{(n)} - \frac{1}{2}, x_{(1)} + \frac{1}{2}].$$

- Para os números fornecidos, $R_{MV}(x) = [9,95 ; 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,

- $$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

- $$\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}.$$

- Logo, a estimativa por intervalo é dada por

- $$R_{MV}(x) = [x_{(n)} - \frac{1}{2}, x_{(1)} + \frac{1}{2}].$$

- Para os números fornecidos, $R_{MV}(x) = [9,95 ; 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,

- $$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

- $$\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}.$$

- Logo, a estimativa por intervalo é dada por

- $$R_{MV}(x) = [x_{(n)} - \frac{1}{2}, x_{(1)} + \frac{1}{2}].$$

- Para os números fornecidos, $R_{MV}(x) = [9,95 ; 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,

$$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}.$$

- Logo, a estimativa por intervalo é dada por

$$R_{MV}(x) = [x_{(n)} - \frac{1}{2}, x_{(1)} + \frac{1}{2}].$$

- Para os números fornecidos, $R_{MV}(x) = [9,95 ; 10,05]$.

Estimação por intervalo

- Assim,

$$\frac{V_x(\theta)}{V_x(\delta_{MV}(x))} = \frac{\mathbb{I}(x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2})}{1} \geq \gamma \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_{(n)} - \frac{1}{2} \leq \theta \leq x_{(1)} + \frac{1}{2}.$$

- Logo, a estimativa por intervalo é dada por

$$R_{MV}(x) = [x_{(n)} - \frac{1}{2}, x_{(1)} + \frac{1}{2}].$$

- Para os números fornecidos, $R_{MV}(x) = [9,95 ; 10,05]$.