

## Lista 6 - Sobre curvas em $\mathbb{R}^2$ e em $\mathbb{R}^3$

(I) Esboce o traço das seguintes curvas em  $\mathbb{R}^2$ :

1.  $\gamma(t) = (t, 1)$
2.  $\gamma(t) = (2t, t)$
3.  $\gamma(t) = (3t + 1, t - 1)$
4.  $\gamma(t) = (t, t^4)$
5.  $\gamma(t) = (t^2, t)$
6.  $\gamma(t) = (\text{sent}, t), t \geq 0$
7.  $\gamma(t) = (4\text{cost}, 4\text{sent})$
8.  $\gamma(t) = (3\text{cost}, 4\text{sent})$
9.  $\gamma(t) = (e^t \text{cost}, e^t \text{sent}), t \geq 0$
10.  $\gamma(t) = (e^{-t} \text{cost}, e^{-t} \text{sent}), t \geq 0$

(II) Esboce o traço das seguintes curvas em  $\mathbb{R}^3$ :

1.  $\gamma(t) = (t, t, 1), t \geq 0$
2.  $\gamma(t) = (1, t, 1), t \geq 0$
3.  $\gamma(t) = (2\text{cost}, 2\text{sent}, 4)$
4.  $\gamma(t) = (4\text{cost}, \text{sent}, 5)$
5.  $\gamma(t) = (\text{cost}, \text{sent}, t), t \geq 0$
6.  $\gamma(t) = (\text{sent}, \text{sent}, \sqrt{2}\text{cost})$

(III) Determine a reta tangente à curva  $\gamma(t) = (\text{cost}, \text{sent}, t)$  no ponto  $\gamma(\frac{\pi}{3})$ .

(IV) Determine a reta tangente à elipse  $4x^2 + y^2 = 4$  no ponto  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2})$ .

(V) Considere as curvas  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  definidas, respectivamente, por

$$\gamma_1(t) = (t, |t|) \quad \gamma_2(t) = (t^3, |t^3|)$$

Esboce o traço de cada uma das curvas. Prove que a curva  $\gamma_1$  não é derivável em zero, enquanto que  $\gamma_2$  é derivável em zero. Interprete o resultado.

(VI) Determine uma parametrização para a curva interseção do cilindro  $x^2 + 9y^2 = 9$  com o plano  $z = x + 2y + \frac{3}{2}$ . Determine a reta tangente a esta curva no ponto  $(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 3 + \sqrt{3})$ .

(VII) Determine uma parametrização para a curva interseção da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$  com o plano  $z = 2y$ . Determine a reta tangente a esta curva no ponto  $(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2})$ .