Inferência Estatística Comparada

AULA 5 - INFERÊNCIA CLÁSSICA

Estimação

- $\delta : \mathcal{X} \to \Theta$ é não-viesado para θ $(g(\theta))$ se, $\forall\, \theta \in \Theta$, $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \theta$ $(g(\theta))$, isto é,

- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \sum_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)\mathbb{P}(X = x|\theta) =$

  $= \sum_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)V_x(\theta) = \theta$, $\forall\, \theta \in \Theta$. (caso discreto)

- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \int_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)f(x|\theta) =$

  $= \int_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)V_x(\theta) = \theta$, $\forall\, \theta \in \Theta$. (caso contínuo)

- Obtido um estimador não-viesado δ, a estimativa a partir da observação $x \in \mathcal{X}$ é obtida aplicando-se δ em x, $\delta(x)$. A estimativa no ponto x não é obtida EXCLUSIVAMENTE a partir de V_x (no sentido de depender também de $V_{x'}(\theta), x' \neq x$): primeiro obtemos o estimador (função δ) e então aplicamos no ponto x.

Estimação

- $\delta : \mathcal{X} \to \Theta$ é não-viesado para θ $(g(\theta))$ se, $\forall\ \theta \in \Theta$, $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \theta\ (g(\theta))$, isto é,
- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \sum_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)\mathbb{P}(X = x|\theta) =$

  $= \sum_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)V_x(\theta) = \theta$, $\forall\ \theta \in \Theta$. (caso discreto)
- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \int_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)f(x|\theta) =$

  $= \int_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)V_x(\theta) = \theta$, $\forall\ \theta \in \Theta$. (caso contínuo)
- Obtido um estimador não-viesado δ, a estimativa a partir da observação $x \in \mathcal{X}$ é obtida aplicando-se δ em x, $\delta(x)$. A estimativa no ponto x não é obtida EXCLUSIVAMENTE a partir de V_x (no sentido de depender também de $V_{x'}(\theta), x' \neq x$): primeiro obtemos o estimador (função δ) e então aplicamos no ponto x.

Estimação

- $\delta : \mathcal{X} \to \Theta$ é não-viesado para θ $(g(\theta))$ se, $\forall\ \theta \in \Theta$, $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \theta\ (g(\theta))$, isto é,

- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \sum_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)\mathbb{P}(X = x|\theta) =$
  $= \sum_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)V_x(\theta) = \theta$, $\forall\ \theta \in \Theta$. (caso discreto)

- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \int_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)f(x|\theta) =$
  $= \int_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)V_x(\theta) = \theta$, $\forall\ \theta \in \Theta$. (caso contínuo)

- Obtido um estimador não-viesado δ, a estimativa a partir da observação $x \in \mathcal{X}$ é obtida aplicando-se δ em x, $\delta(x)$. A estimativa no ponto x não é obtida EXCLUSIVAMENTE a partir de V_x (no sentido de depender também de $V_{x'}(\theta), x' \neq x$): primeiro obtemos o estimador (função δ) e então aplicamos no ponto x.

Estimação

- $\delta : \mathcal{X} \to \Theta$ é não-viesado para θ $(g(\theta))$ se, $\forall\ \theta \in \Theta$, $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \theta\ (g(\theta))$, isto é,
- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \sum_{x \in \mathcal{X}} \delta(x)\mathbb{P}(X = x|\theta) =$
  $= \sum_{x \in \mathcal{X}} \delta(x) V_x(\theta) = \theta$, $\forall\ \theta \in \Theta$. (caso discreto)
- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) = \int_{x \in \mathcal{X}} \delta(x) f(x|\theta) =$
  $= \int_{x \in \mathcal{X}} \delta(x) V_x(\theta) = \theta$, $\forall\ \theta \in \Theta$. (caso contínuo)
- Obtido um estimador não-viesado δ, a estimativa a partir da observação $x \in \mathcal{X}$ é obtida aplicando-se δ em x, $\delta(x)$. A estimativa no ponto x não é obtida EXCLUSIVAMENTE a partir de V_x (no sentido de depender também de $V_{x'}(\theta), x' \neq x$): primeiro obtemos o estimador (função δ) e então aplicamos no ponto x.

Estimação

- $\delta : \mathcal{X} \to \Theta$ é não-viesado para θ $(g(\theta))$ se, $\forall\ \theta \in \Theta$, $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) \ = \ \theta \ (g(\theta))$, isto é,
- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) \ = \ \sum_{x\in\mathcal{X}} \delta(x)\mathbb{P}(X = x|\theta) \ =$

  $= \ \sum_{x\in\mathcal{X}} \delta(x) V_x(\theta) \ = \ \theta$, $\forall\ \theta \in \Theta$. (caso discreto)
- $\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) \ = \ \int_{x\in\mathcal{X}} \delta(x) f(x|\theta) \ =$

  $= \ \int_{x\in\mathcal{X}} \delta(x) V_x(\theta) \ = \ \theta$, $\forall\ \theta \in \Theta$. (caso contínuo)
- Obtido um estimador não-viesado δ, a estimativa a partir da observação $x \in \mathcal{X}$ é obtida aplicando-se δ em x, $\delta(x)$. A estimativa no ponto x não é obtida EXCLUSIVAMENTE a partir de V_x (no sentido de depender também de $V_{x'}(\theta), x' \neq x$): primeiro obtemos o estimador (função δ) e então aplicamos no ponto x.

Estimação

- **ESTIMACÃO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANCA**

- $\delta_{MV} : \mathcal{X} \to \Theta$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ um ponto de máximo de $V_x(\cdot)$ é estimador de máxima verossimilhança (EMV) para θ.

- No exemplo 2 (AAS do modelo Bernoulli (θ)), verifica-se que $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$ é o EMV para θ (nesse caso, o EMV coincide com o estimador não-viesado obtido na aula anterior).

- Por exemplo, para $n = 5$ e observado $x = (1, 0, 0, 1, 0)$, a estimativa de máxima verossimilhança, $2/5$, maximiza $V_x(\theta) = \theta^2(1-\theta)^3$. Note que tal estimativa é (pode ser) determinada EXCLUSIVAMENTE a partir de $V_{(1,0,0,1,0)}$, sem levar em conta $V_{x'}$, para qualquer $x' \neq x$.

Estimação

- **ESTIMACÃO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANCA**

- $\delta_{MV} : \mathcal{X} \to \Theta$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ um ponto de máximo de $V_x(\cdot)$ é estimador de máxima verossimilhança (EMV) para θ.

- No exemplo 2 (AAS do modelo Bernoulli (θ)), verifica-se que $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$ é o EMV para θ (nesse caso, o EMV coincide com o estimador não-viesado obtido na aula anterior).

- Por exemplo, para $n = 5$ e observado $x = (1, 0, 0, 1, 0)$, a estimativa de máxima verossimilhança, $2/5$, maximiza $V_x(\theta) = \theta^2(1-\theta)^3$. Note que tal estimativa é (pode ser) determinada EXCLUSIVAMENTE a partir de $V_{(1,0,0,1,0)}$, sem levar em conta $V_{x'}$, para qualquer $x' \neq x$.

Estimação

- **ESTIMACÃO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANCA**

- $\delta_{MV} : \mathcal{X} \to \Theta$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ um ponto de máximo de $V_x(\cdot)$ é estimador de máxima verossimilhança (EMV) para θ.

- No exemplo 2 (AAS do modelo Bernoulli (θ)), verifica-se que $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$ é o EMV para θ (nesse caso, o EMV coincide com o estimador não-viesado obtido na aula anterior).

- Por exemplo, para $n = 5$ e observado $x = (1, 0, 0, 1, 0)$, a estimativa de máxima verossimilhança, $2/5$, maximiza $V_x(\theta) = \theta^2(1-\theta)^3$. Note que tal estimativa é (pode ser) determinada EXCLUSIVAMENTE a partir de $V_{(1,0,0,1,0)}$, sem levar em conta $V_{x'}$, para qualquer $x' \neq x$.

Estimação

- **ESTIMACÃO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANCA**

- $\delta_{MV} : \mathcal{X} \to \Theta$ que associa a cada $x \in \mathcal{X}$ um ponto de máximo de $V_x(\cdot)$ é estimador de máxima verossimilhança (EMV) para θ.

- No exemplo 2 (AAS do modelo Bernoulli (θ)), verifica-se que $\delta_{MV}(X) = \bar{X}$ é o EMV para θ (nesse caso, o EMV coincide com o estimador não-viesado obtido na aula anterior).

- Por exemplo, para $n = 5$ e observado $x = (1, 0, 0, 1, 0)$, a estimativa de máxima verossimilhança, $2/5$, maximiza $V_x(\theta) = \theta^2(1-\theta)^3$. Note que tal estimativa é (pode ser) determinada EXCLUSIVAMENTE a partir de $V_{(1,0,0,1,0)}$, sem levar em conta $V_{x'}$, para qualquer $x' \neq x$.

Estimação

- Para $g(\theta) = \theta^2$, o EMV para $g(\theta)$ é facilmente determinado pela propriedade de INVARIÂNCIA:

$$g(\hat{\theta})_{MV} = g(\delta_{MV})$$

- Assim, $\hat{\theta^2}_{MV}(X) = (\delta_{MV}(X))^2 = \bar{X}^2$. Aqui, ENVVUM e EMV são distintos. É razoável tentar estabelecer algum tipo de comparação entre tais estimadores? Se sim, sob quais aspectos?

Estimação

- Para $g(\theta) = \theta^2$, o EMV para $g(\theta)$ é facilmente determinado pela propriedade de INVARIÂNCIA:

  $$g(\hat{\theta})_{MV} = g(\delta_{MV})$$

- Assim, $\hat{\theta^2}_{MV}(X) = (\delta_{MV}(X))^2 = \bar{X}^2$. Aqui, ENVVUM e EMV são distintos. É razoável tentar estabelecer algum tipo de comparação entre tais estimadores? Se sim, sob quais aspectos?

Estimação

- Para $g(\theta) = \theta^2$, o EMV para $g(\theta)$ é facilmente determinado pela propriedade de INVARIÂNCIA:

  $$g(\hat{\theta})_{MV} \;=\; g(\delta_{MV})$$

- Assim, $\hat{\theta^2}_{MV}(X) \;=\; (\delta_{MV}(X))^2 = \bar{X}^2$. Aqui, ENVVUM e EMV são distintos. É razoável tentar estabelecer algum tipo de comparação entre tais estimadores? Se sim, sob quais aspectos?

Estimação

- No exemplo 1, vimos que, para $x \in \{1, 2, 3, ...\}$,
- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$,
- de modo que a estimativa de máxima verossimilhança ao observar $x \in \mathcal{X}$ é $\delta_{MV}(x) = x$ (consequentemente, o EMV é $\delta_{MV}(X) = X$).
- O estimador não-viesado "ótimo"nesse caso é $\delta_U(X) = 2X - 1$. Como (se possível) comparar δ_{MV} e δ_U?
- Como no exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)), a estimativa de máxima verossimilhança ao observar x depende APENAS de V_x, sem fazer menção a qualquer $V_{x'}$, $x' \neq x$.

Estimação

- No exemplo 1, vimos que, para $x \in \{1, 2, 3, ...\}$,
- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$,
- de modo que a estimativa de máxima verossimilhança ao observar $x \in \mathcal{X}$ é $\delta_{MV}(x) = x$ (consequentemente, o EMV é $\delta_{MV}(X) = X$).
- O estimador não-viesado "ótimo"nesse caso é $\delta_U(X) = 2X - 1$. Como (se possível) comparar δ_{MV} e δ_U?
- Como no exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)), a estimativa de máxima verossimilhança ao observar x depende APENAS de V_x, sem fazer menção a qualquer $V_{x'}$, $x' \neq x$.

Estimação

- No exemplo 1, vimos que, para $x \in \{1, 2, 3, ...\}$,
- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$,
- de modo que a estimativa de máxima verossimilhança ao observar $x \in \mathcal{X}$ é $\delta_{MV}(x) = x$ (consequentemente, o EMV é $\delta_{MV}(X) = X$).
- O estimador não-viesado "ótimo"nesse caso é $\delta_U(X) = 2X - 1$. Como (se possível) comparar δ_{MV} e δ_U?
- Como no exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)), a estimativa de máxima verossimilhança ao observar x depende APENAS de V_x, sem fazer menção a qualquer $V_{x'}$, $x' \neq x$.

Estimação

- No exemplo 1, vimos que, para $x \in \{1, 2, 3, ...\}$,
- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$,
- de modo que a estimativa de máxima verossimilhança ao observar $x \in \mathcal{X}$ é $\delta_{MV}(x) = x$ (consequentemente, o EMV é $\delta_{MV}(X) = X$).
- O estimador não-viesado "ótimo"nesse caso é $\delta_U(X) = 2X - 1$. Como (se possível) comparar δ_{MV} e δ_U?
- Como no exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)), a estimativa de máxima verossimilhança ao observar x depende APENAS de V_x, sem fazer menção a qualquer $V_{x'}$, $x' \neq x$.

Estimação

- No exemplo 1, vimos que, para $x \in \{1, 2, 3, ...\}$,
- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$,
- de modo que a estimativa de máxima verossimilhança ao observar $x \in \mathcal{X}$ é $\delta_{MV}(x) = x$ (consequentemente, o EMV é $\delta_{MV}(X) = X$).
- O estimador não-viesado "ótimo"nesse caso é $\delta_U(X) = 2X - 1$. Como (se possível) comparar δ_{MV} e δ_U?
- Como no exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)), a estimativa de máxima verossimilhança ao observar x depende APENAS de V_x, sem fazer menção a qualquer $V_{x'}$, $x' \neq x$.

Estimação

- Resumidamente:

- 1) Para a observação $x \in \mathcal{X}$, a obtenção da estimativa de máxima verossimilhança depende EXCLUSIVAMENTE de V_x ; a estimativa não-viesada depende da construção do estimador (função), que, por sua vez, depende de TODAS $\{V_{x'} : x' \in \mathcal{X}\}$ e subsequente aplicação do estimador construído no ponto x.

- 2) Para comparar tais estimadores, além da propriedade que caracteriza estimadores não-viesados, podemos fazer uso de medidas de desempenho desses estimadores: Erro Quadrático Médio (EQM), Erro Absoluto Médio, dentre outros riscos (funções de risco).

Estimação

- Resumidamente:
- 1) Para a observação $x \in \mathcal{X}$, a obtenção da estimativa de máxima verossimilhança depende EXCLUSIVAMENTE de V_x ; a estimativa não-viesada depende da construção do estimador (função), que, por sua vez, depende de TODAS $\{V_{x'} : x' \in \mathcal{X}\}$ e subsequente aplicação do estimador construído no ponto x.
- 2) Para comparar tais estimadores, além da propriedade que caracteriza estimadores não-viesados, podemos fazer uso de medidas de desempenho desses estimadores: Erro Quadrático Médio (EQM), Erro Absoluto Médio, dentre outros riscos (funções de risco).

Estimação

- Resumidamente:
- 1) Para a observação $x \in \mathcal{X}$, a obtenção da estimativa de máxima verossimilhança depende EXCLUSIVAMENTE de V_x ; a estimativa não-viesada depende da construção do estimador (função), que, por sua vez, depende de TODAS $\{V_{x'} : x' \in \mathcal{X}\}$ e subsequente aplicação do estimador construído no ponto x.
- 2) Para comparar tais estimadores, além da propriedade que caracteriza estimadores não-viesados, podemos fazer uso de medidas de desempenho desses estimadores: Erro Quadrático Médio (EQM), Erro Absoluto Médio, dentre outros riscos (funções de risco).

Estimação

- Critério para comparação de (desempenho de) estimadores: **Erro Quadrático Médio (EQM)**

- $EQM(\delta(X)|\theta) = \mathbb{E}((\delta(X)-\theta)^2|\theta) =$
  $= \sum_{x\in\mathcal{X}}(\delta(x)-\theta)^2\,\mathbb{P}(X=x|\theta)$. (caso discreto)
  $= \int_{x\in\mathcal{X}}(\delta(x)-\theta)^2\,f(x|\theta)d\theta$. (caso contínuo)

- Expressão alternativa:
  $$EQM(\delta(X)|\theta) = \{\mathbb{E}(\delta(X)|\theta)-\theta\}^2 + VAR(\delta(X)|\theta)$$

- Note que, em geral, $EQM(\delta(X)|\theta)$ depende de θ!!!!

Estimação

- Critério para comparação de (desempenho de) estimadores: **Erro Quadrático Médio (EQM)**
- $EQM(\delta(X)|\theta) = \mathbb{E}((\delta(X) - \theta)^2|\theta) =$
  $= \sum_{x \in \mathcal{X}} (\delta(x) - \theta)^2 \, \mathbb{P}(X = x|\theta)$. (caso discreto)
  $= \int_{x \in \mathcal{X}} (\delta(x) - \theta)^2 \, f(x|\theta) d\theta$. (caso contínuo)
- Expressão alternativa:
  $$EQM(\delta(X)|\theta) = \{\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) - \theta\}^2 + VAR(\delta(X)|\theta)$$
- Note que, em geral, $EQM(\delta(X)|\theta)$ depende de θ!!!!

Estimação

- Critério para comparação de (desempenho de) estimadores: **Erro Quadrático Médio (EQM)**
- $EQM(\delta(X)|\theta) = \mathbb{E}((\delta(X) - \theta)^2|\theta) =$
  $= \sum_{x\in\mathcal{X}}(\delta(x) - \theta)^2\ \mathbb{P}(X = x|\theta)$. (caso discreto)
  $= \int_{x\in\mathcal{X}}(\delta(x) - \theta)^2\ f(x|\theta)d\theta$. (caso contínuo)
- Expressão alternativa:
  $EQM(\delta(X)|\theta) = \{\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) - \theta\}^2 + VAR(\delta(X)|\theta)$
- Note que, em geral, $EQM(\delta(X)|\theta)$ depende de θ!!!!

Estimação

- Critério para comparação de (desempenho de) estimadores: **Erro Quadrático Médio (EQM)**

- $EQM(\delta(X)|\theta) \;=\; \mathbb{E}((\delta(X)-\theta)^2|\theta) \;=$

  $= \;\sum_{x\in\mathcal{X}}(\delta(x)-\theta)^2\;\mathbb{P}(X=x|\theta)$. (caso discreto)

  $= \;\int_{x\in\mathcal{X}}(\delta(x)-\theta)^2\;f(x|\theta)d\theta$. (caso contínuo)

- Expressão alternativa:

  $$EQM(\delta(X)|\theta) \;=\; \{\mathbb{E}(\delta(X)|\theta)-\theta\}^2 \;+\; VAR(\delta(X)|\theta)$$

- Note que, em geral, $EQM(\delta(X)|\theta)$ depende de θ!!!!

Estimação

- Critério para comparação de (desempenho de) estimadores: **Erro Quadrático Médio (EQM)**
- $EQM(\delta(X)|\theta) = \mathbb{E}((\delta(X) - \theta)^2|\theta) =$

  $= \sum_{x \in \mathcal{X}} (\delta(x) - \theta)^2 \, \mathbb{P}(X = x|\theta)$. (caso discreto)

  $= \int_{x \in \mathcal{X}} (\delta(x) - \theta)^2 \, f(x|\theta) d\theta$. (caso contínuo)
- Expressão alternativa:

  $$EQM(\delta(X)|\theta) = \{\mathbb{E}(\delta(X)|\theta) - \theta\}^2 + VAR(\delta(X)|\theta)$$
- Note que, em geral, $EQM(\delta(X)|\theta)$ depende de θ!!!!

Estimação

- No Exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)). Consideremos os seguintes estimadores:

- $\delta_1(X) = \bar{X} = \frac{X_1+\ldots+X_n}{n}$ (EMV não-viesado)

- $\delta_2(X) = \frac{X_1+X_2}{2}$

- $\delta_3(X) = \frac{1 + n\bar{X}}{n + 2}$

- $\delta_4(X) = \frac{17}{100}$

Estimação

- No Exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)). Consideremos os seguintes estimadores:
- $\delta_1(X) = \bar{X} = \frac{X_1+...+X_n}{n}$ (EMV não-viesado)
- $\delta_2(X) = \frac{X_1+X_2}{2}$
- $\delta_3(X) = \frac{1 + n\bar{X}}{n + 2}$
- $\delta_4(X) = \frac{17}{100}$

Estimação

- No Exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)). Consideremos os seguintes estimadores:
- $\delta_1(X) = \bar{X} = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$ (EMV não-viesado)
- $\delta_2(X) = \frac{X_1 + X_2}{2}$
- $\delta_3(X) = \frac{1 + n\bar{X}}{n + 2}$
- $\delta_4(X) = \frac{17}{100}$

Estimação

- No Exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)). Consideremos os seguintes estimadores:
- $\delta_1(X) = \bar{X} = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$ (EMV não-viesado)
- $\delta_2(X) = \frac{X_1 + X_2}{2}$
- $\delta_3(X) = \frac{1 + n\bar{X}}{n + 2}$
- $\delta_4(X) = \frac{17}{100}$

Estimação

- No Exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)). Consideremos os seguintes estimadores:
- $\delta_1(X) = \bar{X} = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$ (EMV não-viesado)
- $\delta_2(X) = \frac{X_1 + X_2}{2}$
- $\delta_3(X) = \frac{1 + n\bar{X}}{n + 2}$
- $\delta_4(X) = \frac{17}{100}$

Estimação

- No Exemplo 2 (AAS Bernoulli(θ)). Consideremos os seguintes estimadores:
- $\delta_1(X) = \bar{X} = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$ (EMV não-viesado)
- $\delta_2(X) = \frac{X_1 + X_2}{2}$
- $\delta_3(X) = \frac{1 + n\bar{X}}{n + 2}$
- $\delta_4(X) = \frac{17}{100}$

Estimação

- Vamos determinar o EQM de cada um dos estimadores:
- $EQM(\delta_1(X)|\theta) = 0^2 \ + \ VAR(\bar{X}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$
- $EQM(\delta_2(X)|\theta) = 0^2 \ + \ VAR(\frac{X_1+X_2}{2}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{2}$
- $EQM(\delta_3(X)|\theta) =$

$$= \ \{\mathbb{E}(\frac{1+n\bar{X}}{n+2}|\theta) - \theta\}^2 \ + \ VAR(\frac{1+n\bar{X}}{n+2}|\theta) \ =$$

$$= \ \{\frac{1+n\theta}{n+2} - \theta)\}^2 \ + \ \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2} \ \rightarrow$$

$$\Rightarrow \ EQM(\delta_3(X)|\theta) \ = \ (\frac{1-2\theta}{n+2})^2 \ + \ \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$$

Estimação

- Vamos determinar o EQM de cada um dos estimadores:
- $EQM(\delta_1(X)|\theta) = 0^2 + VAR(\bar{X}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$
- $EQM(\delta_2(X)|\theta) = 0^2 + VAR(\frac{X_1+X_2}{2}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{2}$
- $EQM(\delta_3(X)|\theta) =$

$$= \{\mathbb{E}(\frac{1+n\bar{X}}{n+2}|\theta) - \theta\}^2 + VAR(\frac{1+n\bar{X}}{n+2}|\theta) =$$

$$= \{\frac{1+n\theta}{n+2} - \theta)\}^2 + \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2} \rightarrow$$

$$\Rightarrow EQM(\delta_3(X)|\theta) = (\frac{1-2\theta}{n+2})^2 + \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$$

Estimação

- Vamos determinar o EQM de cada um dos estimadores:

- $EQM(\delta_1(X)|\theta) = 0^2 \; + \; VAR(\bar{X}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$

- $EQM(\delta_2(X)|\theta) = 0^2 \; + \; VAR(\frac{X_1+X_2}{2}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{2}$

- $EQM(\delta_3(X)|\theta) =$

$$= \; \{\mathbb{E}(\frac{1+n\bar{X}}{n+2}|\theta) - \theta\}^2 \; + \; VAR(\frac{1+n\bar{X}}{n+2}|\theta) \; =$$

$$= \; \{\frac{1+n\theta}{n+2} - \theta)\}^2 \; + \; \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2} \; \rightarrow$$

$$\Rightarrow \; EQM(\delta_3(X)|\theta) \; = \; (\frac{1-2\theta}{n+2})^2 \; + \; \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$$

Estimação

- Vamos determinar o EQM de cada um dos estimadores:

- $EQM(\delta_1(X)|\theta) = 0^2 \;+\; VAR(\bar{X}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$

- $EQM(\delta_2(X)|\theta) = 0^2 \;+\; VAR(\frac{X_1+X_2}{2}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{2}$

- $EQM(\delta_3(X)|\theta) =$

  $= \;\{\mathbb{E}(\frac{1+n\bar{X}}{n+2}|\theta) - \theta\}^2 \;+\; VAR(\frac{1+n\bar{X}}{n+2}|\theta) \;=$

  $= \;\{\frac{1+n\theta}{n+2} - \theta)\}^2 \;+\; \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2} \;\rightarrow$

  $\Rightarrow \;EQM(\delta_3(X)|\theta) \;=\; (\frac{1-2\theta}{n+2})^2 \;+\; \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$

Estimação

- Vamos determinar o EQM de cada um dos estimadores:

- $EQM(\delta_1(X)|\theta) = 0^2 \; + \; VAR(\bar{X}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$

- $EQM(\delta_2(X)|\theta) = 0^2 \; + \; VAR(\frac{X_1+X_2}{2}|\theta) = \frac{\theta(1-\theta)}{2}$

- $EQM(\delta_3(X)|\theta) =$

$$= \{\mathbb{E}(\frac{1 + n\bar{X}}{n + 2}|\theta) - \theta\}^2 \; + \; VAR(\frac{1 + n\bar{X}}{n + 2}|\theta) \; =$$

$$= \{\frac{1 + n\theta}{n + 2} - \theta)\}^2 \; + \; \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2} \; \rightarrow$$

$$\Rightarrow \; EQM(\delta_3(X)|\theta) \; = \; (\frac{1 - 2\theta}{n + 2})^2 \; + \; \frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$$

Estimação

- Finalmente,
- $EQM(\delta_4(X)|\theta) =$

$= \{\mathbb{E}(\delta_4(X)|\theta) - \theta\}^2 + VAR(\delta_4(X)|\theta) =$

$= (\frac{17}{100} - \theta)^2 + 0 = (\frac{17}{100} - \theta)^2$

Estimação

- Finalmente,
- $EQM(\delta_4(X)|\theta) =$

$= \{\mathbb{E}(\delta_4(X)|\theta) - \theta\}^2 + VAR(\delta_4(X)|\theta) =$

$= (\frac{17}{100} - \theta)^2 + 0 = (\frac{17}{100} - \theta)^2$

Estimação

- Finalmente,
- $EQM(\delta_4(X)|\theta) =$

  $= \{\mathbb{E}(\delta_4(X)|\theta) - \theta\}^2 + VAR(\delta_4(X)|\theta) =$

  $= (\frac{17}{100} - \theta)^2 + 0 = (\frac{17}{100} - \theta)^2$

Estimação

- Voltando ao exemplo 1 (da urna). Consideremos os estimadores:
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ (estimador não-viesado)
- $\delta_2(X) = X$ (EMV)
- $\delta_3(X) = 10$
- Exercício: Determinar o EQM de cada um dos estimadores acima.

Estimação

- Voltando ao exemplo 1 (da urna). Consideremos os estimadores:
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ (estimador não-viesado)
- $\delta_2(X) = X$ (EMV)
- $\delta_3(X) = 10$
- Exercício: Determinar o EQM de cada um dos estimadores acima.

Estimação

- Voltando ao exemplo 1 (da urna). Consideremos os estimadores:
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ (estimador não-viesado)
- $\delta_2(X) = X$ (EMV)
- $\delta_3(X) = 10$
- Exercício: Determinar o EQM de cada um dos estimadores acima.

Estimação

- Voltando ao exemplo 1 (da urna). Consideremos os estimadores:
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ (estimador não-viesado)
- $\delta_2(X) = X$ (EMV)
- $\delta_3(X) = 10$
- Exercício: Determinar o EQM de cada um dos estimadores acima.

Estimação

- Voltando ao exemplo 1 (da urna). Consideremos os estimadores:
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ (estimador não-viesado)
- $\delta_2(X) = X$ (EMV)
- $\delta_3(X) = 10$
- Exercício: Determinar o EQM de cada um dos estimadores acima.

Estimação

- Voltando ao exemplo 1 (da urna). Consideremos os estimadores:
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ (estimador não-viesado)
- $\delta_2(X) = X$ (EMV)
- $\delta_3(X) = 10$
- Exercício: Determinar o EQM de cada um dos estimadores acima.

Estimação

- Outros aspectos para apreciação (mais adiante):
- 1) Propriedades para grandes amnostras
- 2) Conexão com Princípios de Inferência Estatística
- 3) Conexão com Teoria da Decisão
- 4) Relação com Identificabilidade de modelos
- 5) Outros aspectos (computacionais, etc.)

Estimação

- Outros aspectos para apreciação (mais adiante):
- 1) Propriedades para grandes amnostras
- 2) Conexão com Princípios de Inferência Estatística
- 3) Conexão com Teoria da Decisão
- 4) Relação com Identificabilidade de modelos
- 5) Outros aspectos (computacionais, etc.)

Estimação

- Outros aspectos para apreciação (mais adiante):
- 1) Propriedades para grandes amnostras
- 2) Conexão com Princípios de Inferência Estatística
- 3) Conexão com Teoria da Decisão
- 4) Relação com Identificabilidade de modelos
- 5) Outros aspectos (computacionais, etc.)

Estimação

- Outros aspectos para apreciação (mais adiante):
- 1) Propriedades para grandes amnostras
- 2) Conexão com Princípios de Inferência Estatística
- 3) Conexão com Teoria da Decisão
- 4) Relação com Identificabilidade de modelos
- 5) Outros aspectos (computacionais, etc.)

Estimação

- Outros aspectos para apreciação (mais adiante):
- 1) Propriedades para grandes amnostras
- 2) Conexão com Princípios de Inferência Estatística
- 3) Conexão com Teoria da Decisão
- 4) Relação com Identificabilidade de modelos
- 5) Outros aspectos (computacionais, etc.)

Estimação

- Outros aspectos para apreciação (mais adiante):
- 1) Propriedades para grandes amnostras
- 2) Conexão com Princípios de Inferência Estatística
- 3) Conexão com Teoria da Decisão
- 4) Relação com Identificabilidade de modelos
- 5) Outros aspectos (computacionais, etc.)

Estimação

- Outros aspectos para apreciação (mais adiante):
- 1) Propriedades para grandes amnostras
- 2) Conexão com Princípios de Inferência Estatística
- 3) Conexão com Teoria da Decisão
- 4) Relação com Identificabilidade de modelos
- 5) Outros aspectos (computacionais, etc.)