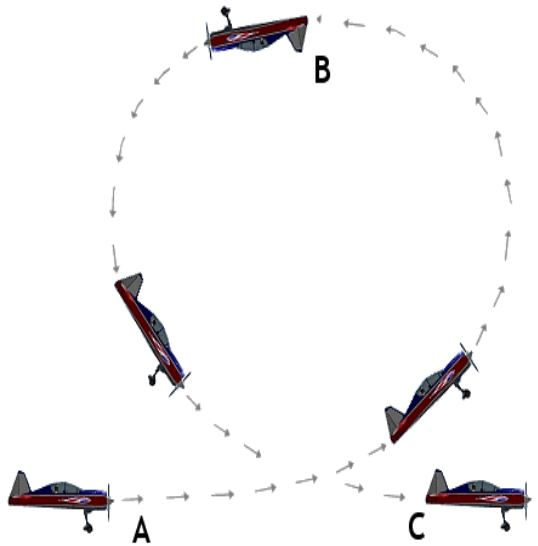
CARGAS DE MANOBRA

Importância e Aplicabilidade

- Para alguns componentes como Empenagem Horizontal, segmentos da Fuselagem e da Asa, as Cargas de Manobra constituem condição crítica de carregamento;
- Podem ter impacto importante nos Espectros de Carga para Fadiga (Ex: Espectro de Hinge Moment);
- Times dedicados ao cálculo de Cargas de Manobra nas grandes Empresas;
- Manobras especificadas por requisitos ou pelo fabricante de acordo com o tipo de uso da aeronave (Militar, Comercial, Acrobático, Aviação Geral);
- Manobras são realizadas a partir da aplicação de um ou mais comandos.



Introdução à Análise da Manobra

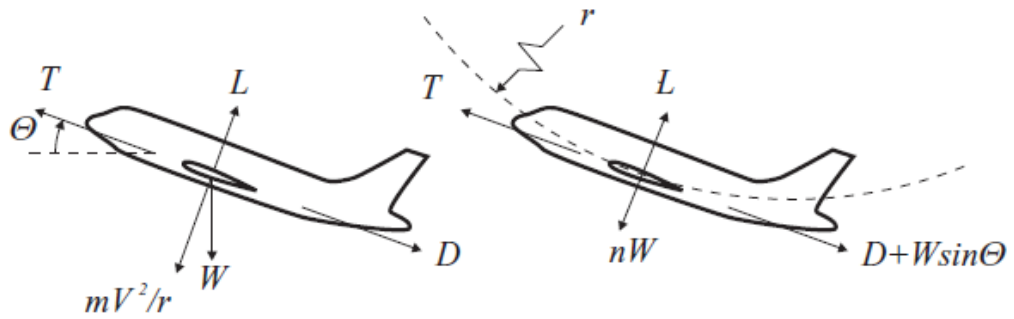
- Antes de se calcular as Cargas de Manobra é necessário modelar o comportamento da aeronave ao realizar uma Manobra;
- A partir da simulação da Manobra, podem ser feitas análises de CFD para cálculo das Cargas Aerodinâmicas e com as acelerações podem ser obtidas as Cargas Inerciais;

Introdução à Análise da Manobra

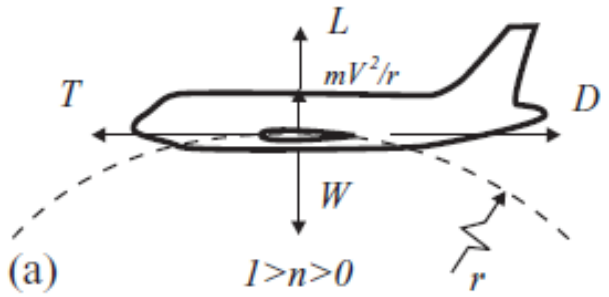
- A Análise de Manobras pode ser dividida entre Equilibrium Manoeuvres e Dynamics Manoeuvres;
- Para Equilibrium Manoeuvres a análise é feita aplicando-se a condição de equilíbrio a um ponto da Manobra, não sendo necessário a solução no domínio do tempo;
- As análises de Equilibrium Manoeuvres não levam em conta a dinâmica da Aeronave, e são aplicadas nas fases iniciais de projeto, em que as simulações das Manobras no domínio do tempo não são viáveis. Além disso, não é necessário nesta etapa o conhecimento das Leis de Controle, apenas das limitações impostas pelo FCS (ex: Atitude da Aeronave, Deflexão de Comando);
- Equilibrium Manoeuvres são também conhecidas como Bookcase Manoeuvres;
- Análises de Dynamic Manoeuvres envolvem a simulação da Manobra no domínio do tempo, sendo para tanto necessário um Modelo Dinâmico da Aeronave capaz de levar em conta as não-linearidades

Exemplos de Equilibrium Manoeuvres

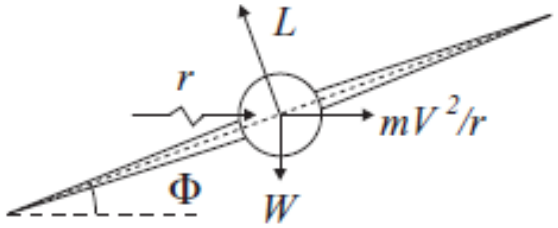
Pull-out



Bunt

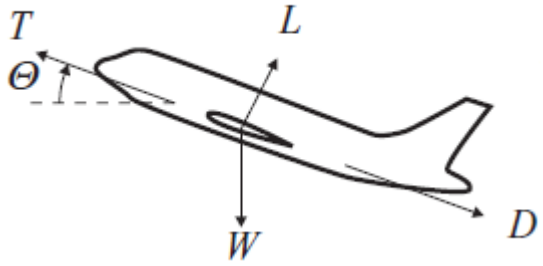


Steady Turn



Fator de Carga

- Definido em uma direção específica, sendo o mais usual a direção vertical (eixo z da aeronave);
- O Fator de Carga *n* na direção *i* pode ser entendido como a razão entre a soma de todas as forças (exceto a componente do peso) nesta direção e o peso da aeronave;
- Para voo reto nivelado, Condição 1g, o Fator de Carga na direção z é *n = L/W = 1;*
- stacionária, sem aceleração, tem-se:



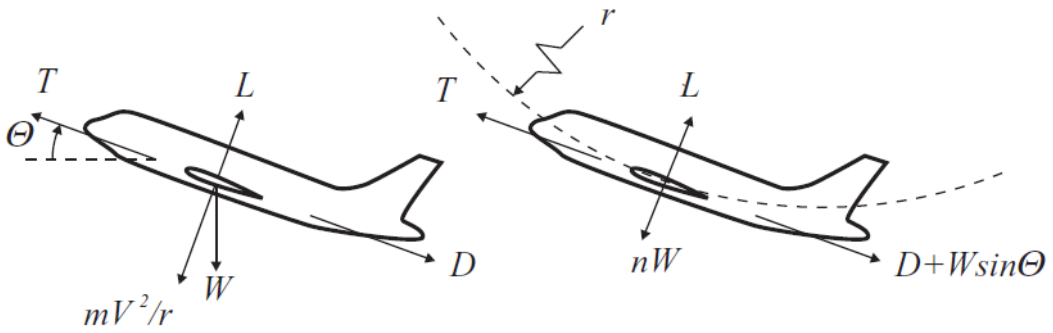
$$L = W \cos \Theta$$

$$T = D + W \sin \Theta$$

$$n = \cos \Theta \quad (n \leq 1)$$

Fator de Carga

- Para a Manobra de Pull-out pode-se escrever:



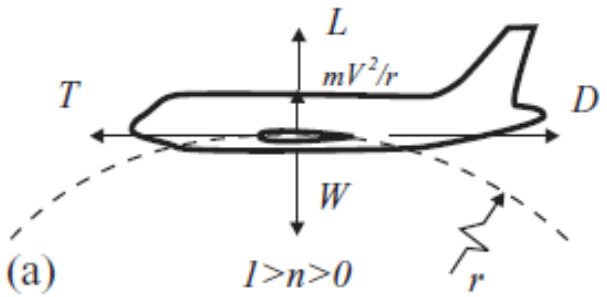
$$L - W\cos\Theta - m\frac{V^2}{r} = 0$$

$$T = D + W\sin\Theta$$

$$q = V/r$$

$$n = \cos\Theta + \frac{V^2}{gr}$$

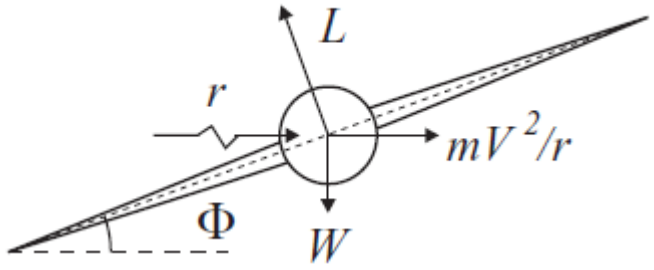
- Analogamente, para a Manobra de Bunt (q<0):



$$n = \cos\Theta - \frac{V^2}{gr}$$

Fator de Carga

- Para a Manobra de Steady Turn:

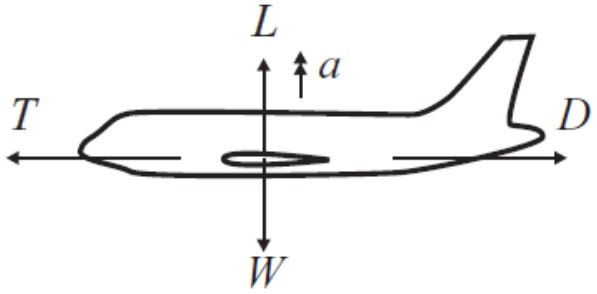


$$L\cos\Phi = W \qquad \Phi = \tan^{-1}\left(\frac{V^2}{gr}\right)$$

$$L\sin\Phi - m\frac{V^2}{r} = 0 \qquad n = \frac{1}{\cos\Phi} \quad (n \geq 1)$$

$$\omega_{\text{Turn}} = V/r \qquad q = \omega_{\text{Turn}}\sin\Phi = \frac{V}{r}\frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$$

- Para uma condição geral em que a aeronave está nivelada e possui uma aceleração vertical *a* para cima o Fator de Carga pode ser definido como:



$$n = 1 + \frac{a}{g}$$

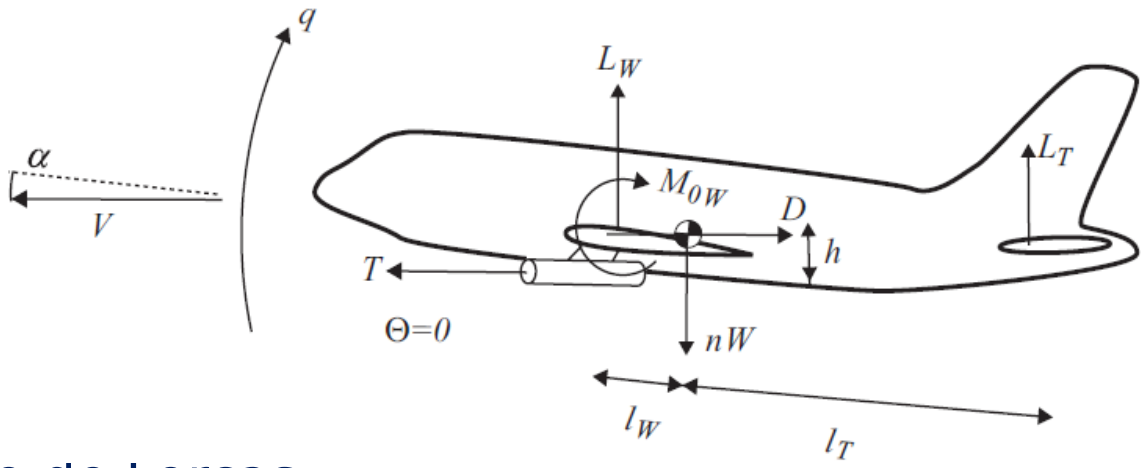
Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Hipóteses Simplificadoras do Modelo

- Aplica-se a condição de equilíbrio de Forças e Momentos a um ponto da Manobra em que o Fator de Carga é n;
- Despreza-se Aceleração em Pitch e Aceleração Vertical é representada pela da Força Inercial (nW);
- Considera-se dois graus de liberdade: Ângulo de Ataque (α), Deflexão de Profundor (η);
- Aeronave Rígida com Asa não-enflechada;
- Aerodinâmica Quase-Estacionária;
- Sistema de Coordenadas Inercial.

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida
Manobra Longitudinal



Equilíbrio de Forças

$$nW - L_W - L_T = 0 \qquad T - D = 0$$

Notar que ***M0w*** e ***n*** são conhecidos e ***Lw***, ***Lt***, ***T*** e ***D*** precisam ser calculados.

Equilíbrio de Momentos

$$M_{0w} + l_w L_w - l_T L_T + hT = 0. \qquad M_{0w} = \frac{1}{2}\rho V^2 S_w \bar{c} C_{M_{0w}}$$

Assume-se ***M0t = 0*** (perfil simétrico)

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Arrasto e Empuxo Alinhados (*h=0*) – Thrust/Drag in-line

Se h = 0, então o equilíbrio de Momentos independe de *T* e assim as equações de Força em *z* e Momento podem ser usadas para calcular *Lw* e *Lt* diretamente:

$$L_{\mathrm{T}} = \frac{M_{0\mathrm{W}} + nWl_{\mathrm{W}}}{l_{\mathrm{W}} + l_{\mathrm{T}}} \qquad L_{\mathrm{W}} = nW - L_{\mathrm{T}}$$

Uma vez obtida a sustentação, o Arrasto pode ser calculado a partir da Polar de Arrasto da Aeronave. Por fim, aplicando-se o equilíbrio de Força em *x*, obtém-se o Empuxo:

$$T - D = 0$$

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Arrasto e Empuxo Desalinhado– Thrust/Drag out-of-line

- Neste caso, o equilíbrio de Momentos depende de *T* e assim as equações de Força em *z* e Momento não podem ser usadas para calcular *Lw* e *Lt* diretamente.
- É necessário então se aplicar um processo iterativo para obtenção de *Lw, Lt, T* e *D*. Uma alternativa é adotar inicialmente *Lt = 0,* calcular então pela equação de Força em *z* o valor de *Lw* e a partir da Polar de Arrasto, determinar o *D.* Pelo equilíbrio de Força em *x,* obtém-se o Empuxo *T* e por fim, o *Lt* é recalculado pela equação de Momento. Este valor então é usado como nova tentativa e o mesmo processo é aplicado.
- Repetem-se os passos anteriores até haver

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Ângulo de Ataque e Deflexão de Profundor– Thrust/Drag in-line

Pode-se obter o Ângulo de Ataque α e a Deflexão de Profundor η que produzem o Fator de Carga n, considerando que a Aeronave possui uma velocidade de Pitch q constante.

A sustentação na Asa pode ser escrita como:

$$L_W = -Z_W = \frac{1}{2}\rho V^2 S_W a_W (\alpha - \alpha_0)$$

Despreza-se a influência de q em Lw

V = Velocidade da Aeronave (TAS)

ρ = Densidade do Ar;

Sw = Área da Asa;

aw = Cla da Asa;

α_0 = Ângulo de Ataque para Sustentação Nula.

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Ângulo de Ataque e Deflexão de Profundor– Thrust/Drag in-line

A sustentação na Empenagem Horizontal pode ser escrita como:

$$L_T = -Z_T = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S_T \left[a_T\left(\alpha + \frac{q l_T}{V} - \varepsilon\right) + a_E \eta\right]$$

$$\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{d\alpha}(\alpha - \alpha_0) = k_\varepsilon(\alpha - \alpha_0)$$

ε = Downwash da Asa na Empenagem Horizontal;

S_T = Área da Empenagem Horizontal;

a_T = *Cla* da Empenagem Horizontal;

$a_E = \partial Cl_T / \partial \eta$.

k_ε aprox. 0.35-0.4

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Ângulo de Ataque e Deflexão de Profundor– Thrust/Drag in-line

A Sustentação total pode ser então obtida pela soma da Sustentação na Asa e na Empenagem Horizontal:

$$L_W + L_T = -Z = \frac{1}{2}\rho V^2 \left(S_W a_W (\alpha - \alpha_0) + S_T \left\{ a_T \left[(1 - k_\varepsilon)\alpha + k_\varepsilon \alpha_0 + \frac{q l_T}{V} \right] + a_E \eta \right\} \right)$$

A equação anterior pode ser rearranjada como segue:

$$Z = -L = Z_0 + Z_\alpha \alpha + Z_q q + Z_\eta \eta$$

$$Z_\alpha = -\tfrac{1}{2}\rho V^2 \left[S_W a_W + S_T a_T (1 - k_\varepsilon) \right]$$

$$Z_0 = -\tfrac{1}{2}\rho V^2 \left[-S_W a_W + S_T a_T k_\varepsilon \right] \alpha_0 \qquad Z_q = -\tfrac{1}{2}\rho V S_T a_T l_T \qquad Z_\eta = -\tfrac{1}{2}\rho V^2 S_T a_E$$

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Ângulo de Ataque e Deflexão de Profundor– Thrust/Drag in-line

Analogamente, o momento em torno do CG da aeronave pode ser escrito como:

$$M = M_0 + l_W L_W - l_T L_T = M_0 + M_\alpha \alpha + M_q q + M_\eta \eta$$

$$M_0 = M_{0W} - \tfrac{1}{2}\rho V^2 \left[S_W a_W l_W + S_T a_T k_\varepsilon l_T\right] \alpha_0$$

Em que as Derivadas Aerodinâmicas são dadas por:

$$M_\alpha = \tfrac{1}{2}\rho V^2 \left[S_W a_W l_W - S_T a_T (1 - k_\varepsilon) l_T\right]$$

$$M_q = -\tfrac{1}{2}\rho V S_T a_T l_T^2 \qquad M_\eta = -\tfrac{1}{2}\rho V^2 S_T a_E l_T$$

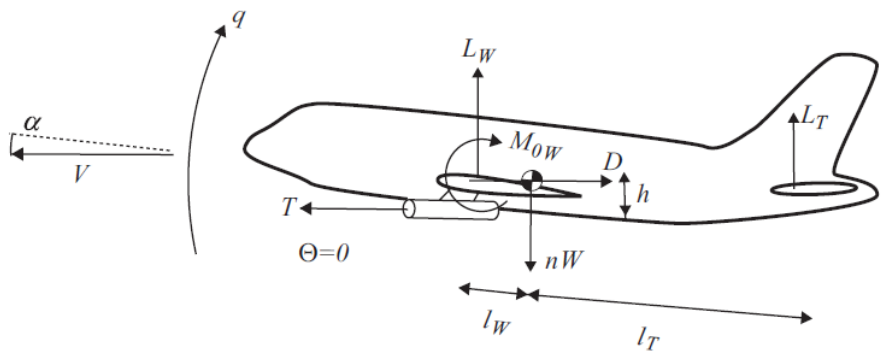
Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Ângulo de Ataque e Deflexão de Profundor– Thrust/Drag in-line

Considerando-se então as equações de Equilíbrio de Força e Momento:

$$-\begin{bmatrix} Z_\eta & Z_\alpha \\ M_\eta & M_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} nW + \begin{Bmatrix} Z_q \\ M_q \end{Bmatrix} q + \begin{Bmatrix} Z_0 \\ M_0 \end{Bmatrix}$$



Uma vez que α e η foram determinados, pode-se obter *D* a partir da Polar de Arrasto e então o Empuxo, sendo T=D.

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Longitudinal

Ângulo de Ataque e Deflexão de Profundor– Thrust/Drag out-of-line

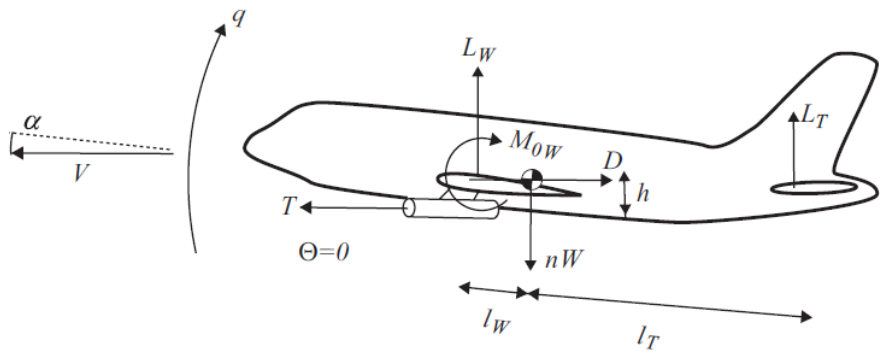
$$-\left[\begin{array}{cc|c} Z_\eta & Z_\alpha & Z_T \\ M_\eta & M_\alpha & M_T \\ \hline X_\eta & X_\alpha & 1 \end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\eta\\ \alpha\\ \hline T\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}1\\ 0\\ \hline 0\end{array}\right\}nW+\left\{\begin{array}{c}Z_q\\ M_q\\ \hline X_q\end{array}\right\}q+\left\{\begin{array}{c}Z_0\\ M_0\\ \hline X_0\end{array}\right\}$$

T-D =0 no sistema

$$M_T = h \qquad Z_T = 0$$

A equação é **não-linear**, já que alguns coeficientes não são constantes (ex: X_α depende de α).

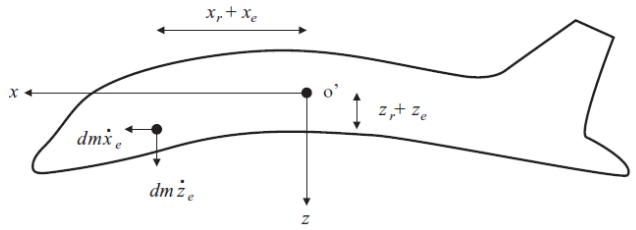
Resolver Numericamente:
Método de Newton-Raphson



Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Hipóteses Simplificadoras do Modelo

- Aplica-se a condição de equilíbrio de Forças e Momentos a um ponto da Manobra em que o Fator de Carga é n;
- Despreza-se Aceleração em Pitch e Aceleração Vertical é representada pela da Força Inercial (nW);
- Considera-se três graus de liberdade: Ângulo de Ataque (α), Deflexão de Profundor (η) e deformação modal (q_e);
- Aeronave Flexível com Asa não-enflechada;
- Aerodinâmica Quase-Estacionária;
- Sistema de Coordenadas Inercial;
- Thrust/Drag in-line.

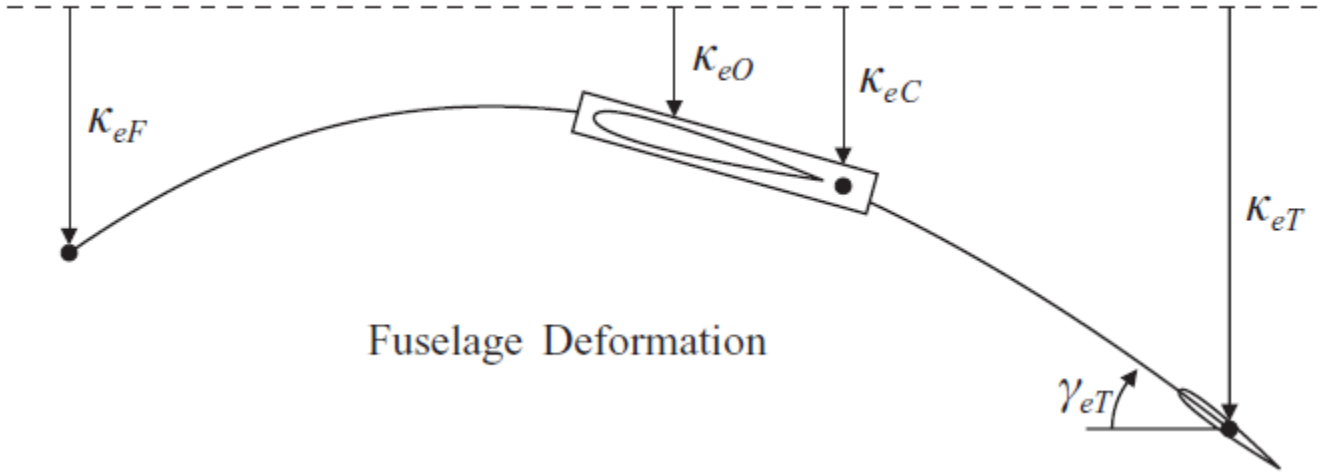


Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível

Manobra Longitudinal

Modos de Flexibilidade

Fuselagem: Flexão



k_{eF} = Deslocamento Modal da parte Frontal da Fuselagem;

k_{eO} = Deslocamento Modal da Fuselagem na posição do Eixo Elástico da Asa;

k_{eC} = Deslocamento Modal da Fuselagem na posição do CG da Aeronave;

k_{eT} = Deslocamento Modal da Fuselagem na Cauda;

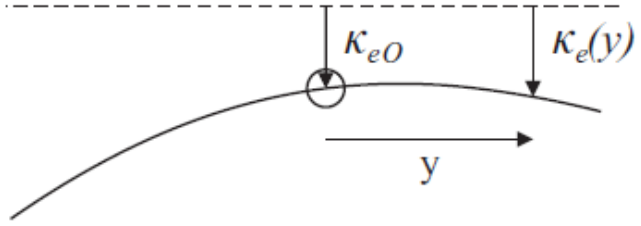
γ_{eT} = Giro Modal da Fuselagem na Cauda;

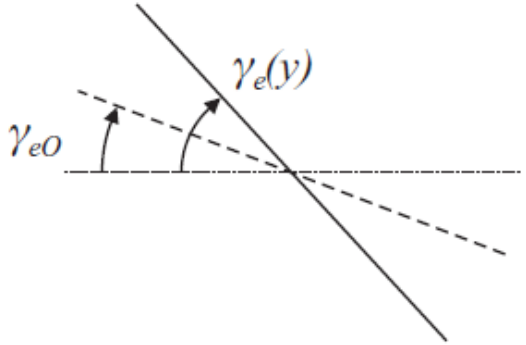
Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível

Manobra Longitudinal

Modos de Flexibilidade

Asa: Flexão e Torção





$k_e(y)$ = Deslocamento Modal do Eixo Elástico da Asa em função da Posição ao longo da Envergadura - Flexão;

$\gamma_e(y)$ = Giro Modal da Asa em torno do Eixo Elástico em função da Posição ao longo da Envergadura - Torção;

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível

Manobra Longitudinal

Sustentação na Asa e Empenagem Horizontal

$$L_W = -Z_W = 2\int_{y=0}^{s} \tfrac{1}{2}\rho V^2 c a_W(\alpha - \alpha_0 + \gamma_e q_e)\,dy$$

Notar que Flexão da Asa não altera a Sustentação na Asa ou Empenagem.

Empenagem Horizontal:

$$L_T = -Z_T = \tfrac{1}{2}\rho V^2 S_T \left\{ a_T \left[k_\varepsilon \alpha_0 + (1 - k_\varepsilon)\alpha + \frac{q l_T}{V} + \gamma_{eT} q_e \right] + a_E \eta \right\}$$

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível

Manobra Longitudinal

Equação de Equilíbrio para Aeronave Flexível:

$$\left[-\left[\begin{array}{ccc|c} Z_\eta & Z_\alpha & Z_e & \\ M_\eta & M_\alpha & M_e & \\ \hline Q_\eta & Q_\alpha & Q_e & \end{array}\right]+\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \\ \hline 0 & 0 & k_e & \end{array}\right]\right]\left\{\begin{array}{c}\eta \\ \alpha \\ \hline q_e\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}1 \\ 0 \\ \hline 0\end{array}\right\}nW+\left\{\begin{array}{c}Z_q \\ M_q \\ \hline Q_q\end{array}\right\}q+\left\{\begin{array}{c}Z_0 \\ M_0 \\ \hline Q_0\end{array}\right\}$$

k_e =Rigidez Generalizada ou Modal, tal que a Energia Potencial Elástica associada a uma deformação modal q_e é dado por $k_e(q_e)^2/2$;

Derivadas podem ser obtidas utilizando o **Princípio dos Trabalhos Virtuais** e **Equação de Lagrange**

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Derivadas Aerodinâmicas para Aeronave Flexível:

$$Z_e = \frac{\partial Z}{\partial q_e} = \tfrac{1}{2}\rho V^2 (-S_W a_W J_1 - S_T a_T \gamma_{eT})$$

$$M_e = \frac{\partial M}{\partial q_e} = \tfrac{1}{2}\rho V^2 (S_W a_W l_W J_1 - S_T a_T l_T \gamma_{eT})$$

$$Q_0 = \tfrac{1}{2}\rho V^2 (S_W a_W J_2 - S_T a_T k_\varepsilon \kappa_{eT})\,\alpha_0$$

$$Q_q = -\tfrac{1}{2}\rho V S_T a_T l_T \kappa_{eT}$$

$$Q_\alpha = \tfrac{1}{2}\rho V^2 (-S_W a_W J_2 - S_T a_T (1 - k_\varepsilon)\kappa_{eT})$$

$$Q_e = \tfrac{1}{2}\rho V^2 (-S_W a_W J_3 - S_T a_T \gamma_{eT} \kappa_{eT})$$

$$Q_\eta = -\tfrac{1}{2}\rho V^2 S_T a_E \kappa_{eT}$$

Asa

$$J_1 = \frac{1}{s}\int_{y=0}^{s} \gamma_e \, dy \qquad J_2 = \frac{1}{s}\int_{y=0}^{s} (\kappa_e - l_A \gamma_e)\, dy$$

$$J_3 = \frac{1}{s}\int_{y=0}^{s} (\kappa_e - l_A \gamma_e)\gamma_e \, dy$$

la = distância do CA ao Eixo Elástico da ASA

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível

Manobra Longitudinal

Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:

-Aeronave sem enflechamento e afilamento;

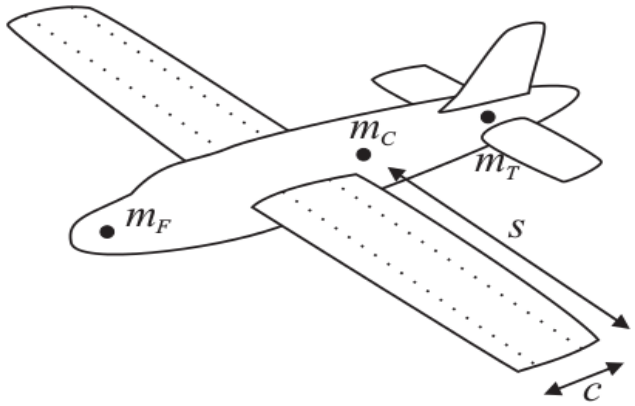
-Empenagem rígida e com motores instalados na parte traseira da fuselagem;

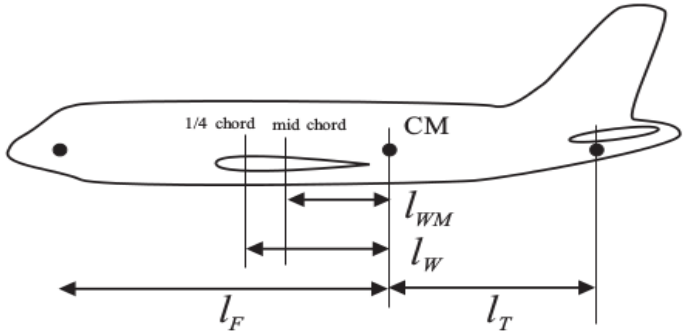
-Fuselagem flexível discretizda em três estações (dianteira, central e traseira);

-Asa flexível podendo fletir e torcer em torno do eixo elástico;

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:





Momento de inércia da aeronave em arfagem

$$I_y = \left(I_{\mathrm{W}} + m_{\mathrm{W}} l_{\mathrm{WM}}^2\right) + m_{\mathrm{F}} l_{\mathrm{F}}^2 + m_{\mathrm{T}} l_{\mathrm{T}}^2,$$

Os modos flexíveis serão definidos pela coordenada modal q_e.

Parte central da fuselagem é considerada rígida.

OBS: Fuselagem central considerada rígida, portanto:

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

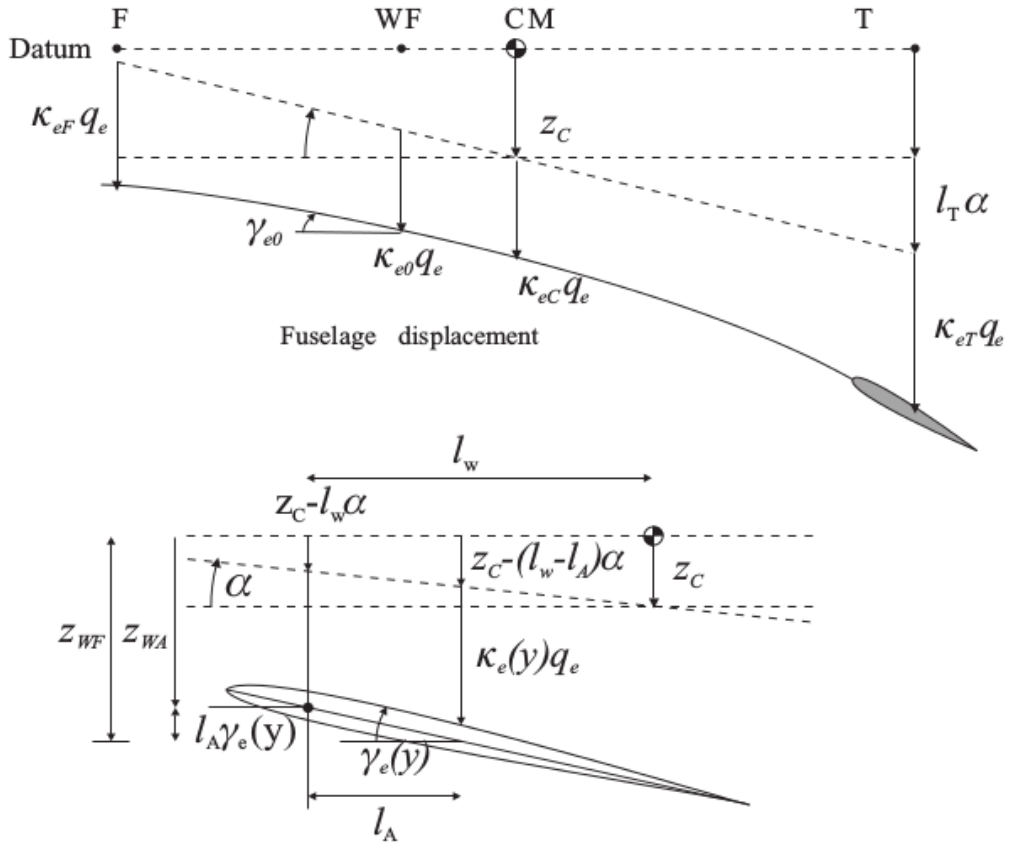
Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:

Deslocamentos da asa e do centro de massa da fuselagem

$$\kappa_{eW} = \kappa_{e0} + l_E \gamma_{e0} \qquad \kappa_{eC} = \kappa_{e0} + (l_{WM} + l_E)\gamma_{e0}.$$

Incidência do estabilizador horizontal (assumindo que o modo flexível da fuselagem possua uma forma quadrática).

$$\gamma_{eT} = 2\left\{\frac{\kappa_{eT} - \kappa_{eC}}{l_T}\right\} - \gamma_{e0}.$$



Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:

Da condição de ortogonalidade dos modos e assumindo uma forma quadrática dos mesmos tem-se:

$$\kappa_{\mathrm{E}}(y) = \kappa_{\mathrm{e}0}\left[1 + A\left(\frac{y}{s}\right)^2\right], \qquad \gamma_{\mathrm{E}}(y) = \gamma_{\mathrm{e}0}\left[1 + B\left(\frac{y}{s}\right)\right], \qquad \kappa_{\mathrm{Tip_TE}} = \kappa_{\mathrm{e}0}(1+A) + \gamma_{\mathrm{e}0}(1+B)l_{\mathrm{TE}},$$

$$m_{\mathrm{F}}\kappa_{\mathrm{eF}} + m_{\mathrm{W}}\left(1 + \frac{A}{3}\right)\kappa_{\mathrm{e}0} + m_{\mathrm{W}}l_{\mathrm{E}}\left(1 + \frac{B}{2}\right)\gamma_{\mathrm{e}0} + m_{\mathrm{C}}\kappa_{\mathrm{eC}} + m_{\mathrm{T}}\kappa_{\mathrm{eT}} = 0,$$

$$-m_{\mathrm{F}}\kappa_{\mathrm{eF}}\,l_{\mathrm{F}} - m_{\mathrm{W}}\left(1 + \frac{A}{3}\right)\kappa_{\mathrm{e}0}\,l_{\mathrm{WM}} + \left(I_{\mathrm{W}} - m_{\mathrm{W}}l_{\mathrm{E}}l_{\mathrm{WM}}\right)\left(1 + \frac{B}{2}\right)\gamma_{\mathrm{e}0} + m_{\mathrm{T}}\kappa_{\mathrm{eT}}\,l_{\mathrm{T}} = 0.$$

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:

Modo de flexão de fuselagem dominante: A=B=0

Não envolve arfagem da asa.
O sistema apresentado no slide anterior fica:

$$m_{\mathrm{F}}\kappa_{\mathrm{eF}} + m_{\mathrm{T}}\kappa_{\mathrm{eT}} = -(m_{\mathrm{W}} + m_{\mathrm{C}})\kappa_{\mathrm{e0}} \qquad - m_{\mathrm{F}}l_{\mathrm{F}}\kappa_{\mathrm{eF}} + m_{\mathrm{T}}l_{\mathrm{T}}\kappa_{\mathrm{eT}} = m_{\mathrm{W}}l_{\mathrm{WM}}\kappa_{\mathrm{e0}}.$$

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:

Modo de flexão da asa: B=0

A fuselagem é considerada rigida, porém pode arfa em torno do eixo de flexão da aeronave (manter a ortogonalidade dos modos).
Assim como a fuselagem, a empenagem também é considerada rígida o incermento no ângulo de incidência da empenagem é igual ao da fuselagem, e os deslocamentos modais da parte dianteira, central e traseira da fuselagem são funções geométricas do movimento de arfagem e vertical (heave) da aeronave.

$$\kappa_{eF} = \kappa_{e0} - (l_F - l_{WM} - l_E)\gamma_{e0}, \qquad \kappa_{eC} = \kappa_{e0} + (l_{WM} + l_E)\gamma_{e0}, \qquad \kappa_{eT} = \kappa_{e0} + (l_T + l_{WM} + l_E)\gamma_{e0}.$$

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:

Modo de flexão da asa:

Substituindo as relações apresentadas no slide anterior nas equações de ortogonalidade dos modos, tem-se:

$$\left(m + m_{\mathrm{W}}\frac{A}{3}\right)\kappa_{\mathrm{e0}} + m\left(l_{\mathrm{E}} + l_{\mathrm{WM}}\right)\gamma_{\mathrm{e0}} = 0, \qquad -\left(m_{\mathrm{W}}\frac{A}{3}\right)l_{\mathrm{WM}}\kappa_{\mathrm{e0}} + I_y\gamma_{\mathrm{e0}} = 0,$$

Sendo o parâmetro A obtido pela equação:

$$\frac{m_{\mathrm{W}}}{m}\left[1 + \frac{l_{\mathrm{WM}}(l_{\mathrm{E}} + l_{\mathrm{WM}})}{l_y^2}\right]A = -3,$$

Onde: $I_y = ml_y^2$;

E l_y é o raio de giração da aeronave.

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:

Modo de torção da asa: A=0

Asa é flexível para torção e rígida em flexão.
A fuselagem é rígida, porém pode-se movimentar na vertical (heave) em arfar.

$$\kappa_{e0} + \left(l_E + l_{WM} + \frac{m_W}{m} \frac{B}{2} l_E \right) \gamma_{e0} = 0, \qquad \left(I_y + \bar{I}_W \frac{B}{2} \right) \gamma_{e0} = 0,$$

Onde: $\bar{I}_W = I_W - m_W l_E l_{WM}.$

O parâmetro B é obtido pela equação: $B = -2I_y / \bar{I}_W$

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Modos simétricos – obtenção dos parâmetros modais:

Massa modal

$$m_e = m_F\kappa_{eF}^2 + m_W\left(1+\frac{2A}{3}+\frac{A^2}{5}\right)\kappa_{e0}^2 + \left(I_W + m_W l_e^2\right)\left(1+B+\frac{B^2}{3}\right)\gamma_{e0}^2$$
$$+2m_W l_E\left[1+\frac{A}{3}+\frac{B}{2}+\frac{AB}{4}\right]\kappa_{e0}\gamma_{e0} + m_C\kappa_{eC}^2 + m_T\kappa_{eT}^2.$$

Rigidez modal

$$k_e = \omega_e^2 m_e,$$

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal

Comentários Gerais sobre os Efeitos da Flexibilidade

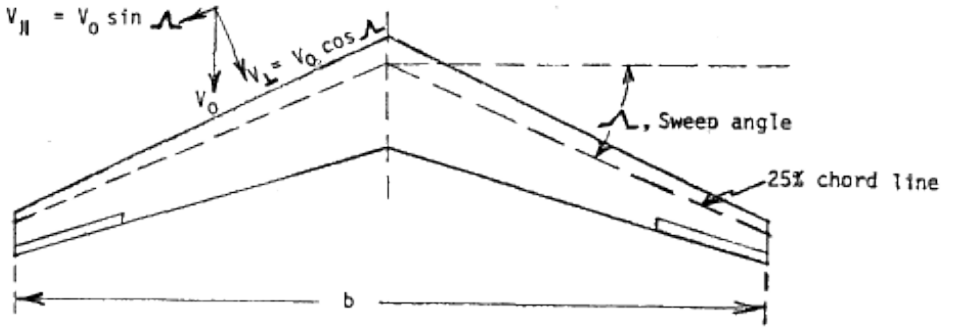
- As Forças de Sustentação resultantes na Asa e na Empenagem (Lw e Lt) não são afetadas pela flexibilidade, no entanto, a distribuição de forças ao longo da envergadura da Asa e os valores de α e η para trimagem são alterados;
- A Aeronave se deformará sob efeito das Forças Aerodinâmicas e Inerciais apresentando todos os modos de Flexibilidade (Flexão da Fuselagem, Flexão e Torção da Asa), de acordo com a rigidez associada a cada um destes modos;
- A Flexão da Asa não afeta α e η para trimagem;
- A torção da Asa, mais acentuada na ponta, altera o Carregamento Aerodinâmico na Asa, aumentando o Momento Fletor na Raiz. O α para trimagem é reduzido;
- A Flexão da Fuselagem e a Torção da Asa afetam o η para trimagem, sendo que para a Flexão da Fuselagem, o giro da cauda γ_{eT} leva ao aumento do Ângulo de Ataque da Empenagem exigindo menor η para trimagem. Por outro lado, a Torção da Asa, leva à redução do α de equilíbrio, reduzindo a incidência da Empenagem e exigindo maior Deflexão de Profundor para trimagem.

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal
Asa Enflechada

•Comparando-se uma Asa Enflechada com uma Asa Reta, o Centro de Pressão da Asa no caso Enflechado se encontra mais atrás que no caso Reto;

•Os efeitos Aerodinâmicos tridimensionais são mais pronunciados no caso da Asa Enflechada, tornando a abordagem aplicada anteriormente para Asa Reta menos adequada;

•As análises podem considerar um eixo elástico enflechado e a definição da Torção e da Flexão da Asa em relação a esse eixo. No caso de adotar o eixo y não enflechado observa-se o acoplamento entre a Torção e a Flexão da Asa;

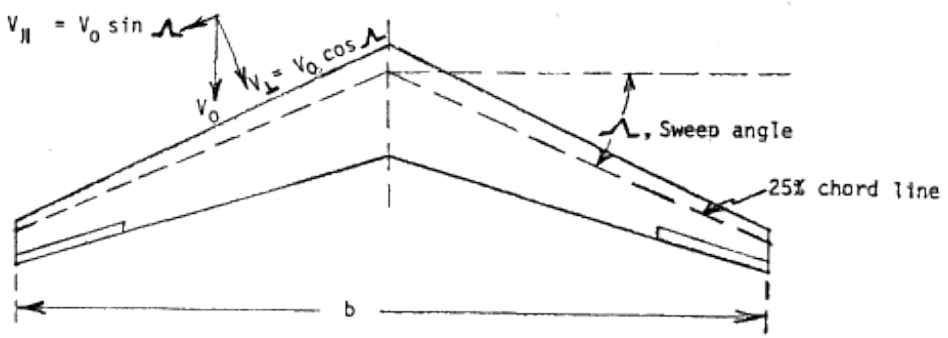


Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal
Asa Enflechada

- Considerando a definição da Torção $\gamma_e(y_s)$ e da Flexão $k_e(y_s)$ em relação ao eixo y_s (enflechado), tem-se que a variação de incidência da Asa devido à Flexibilidade é dada por:

$$\Delta\alpha_e(y_s) = \gamma_e(y_s)\cos\Lambda + \frac{\partial\kappa_e(y_s)}{\partial y_s}\sin\Lambda$$

Para Asa Enflechada, tanto a **Torção** quanto a **Flexão** impactam na **Incidência da Asa**. Note que para Asa Reta apenas a Torção tem impacto na Sustentação da Asa.



Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Flexível
Manobra Longitudinal
Asa Enflechada

- Com a Flexão da Asa para cima ($k_e < 0$), ocorre a redução da incidência da Asa, sobretudo na ponta. Desta forma, o α para trimagem aumenta, gerando assim uma redistribuição de Carregamento Aerodinâmico na Asa responsável pela redução do Carregamento das pontas e aumento da Sustentação na Raiz. Assim, o Centro de Pressão se aproxima da Raiz e consequentemente se move para frente, exigindo menor *Lw* e maior *Lt* para trimar a Aeronave que no caso rígido;
- A Torção da Asa provoca efeito oposto, gerando maior carregamento da ponta e movendo o Centro de Pressão para trás. Assim, comparado com o caso rígido, será necessário maior *Lw* e menor *Lt* para trimar a Aeronave;
- Na pratica a Asa será submetida a Flexão e a Torção simultaneamente. De modo geral, a Flexão será mais acentuada, impactando mais no carregamento da Asa.

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Latero-Direcional

Hipóteses Simplificadoras do Modelo

- Aplica-se a condição de equilíbrio de Força em *y* e Momentos (Rolagem e Guinada) a um ponto da Manobra;
- Leva-se em conta o acoplamento entre Rolagem e Guinada;
- Aeronave Rígida;
- Aerodinâmica Quase-Estacionária;
- Sistema de Coordenadas Inercial.

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Latero-Direcional

Manobra de Rolagem

- Além das Bookcase Manoeuvres Longitudinais, tratadas anteriormente, são especificadas em Requisito manobras de Rolagem e Guinada;
- Para Rolagem considera-se duas condições:
  - Steady Roll Rate → Condição em que a Velocidade de Rolagem é mantida constante, sem guinar;
  - Maximum Acceleration → Instante em que o Aileron é aplicado.

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Latero-Direcional

Manobra de Rolagem – Steady Roll Rate

Dado uma Deflexão de Aileron ξ, obter a configuração de equilíbrio com Sideslip β e Roll Rate $\dot{\phi}$ constantes. Obter também a Deflexão de Leme δ necessário para evitar a Guinada da Aeronave:

$$\begin{bmatrix} Y_\beta & Y_\delta & Y_{\dot{\phi}} \\ L_\beta & L_\delta & L_{\dot{\phi}} \\ N_\beta & N_\delta & N_{\dot{\phi}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \delta \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} Y_\xi \\ L_\xi \\ N_\xi \end{Bmatrix} \xi$$

Notar o acoplamento entre a **Rolagem** e a **Guinada** nas Derivadas Aerodinâmicas

Derivadas Latero-Direcionais podem ser obtidas da **Dinâmica de Voo**

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Latero-Direcional

Manobra de Rolagem – Maximum Acceleration

Considera-se o momento em que a Deflexão de Aileron ξ é aplicada. Para este instante a aeronave não possui velocidade de Rolagem ou Guinada. Além disso o Sideslip é nulo e o Leme ainda não foi aplicado. Obter as aceleração linear em y e as acelerações angulares em Rolagem $\ddot{\phi}$ e Guinada $\ddot{\psi}$:

$$\begin{bmatrix} mV & 0 & 0 \\ 0 & I_x & -I_{xz} \\ 0 & -I_{xz} & I_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_\xi \\ L_\xi \\ N_\xi \end{Bmatrix} \xi$$

$$\dot{v} = V\dot{\beta}$$

Notar o acoplamento entre a **Rolagem** e a **Guinada** dado pelo Produto de Inércia I_{xz}

Derivadas Latero-Direcionais podem ser obtidas da **Dinâmica de Voo**

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Latero-Direcional

Manobra de Guinada

•A Manobra de Guinada pode ser dividida em quatro etapas:

- Aplicação abrupta do Leme → Instante em que o Leme é aplicado;
- Oscilações em torno da posição de equilíbrio→ Oscilações de Sideslip até atingir a condição de equilíbrio. Exige análise dinâmica;
- Steady Sideslip → Condição de equilíbrio em que o Sideslip é mantido constante, bem como o Bank Angle por meio da aplicação de Leme e Aileron;
- Leme retorna para a condição Neutra → Similar à análise para o primeiro passo. No entanto neste caso, deve-se levar em conta que no instante em que o Leme volta para a posição Neutra, a aeronave

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Latero-Direcional

Manobra de Guinada – Aplicação do Leme

Considera-se o momento em que a Deflexão de Leme δ é aplicada. Para este instante a aeronave não possui velocidade de Rolagem ou Guinada. Além disso o Sideslip é nulo e o Aileron ainda não foi aplicado. Obter as aceleração linear em y e as acelerações angulares em Rolagem $\ddot{\phi}$ e Guinada $\ddot{\psi}$:

$$\begin{bmatrix} mV & 0 & 0 \\ 0 & I_x & -I_{xz} \\ 0 & -I_{xz} & I_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_\delta \\ L_\delta \\ N_\delta \end{Bmatrix} \delta$$

$$\dot{v} = V\dot{\beta}$$

Notar o acoplamento entre a **Rolagem** e a **Guinada** dado pelo Produto de Inércia I_{xz}

Derivadas Latero-Direcionais podem ser obtidas da **Dinâmica de Voo**

Equilibrium Manoeuvre – Aeronave Rígida

Manobra Latero-Direcional

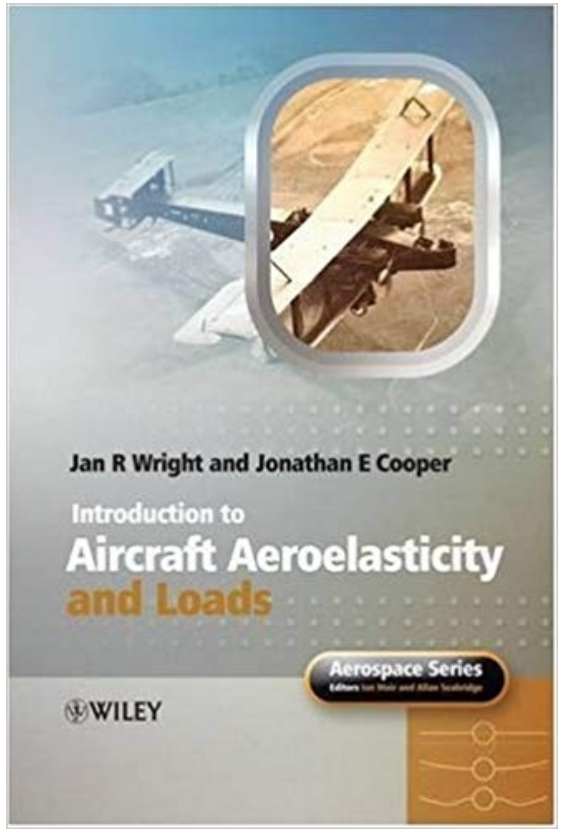
Manobra de Guinada – Steady Sideslip

Dado uma Deflexão de Leme δ, obter a configuração de equilíbrio com velocidades e acelerações de Rolagem e Guinada nula e, portanto, Sideslip β e Bank Angle ϕ constantes. Obter também a Deflexão de Aileron ξ necessário para evitar a Rolagem da Aeronave:

$$\begin{bmatrix} Y_\beta & Y_\xi & Y_\phi \\ L_\beta & L_\xi & 0 \\ N_\beta & N_\xi & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \xi \\ \phi \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} Y_\delta \\ L_\delta \\ N_\delta \end{Bmatrix} \delta$$

Notar o acoplamento entre a **Rolagem** e a **Guinada** nas Derivadas Aerodinâmicas

Derivadas Latero-Direcionais podem ser obtidas da **Dinâmica de Voo**

Referências Bibliográficas

[1] Wright, Jan R.; Cooper, Jonathan E.; Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads, 1.ed, England: Wiley, 2007;