PMT3306 - Módulo “Mecânica da Fratura e plasticidade” - Material de apoio

Cláudio Geraldo Schön

Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

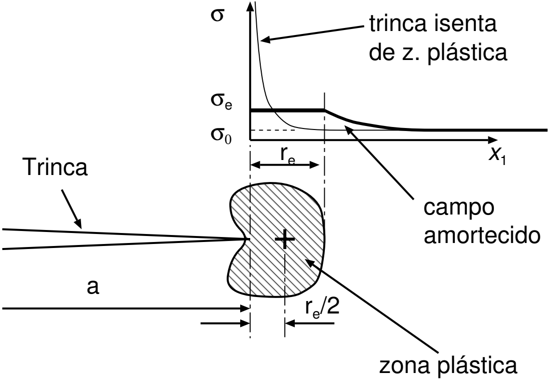
24 de setembro de 2020

Modelo de Irwin – Orowan

$$\gamma = \gamma_S + \gamma_P$$

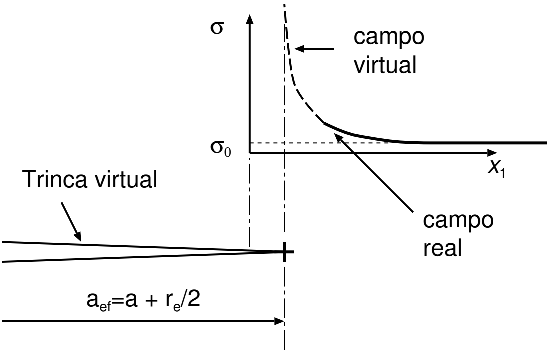
Blindagem pela zona plástica

Small scale yielding



Blindagem pela zona plástica

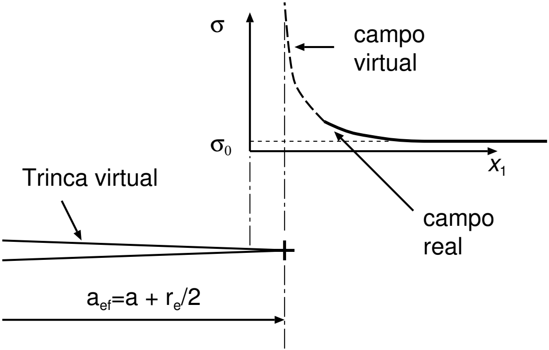
Small scale yielding



$$r_e \sim \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K}{\sigma_e}\right)^2$$

Blindagem pela zona plástica

Small scale yielding



$$r_e \sim \frac{1}{6\pi}\left(\frac{K}{\sigma_e}\right)^2 \qquad \text{(EPD)}$$

Estimativa da forma da zona plástica

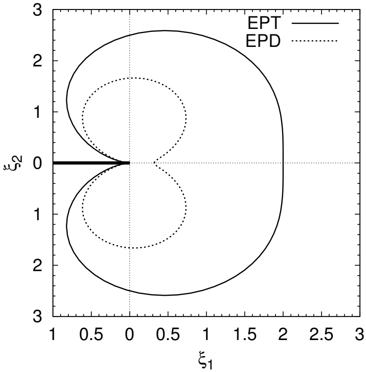
Resolvendo as equações do campo de Irwin:

$$r_e = \frac{K^2}{2\pi\sigma_e^2}\left[1+\cos\theta+\frac{3}{2}\sin^2\theta\right]$$

no EPT e

$$r_e = \frac{K^2}{2\pi\sigma_e^2}\left[(1-2\nu)^2(1+\cos\theta)+\frac{3}{2}\sin^2\theta\right]$$

no EPD.



$$\xi_{(1,2)} = x_{(1,2)} \times \left(\frac{2\pi\sigma_e^2}{K^2}\right)$$

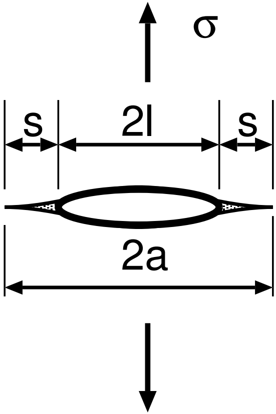
Modelo de Dugdale

Investigando crescimento de trincas em chapas metálicas (EPT).
Definindo as variáveis:

$$x = a \cosh \alpha$$

e

$$\ell = a \cos \beta$$



Modelo de Dugdale

Investigando crescimento de trincas em chapas metálicas (EPT).

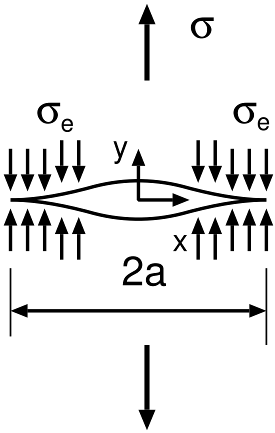
$$\sigma_{y=0} = -\frac{2\sigma_e\beta}{\pi\alpha}$$

e

$$\sigma_{y=0} = \frac{\sigma}{\alpha}$$

com

$$\sigma - \frac{2\sigma_e\beta}{\pi} = 0$$



Modelo de Dugdale

Investigando crescimento de trincas em chapas metálicas (EPT).
Usando a definição de β.

$$\frac{s}{a} = 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\frac{\sigma}{\sigma_e}\right)$$

ou

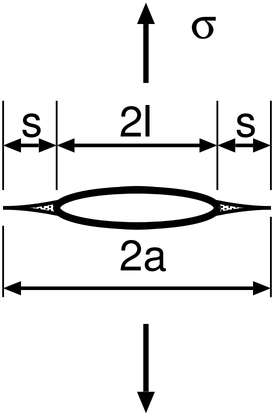
$$\frac{s}{a} \simeq 1 - \left(\frac{\pi}{2}\right)\left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_e}\right)$$

então

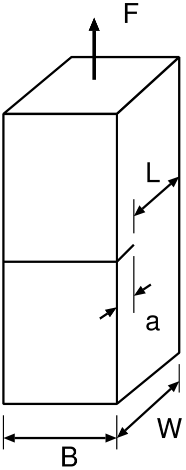
$$r_e \simeq \frac{\pi}{8}\left(\frac{K}{\sigma_e}\right)^2$$

mas

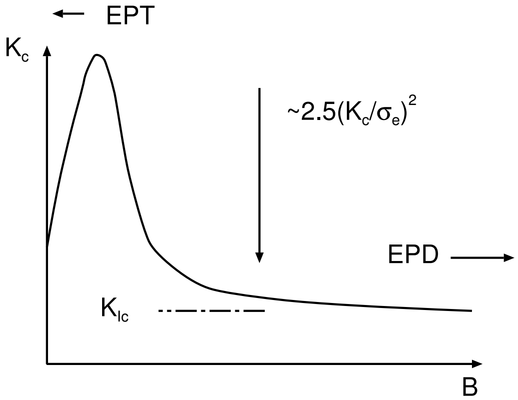
$$\frac{\pi}{8} \sim \frac{1}{\pi}$$



Efeitos da geometria da amostra



$$2.5\left(\frac{K_c}{\sigma_e}\right)^2 > X$$



Ensaio de tenacidade à fratura no EPD

Plane strain fracture toughness test

Norma **ASTM E1820-08a**:

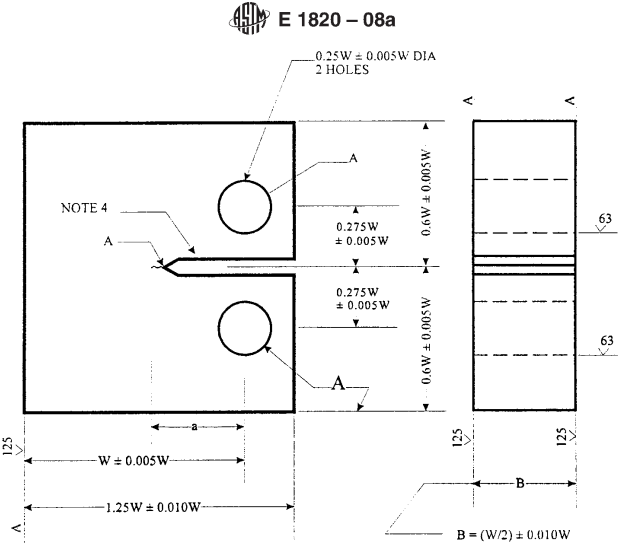
- $K_{\mathrm{I}c}$,
- CTOD,
- J

"A propriedade $K_{\mathrm{I}c}$ determinada por este método de ensaio caracteriza a resistência do material à fratura em um ambiente neutro na presença de uma trinca com pequeno raio de curvatura na ponta sobre uma restrição severa em tração, tal que o estado de tensão na ponta da trinca se aproxima do EPD, e a zona plástica na ponta da trinca é pequena em relação às dimensões da amostra na direção da restrição."

Características do ensaio

Geometrias:

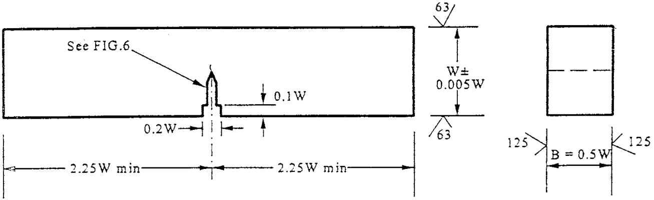
- C(T)
- SENB
- DC(T)



Características do ensaio

Geometrias:

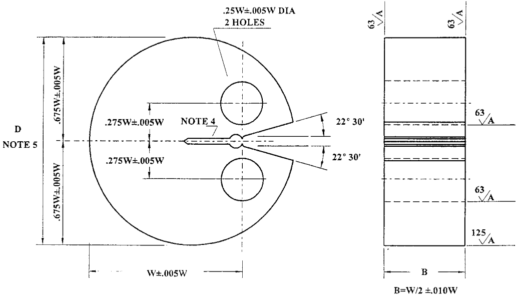
- C(T)
- SENB
- DC(T)



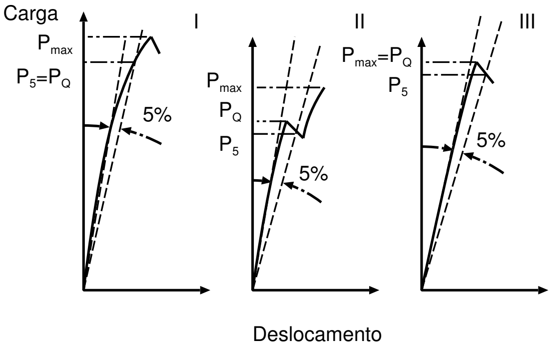
Características do ensaio

Geometrias:

- C(T)
- SENB
- DC(T)



Curvas típicas obtidas no ensaio



Procedimento do ensaio

- Calcule $\frac{P_{MAX}}{P_Q}$, se este valor for maior que 1,10 o ensaio não produzirá um resultado válido para $K_{\mathrm{I}c}$ e deverá ser descartado.
- Calcule o valor condicional K_Q correspondente a P_Q usando as fórmulas tabuladas para a geometria específica do corpo de prova.
- Calcule $2,5\left(\frac{K_Q}{\sigma_e}\right)^2$, se essa quantidade for menor que a espessura da amostra e que o comprimento inicial da pré-trinca e que o comprimento do ligamento do corpo de prova o ensaio será válido e teremos que $K_{Ic} = K_Q$.
- Se o espécimen falhar no último requisito, será necessário usar um corpo de prova maior.

Ensaio de CTOD

Crack tip opening diplacement

Wells:
No limite da MFEL:
Segundo Irwin:

$$\mathrm{CTOD} = \delta = \frac{4}{\pi}\frac{K^2}{\sigma_e E}$$

Segundo Dugdale:

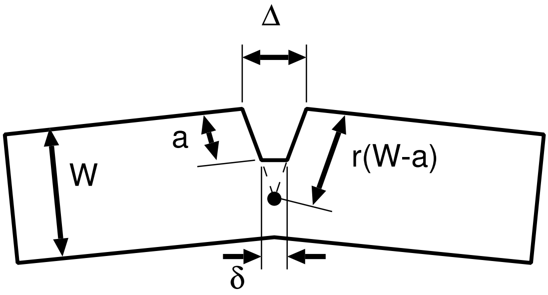
$$\mathrm{CTOD} = \delta = \frac{K^2}{\sigma_e E}$$

Em geral:

$$\delta = \frac{K^2}{\lambda \sigma_e E}$$

Geometria do ensaio

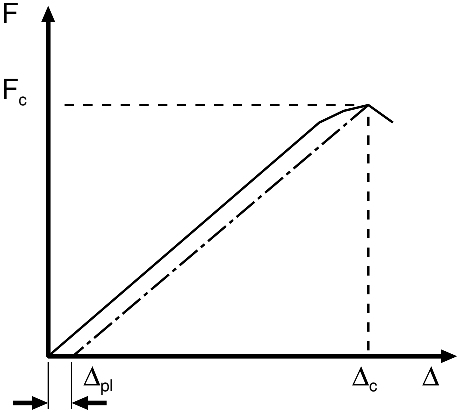
Norma da BWS



$$\delta = \frac{r\,(W-a)\,\Delta}{r\,(W-a)+a} \qquad (0 \leq r \leq 1)$$

Procedimento do ensaio

$$\delta = \delta_{el} + \delta_{pl} = \frac{K_c}{\lambda \sigma_e E} + \frac{r_{pl}\left(W - a\right)\Delta_{pl}}{r_{pl}\left(W - a\right) + a}$$



Parâmetros do ensaio

- $\delta_{\mathrm{I}c}$: CTOD medido próximo ao início da propagação estável de trinca (ou "*pop-in*") definido como ocorrido a $\Delta a_p = 0.2$ mm + $0.7\delta_{Ic}$, onde Δa_p é a parcela plástica da propagação estável da trinca medida no ensaio.
- δ_c: CTOD medido próximo ao início da propagação instável de trinca (ou "*pop-in*") quando esta ocorre com $\Delta a_p < 0.2$ mm + $0.7\delta_{\mathrm{I}c}$,
- δ_u: CTOD medido no início da propagação instável de trinca (ou "*pop-in*") quando o evento ocorre com $\Delta a_p > 0.2$ mm + $0.7\delta_{\mathrm{I}c}$
- A norma define ainda δ_c^* como o valor medido na propagação instável de trinca sem ser precedido por crescimento estável significativo.

A curva de projeto por CTOD

CTOD design curve

Wells:

$$\delta \approx 2\pi\varepsilon_e a$$

Estimativa de maior CTOD admissível:

$$\delta_c = 2\pi\varepsilon_e B$$

A curva de projeto por CTOD

CTOD design curve

Dugdale, Burdekin, Stone:

$$\delta = \frac{8\varepsilon_e a}{\pi} \ln \sin \left(\frac{2}{\pi} \frac{\sigma}{\sigma_e} \right)$$

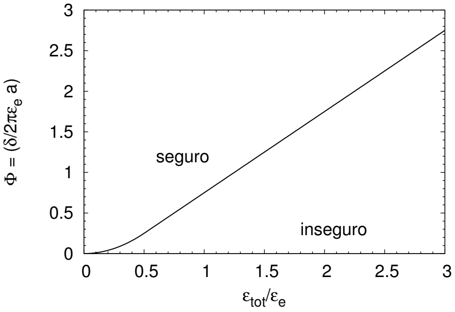
Parâmetro adimensional, Φ:

$$\Phi = \frac{\delta}{2\pi\varepsilon_e a} = \frac{4}{\pi^2} \ln \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{\sigma_e} \right)$$

A curva de projeto por CTOD

CTOD design curve

$$\Phi = \begin{cases} \left(\dfrac{\varepsilon_{tot}}{\varepsilon_e}\right)^2 & \dfrac{\varepsilon_{tot}}{\varepsilon_e} \leq 0,5 \\ \left(\dfrac{\varepsilon_{tot}}{\varepsilon_e} - 0,25\right) & \dfrac{\varepsilon_{tot}}{\varepsilon_e} > 0,5 \end{cases}$$

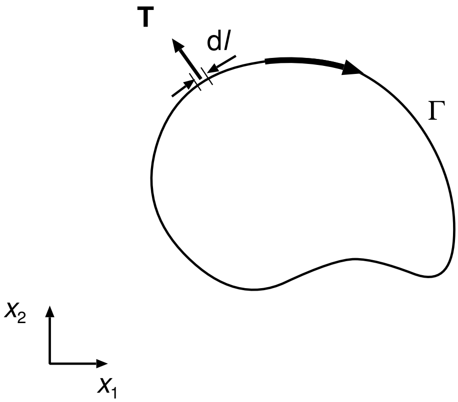


Definição de J

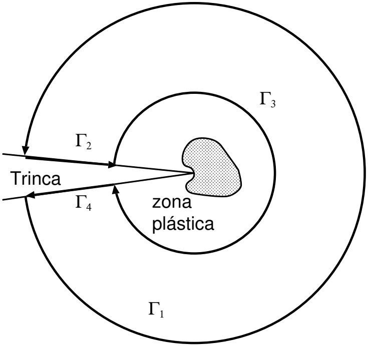
Cherepanov (1967) e Rice (1968) independentemente, usando um resultado devido a Eshelby (1951):

$$J = \int_\Gamma \left(w_{el} \mathrm{d}x_2 - \mathbf{T} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} \mathrm{d}l \right)$$

Independente do caminho de integração em materiais não lineares elásticos (com $w_{el} = \sigma_{ij} \mathrm{d}\varepsilon_{ij}$).

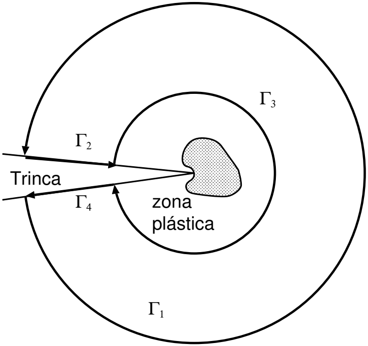


Aplicação de J a trincas



$$J_{\Gamma_1} + J_{\Gamma_3} = 0 \Rightarrow J_{\Gamma_1} = J_{-\Gamma_3}$$

Aplicação de J a trincas



$$J_{\Gamma_1} + J_{\Gamma_3} = 0 \Rightarrow J_{\Gamma_1} = J_{-\Gamma_3}$$

Na prática:

$$J \equiv \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}a}$$

O campo HRR

Hutchinson, Rice, Rosengren

Material descrito por uma relação constitutiva de Ramberg-Osgood:

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_e} = \left(\frac{J}{\varepsilon_e \sigma_e \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{1+n'}} f_{ij}(n', \theta)$$

$$\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_e} = \frac{\varepsilon_0}{E} \left(\frac{J}{\varepsilon_e \sigma_e \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{n'}{1+n'}} g_{ij}(n', \theta)$$

onde I_n, f_{ij} e g_{ij} são funções adimensionais do coeficiente de encruamento e do ângulo θ.

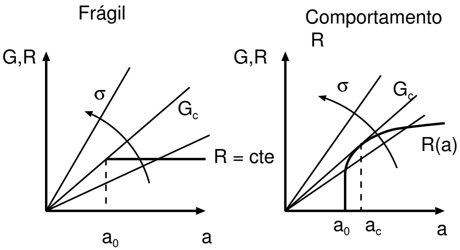
Uso (e equivalência) de CTOD e J

ASTM E 1820-08a:
Manda fazer ensaio de J e obtém δ usando:

$$\lambda = -0,111 + 0,817\frac{a}{W} + 1,36\frac{\sigma_u}{\sigma_e}$$

Estudo da *Japan Engineering Welding Society* comparou norma ASTM com a da BWS $\rightarrow$ equivalência depende da razão elástica ($\frac{\sigma_u}{\sigma_e} > 0,8$).

Curva R



Irwin:

$$\frac{\partial G}{\partial a} = \frac{\partial R}{\partial a}$$

Da definição de G temos:

$$G = \frac{K^2\left(1-\nu^2\right)}{E} = \frac{\pi\sigma^2 a\left(1-\nu^2\right)}{E}$$

Relação entre as medidas de tenacidade à fratura

1. Abordagem geométrica (de campo) K, δ
2. Abordagem energética G, J
3. Abordagem mista J

$$J = G = \frac{K^2}{E'} = \lambda \sigma_e \delta$$

onde $E' = E$ no EPT e $\frac{E}{(1-\nu^2)}$ no EPD e $1 \leq \lambda \leq 2$.

O segundo parâmetro de tenacidade

Da solução completa do campo HRR:

$$\sigma_{ij} = A_{ij} r^{-\frac{1}{1+n'}} f_{ij}^{(1)}(n', \theta) + B_{ij} r^{t} f_{ij}^{(2)}(n', \theta) + C_{ij} r^{u} f_{ij}^{(3)}(n', \theta) + \ldots$$

O segundo parâmetro de tenacidade

Williams *et al.* reescrevem:

$$\sigma_{ij} = \sigma_e \left[\left(\frac{J}{\varepsilon_0 \varepsilon_e \sigma_e I_n r} \right)^{\frac{1}{1+n'}} f_{ij}^{(1)} + Q \left(\frac{r\sigma_e}{J} \right)^t f_{ij}^{(2)} + \dots \right]$$

O segundo parâmetro de tenacidade

Estes autores mostraram que para uma ampla faixa de valores de n' ($4 \leq n' \leq 20$) $t \approx 0$ e neste caso o segundo termo representará uma tensão finita e constante, superposta ao campo HRR:

$$\sigma_{ij} = \left(\sigma_{ij}\right)_{HRR} + Q\sigma_e \delta_{i1}\delta_{1j}$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker.

O segundo parâmetro de tenacidade

No regime a MFLE:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} f_{11}^{(1)} & f_{12}^{(1)} \\ f_{21}^{(1)} & f_{22}^{(1)} \end{bmatrix} + T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O segundo parâmetro de tenacidade

No regime a MFLE:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \left[\begin{array}{cc} f_{11}^{(1)} & f_{12}^{(1)} \\ f_{21}^{(1)} & f_{22}^{(1)} \end{array} \right] + T \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right]$$

Abordagem $J - Q$ (ou $K - T$).

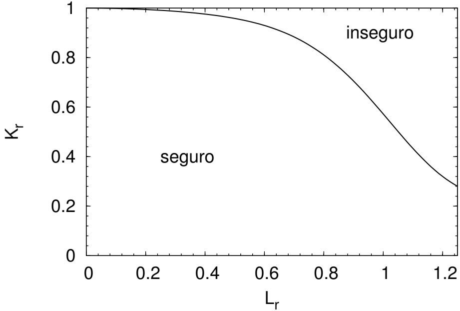
Diagrama de prognóstico de falha

Protocolo R/H/R6 - teceira revisão

$$L_r = \frac{\sigma}{\sigma_e}$$

com

$$L_{max} = \frac{\sigma_u}{\sigma_e}$$



Primeira versão:

$$\begin{cases} K_r = \left(1 - 0,14L_r^2\right)\left[0,3 + 0,7\exp\left(-0,65L_r^6\right)\right] & (L_r \leq L_{max}) \\ K_r = 0 & (L_r > L_{max}) \end{cases}$$

Diagrama de prognóstico de falha

Protocolo R/H/R6 - teceira revisão

Segunda versão:

$$\begin{cases} K_r = \left[\dfrac{E\varepsilon^r(L_r\sigma_e)}{L_r\sigma_e} + \dfrac{L_r^3\sigma_e}{2E\varepsilon^r(L_r\sigma_e)}\right]^{-\frac{1}{2}} & (L_r \leq L_{max}) \\ K_r = 0 & (L_r > L_{max}) \end{cases}$$

Usa a informação de curvas tensão - deformação medidas em ensaio de tração.

Diagrama de prognóstico de falha

Protocolo R/H/R6 - teceira revisão

Terceira versão:

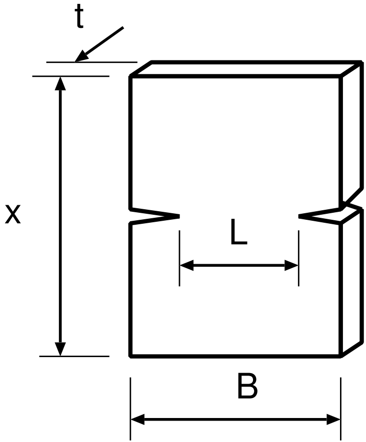
$$K_r = \left(\frac{J_{el}}{J_R} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Usa métodos numéricos (Elementos finitos) e curvas J - R medidas.

Trabalho essencial de fratura

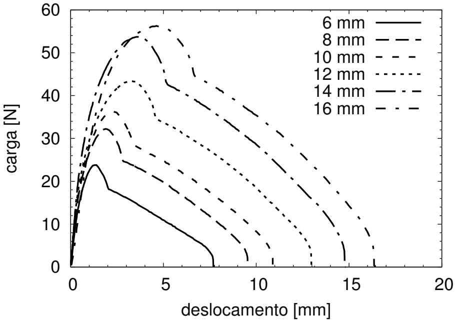
Essential work of fracture, EWF

Corpo de prova DENT (*Double-edge notched tensile*)



Trabalho essencial de fratura

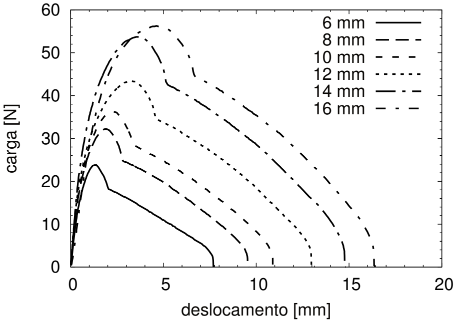
Essential work of fracture, EWF



$$W_f = w_{ef}Lt + \beta w_{pf}L^2 t$$

Trabalho essencial de fratura

Essential work of fracture, EWF



$$w_f = w_{ef} + \beta w_{pf} L$$

Trabalho essencial de fratura

Essential work of fracture, EWF