Primeira Lista de Exercícios – Macro II

Mauro Rodrigues
Departamento de Economia, FEA/USP

1. Jones & Vollarth, cap.3, Exercício 1.

2. Considere uma economia com a função de produção $Y = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}$, com $0 < \alpha < 1$. A taxa de depreciação do capital é δ, a taxa de poupança é s, a taxa de crescimento da força de trabalho é n, e a taxa de progresso técnico é g.

   (a) Mostre que a função de produção desta economia satisfaz as propriedade de retornos constantes de escala e as condições de Inada.

   (b) Determine o produto e o consumo por trabalhador efetivo de estado estacionário.

   (c) Calcule o capital por trabalhador efetivo da regra de ouro, isto é, aquele que maximiza o consumo por trabalhador de estado de estacionário. Qual a taxa de poupança correspondente?

3. Este problema considera uma versão modicada do modelo de Solow, a qual inclui o governo. Em particular, suponha que os gastos públicos por trabalhador são constantes ao longo do tempo e dados por $\gamma = G/N$. O governo financia seus gastos por meio de taxação, em que T é o total de impostos. Além disso, o governo mantém uma política de orçamento equilibrado, i.e., $G = T$. A poupança total é uma fração constante da *renda disponível*, ou seja, $S_t = s(Y_t - T)$, em que s é a taxa de poupança. Por simplicidade, desconsidere crescimento populacional e progresso técnico: $n = g = 0$.

   (a) Calcule poupança (e, portanto, investimento) por trabalhador como função do capital por trabalhador. Use um gráfico para descrever esta função.

   (b) Neste mesmo gráfico, desenhe a depreciação total por trabalhador δk também como função de k. Mostre que, dependendo do valor de γ, podem existir 0, 1 ou 2 estados estacionários. Em cada um destes casos, analise a estabilidade do(s) estado(s) estacionário(s).

Suponha agora que γ é tal que existem dois estados estacionários. Considere apenas o estado estacionário estável.

(c) Determine os efeitos de um aumento em γ sobre capital, produto, consumo e investimento por trabalhador em estado estacionário. Qual a intuição por trás deste resultado?

(d) Até o momento, os gastos públicos foram tratados como consumo do governo. Suponha agora que os gastos do governo são utilizados totalmente como investimento (por exemplo, gastos em infra-estrutura). Como isto altera a resposta deste problema?

4. Considere um país caracterizado pelo modelo de Solow, inicialmente em estado estacionário. No momento t_0, uma onda de imigração eleva permanentemente o número de trabalhadores (L) desta economia (todos os outros parâmetros permanecem constantes). Esta mudança ocorre somente em t_0. As taxas de crescimento populacional e de progresso técnico são positivas.

   (a) Quais os efeitos desta mudança sobre capital e produto por trabalhador efetivo em estado estacionário?

   (b) Por meio de gráficos, descreva a evolução destas variáveis ao longo do tempo (descreva a transição para o novo estado estacionário). Faça o mesmo para o log do produto por trabalhador.

   (c) Refaça o exercício, supondo agora um aumento na taxa de crescimento populacional (n), ao invés de um aumento discreto no número de trabalhadores.

5. Considere o modelo de crescimento endógeno de Romer como visto em sala (a notação é idêntica à da aula). Em particular, o produto final é gerado com capital (K) e trabalho (L_Y), por meio de uma função de produção Cobb-Douglas:

$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_{Yt})^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$$

Uma fração s do produto é alocada para poupança/investimento, i.e., $I_t = sY_t$, com $0 < s < 1$. O estoque de capital físico evolui de acordo com a seguinte regra:

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t, \quad 0 < \delta < 1$$

Além disso, o setor de pesquisa utiliza trabalho e o estoque de ideias correntes (A) para gerar ideias novas:

$$\dot{A}_t = \lambda L_{At}^{\gamma} A_t^{\phi}$$

Em que $\gamma \in (0,1)$, $\phi \in (0,1]$ e $\lambda > 0$. Uma fração s_A dos trabalhadores é alocada para a geração de pesquisa, ou seja, $L_{At} = s_A L_t$ e $L_{Yt} = (1 - s_A) L_t$. O número total de trabalhadores cresce à taxa exógena n:

$$\frac{\dot{L}_t}{L_t} = n$$

No longo prazo, o estoque de ideias, a renda por trabalhador e o capital por trabalhador crescem à taxa g, constante no tempo. Ao longo desse problema, suponha $\phi = 1$ e que não há crescimento populacional, isto é, $n = 0$ e $L_t = \overline{L}$

(a) Calcule a taxa g como função dos parâmetros desta economia.

(b) Defina agora capital e produto por trabalhador efetivo da forma usual, i.e., $\widetilde{k}_t = K_t/(A_t L_t)$ e $\widetilde{y}_t = K_t/(A_t L_t)$. Utilize as equações do modelo para escrever a lei de movimento de $\widetilde{k}_t$ (ou seja, escreva $\dot{\widetilde{k}}_t$ em função de $\widetilde{k}_t$ e dos parâmetros do modelo). Em um gráfico, desenhe o investimento e a depreciação por trabalhador efetivo.

Suponha que a economia encontre-se inicialmente em estado estacionário (isto é, $\widetilde{k}_t$ e $\widetilde{y}_t$ são constantes ao longo do tempo). No instante t_0, ocorre um aumento na proporção de trabalhadores alocados no setor de pesquisa (s_A).

(c) Faça gráficos descrevendo a evolução do capital e do produto *por trabalhador efetivo.*

(d) Analise como mudanças em s_A afetam o *nível* e a *taxa de crescimento* do produto per capita no longo prazo. Explique.

(e) Faça gráficos descrevendo a evolução do log do capital e do produto *por trabalhador.*

6. Considere o mesmo enunciado da questão 5, porém supondo $0 < \phi < 1$ e $n > 0$.

(a) Calcule a taxa g nesse caso. É possível gerar crescimento de longo prazo, mesmo com $n = 0$? Compare com o caso da parte (a) da questão 5 e interprete intuitivamente.

(b) Como mudanças em s_A afetam a taxa de crescimento de longo prazo? Interprete, comparando com os resultados encontrados na questão 5.

(c) Encontre uma expressão para a renda por trabalhador de longo prazo.

(d) Como mudanças em s_A afetam o nível da renda por trabalhador de longo prazo? Interprete, comparando com os resultados encontrados na questão 5.