



## MOVIMENTO DE PARTÍCULAS EM FLUIDOS

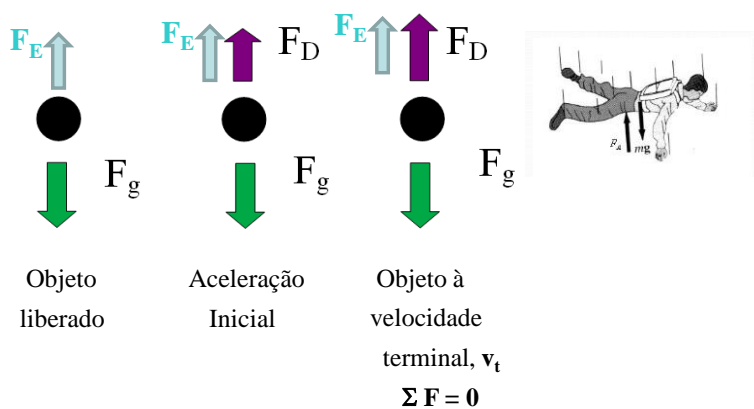
*Presente em vários processos industriais:*

➤ **Existem várias possibilidades:**

- a) Fluido parado – partículas se movimentam (ex. sedimentação, centrifugação)
- b) Fluido se movimenta – partículas paradas (filtração, escoamento em leito fixo)
- c) Fluido e partículas se movimentam em uma mesma direção (transporte pneumático de sólidos, fluidização)
- d) Fluidos e partículas se movimentam em direções opostas (ex. elutriação)

- Velocidade terminal,  $v_t$
- Forças atuando em uma partícula,  $F_R$
- Coeficiente de arraste,  $C_D$
- Reynolds de partícula,  $R_{ep}$
- Lei de Stokes.

## – Velocidade terminal, $v_t$



$F_g$  = Força da gravidade,

$F_E$  = Força de empuxo,

$F_D$  = Força de arraste (atrito do fluido).

## -Forças resultantes na partícula, $F_R$

(ex. ação da aceleração da gravidade,  $g$ )

$$F_R = F_g - F_E - F_D$$

$$F_g = m \cdot a = m \cdot g = \rho_p \cdot V_p \cdot g$$

$$F_E = m_{f\text{-deslocado}} \cdot a = \rho_f \cdot V_{f\text{-deslocado}} \cdot g = \rho_f \cdot V_p \cdot g$$

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot A_c \cdot C_D \cdot v_r^2 \quad - \quad v_r = (v_f - v_p)$$

$$\Rightarrow F_R = m_p \cdot a_r = \rho_p \cdot V_p \cdot g - \rho_f \cdot V_p \cdot g - \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot A_c \cdot C_D \cdot v_r^2 \quad (1)$$

### -Onde:

$m_p$  = massa da partícula

$a$  = aceleração

$g$  = aceleração gravidade

$\rho_p$  = densidade da partícula

$\rho_f$  = densidade do fluido

$V_p$  = volume da partícula

$m_{f\text{-deslocado}}$  = massa fluido deslocada

$A_c$  = área “característica” da partícula

$C_D$  = coeficiente de arraste

$v_r$  = velocidade relativa

$v_f$  = velocidade do fluido

$v_p$  = velocidade da partícula

## ➤ Velocidade terminal, $v_t$

- Considerando partícula isolada, sobre ação da força gravidade, movimento uniforme (sem aceleração), a partir do balanço de forças:

$$F_R = m_p \cdot a_r = 0 = \rho_p \cdot V_p \cdot g - \rho_f \cdot V_p \cdot g - 1/2 \cdot \rho_f \cdot A_c \cdot C_D \cdot v_t^2$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2 \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot V_p \cdot g}{\rho_f \cdot A_c \cdot C_D}} \quad (2)$$

$V_p, A_c, C_D$ ?

**Partículas esféricas:**

$$A_c = \Pi/4 \cdot d_p^2 \quad (\text{área projetada})$$

$$V_p = \Pi/6 \cdot d_p^3$$



direção fluido

- Irregulares : Usar diâmetros equivalentes > Próximas aulas

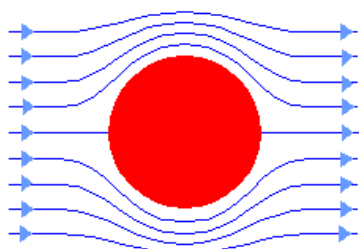
Substituindo  $V_p$  e  $A_c$  em [2] tem-se:

$$v_r = \sqrt{\frac{4 \cdot d_p \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_f)}{3 \cdot C_D \cdot \rho_f}} \quad [3]$$

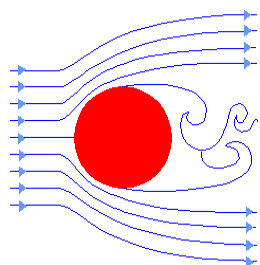
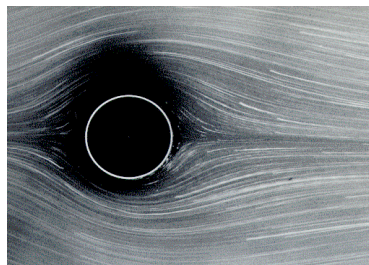


**E o valor de  $C_D$ ?**

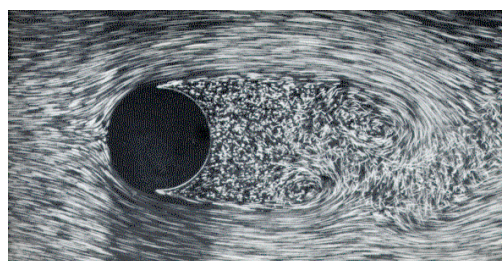
$$C_D = \frac{2(\rho_p - \rho_f)V_p g}{A_c \rho_f v_r^2} = f(Re_p)$$



Escoamento laminar:

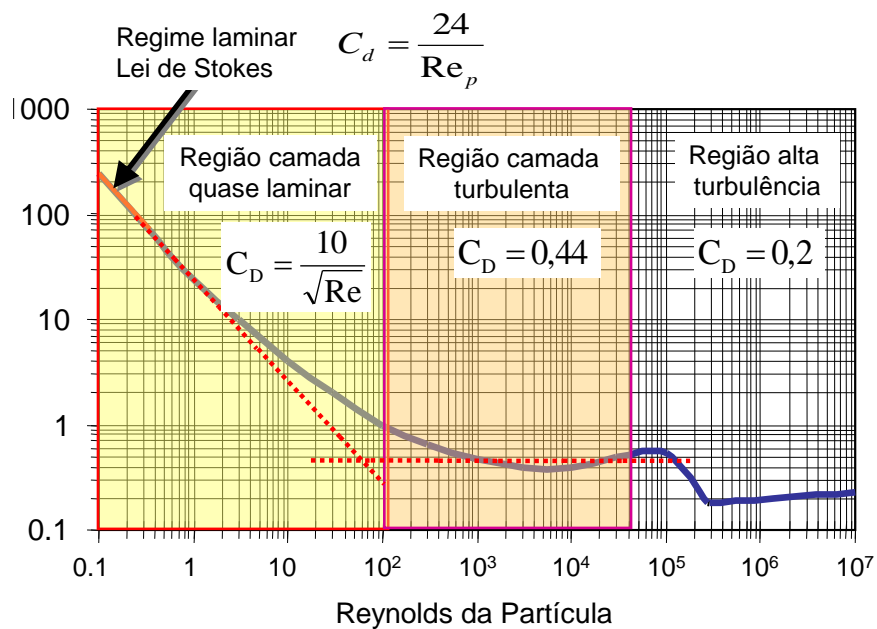


Escoamento turbulento:



<http://www.youtube.com/watch?v=LvVuuaqCC7A&feature=related>

### Gráfico do Coeficiente de Atrito – Esferas lisas

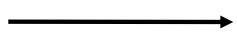


O coeficiente de arraste ( $C_D$ ) é função do número de Reynolds da Partícula:

$$C_D = f(\text{Re}) \text{ , onde } \text{Re}_p = \frac{d_p v_r \rho_f}{\mu_f}$$

Regime Laminar  
(Eq. de Stokes)

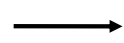
$$\text{Re}_p < 0,4$$



$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p}$$

Regime Intermediário

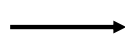
$$0,4 < \text{Re}_p < 500$$



$$C_D = \frac{10}{\sqrt{\text{Re}_p}}$$

Regime Turbulento

$$500 < \text{Re}_p < 2 \times 10^5$$



$$C_D = 0,44$$

Regime Alta Turbulência

$$\text{Re}_p > 2 \times 10^5$$



$$C_D = 0,2$$

No regime **laminar** tem-se:

$$C_D = 24/\text{Rep}$$

Substituindo Rep em  **$C_D$  laminar** e usando [3],

$$v_r = \sqrt{\frac{4 \cdot d_p \cdot g \cdot (\rho_p - \rho_f)}{3 \cdot C_D \cdot \rho_f}} \quad [3]$$

$$\text{Re}_p = \frac{d_p v_r \rho_f}{\mu_f}$$

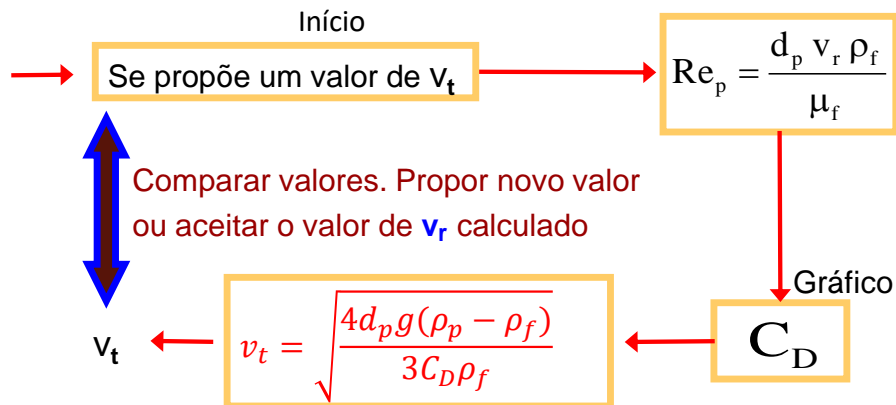
Se obtém:

$$\text{Lei de Stokes } v_r = v_t = \frac{1}{18} \frac{d_p^2 g (\rho_p - \rho_f)}{\mu_f} \quad (4)$$

*Equação fundamental do movimento de partículas em fluidos.*

### A princípio não se sabe o regime????

$v_t$  pode ser determinado por **tentativa e erro** (Usando Eq. 3 e o Gráfico  $C_D$ ):



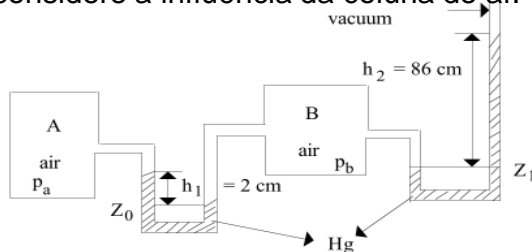
O procedimento de interação continua até que o valor da velocidade calculada **seja igual (próximo)** ao valor da velocidade proposta.

### QUESTÕES PARA PRÓXIMA AULA

➤ A diferença de pressão entre dois reservatórios de ar A e B foi determinada com o auxílio de um manômetro tipo tubo em U, empregando-se mercúrio como fluido manométrico ( $\rho_m = 13,53 \text{ g/cm}^3$ ). A pressão barométrica local é de 700 mm de Hg. Determine:

- A pressão absoluta no Tanque A, e
- A pressão relativa no tanque A?

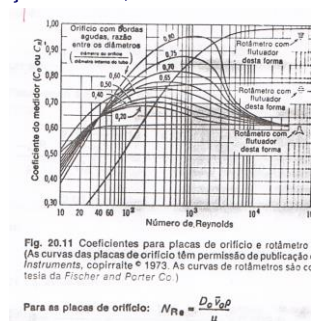
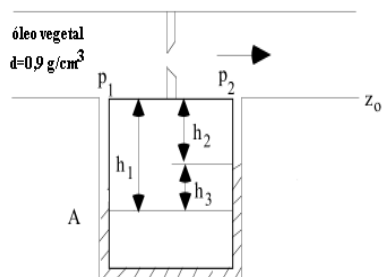
OBS: Desconsidere a influência da coluna de ar.



- Um tubo de Pitot está inserido no centro de um duto de ar de 30 cm de diâmetro interno. Um medidor de pressão ligado ao Pitot indica  $20 \text{ N/m}^2$ . Calcular a velocidade do ar nesse ponto sabendo-se que a temperatura é de  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ . A densidade do ar a  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  é de  $1,1 \text{ kg/m}^3$ .

## QUESTÕES PARA PRÓXIMA AULA

- O que descreve a equação de Bernoulli ?
- Cite vantagens e desvantagens para se medir velocidades de fluidos com um:
  - a) tubo de Pitot; b) placa de orifício; c) medidor venturi; d) rotâmetro.
- Em uma unidade de fabricação de shampoo, um óleo vegetal escoou através de um tubo de aço de diâmetro de 5,0 cm, a uma vazão de 50 l/min. Neste tubo existe uma placa com um orifício de 2,0 cm de diâmetro, a qual está acoplada a um manômetro diferencial tipo tubo em U, cujo fluido manométrico é o mercúrio. Na temperatura do escoamento, o óleo possui densidade de 0,9 g/cm<sup>3</sup> e viscosidade de 10 cp. Sabendo-se que o tubo do manômetro está na posição vertical, determine a leitura do manômetro ( $h_3$ ). ( $\rho_m = 13,53 \text{ g/cm}^3$ ).



## Bibliografia

1. Brunetti F. "Mecânica dos Fluidos". Pearson – Prentice Hall, São Paulo, 2005.
2. Potter MC, Wiggert DC. "Mecânica dos Fluidos". Tradução da 3ª edição norte-americana, Editora Pioneira Thomson, São Paulo, 2004.
3. Munson BR, Young DF; Okiishi TH. "Fundamentos da Mecânica dos Fluidos". Vols. I e II. Tradução da 2ª edição americana, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1997.
4. White FM. "Mecânica dos Fluidos". Tradução da 4ª edição em inglês, Editora McGraw Hill, Rio de Janeiro, 1999.
5. Fox RW e McDonald AT. "Introdução à Mecânica dos Fluidos". Tradução da 4ª edição em inglês, Editora Guanabara Koogan SA, Rio de Janeiro, 1995.
6. Cremasco, M.A. Operações Unitárias em Sistemas Particulados e Fluidomecânicos, Edgard Blucher, 2012.
7. Hickey, A.J, Ganderton, D. Pharmaceutical Process Engineering, Second Edition, 2009, Chapters 1.