Sumário

- Tipos e Fontes de Ruído
- Relação Sinal-Ruído
- Figura de Ruído

Classificação

- Existem muitas maneiras de classificar o ruído. Ele pode ser subdividido de acordo com o tipo, fonte, efeito ou relação no receptor, dependendo das circunstâncias. É mais conveniente dividi-lo em dois grandes grupos: ruído cujas fontes são externas ao receptor e o ruído criado dentro do próprio receptor.
- Por outro lado, ruído externo é difícil de ser tratado quantitativamente, e em geral não há muito a se fazer a esse respeito, a menos de mudar a localização geográfica do sistema.

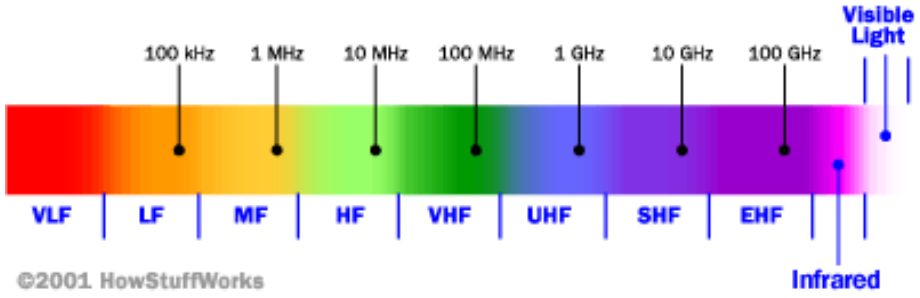
Ruído Externo

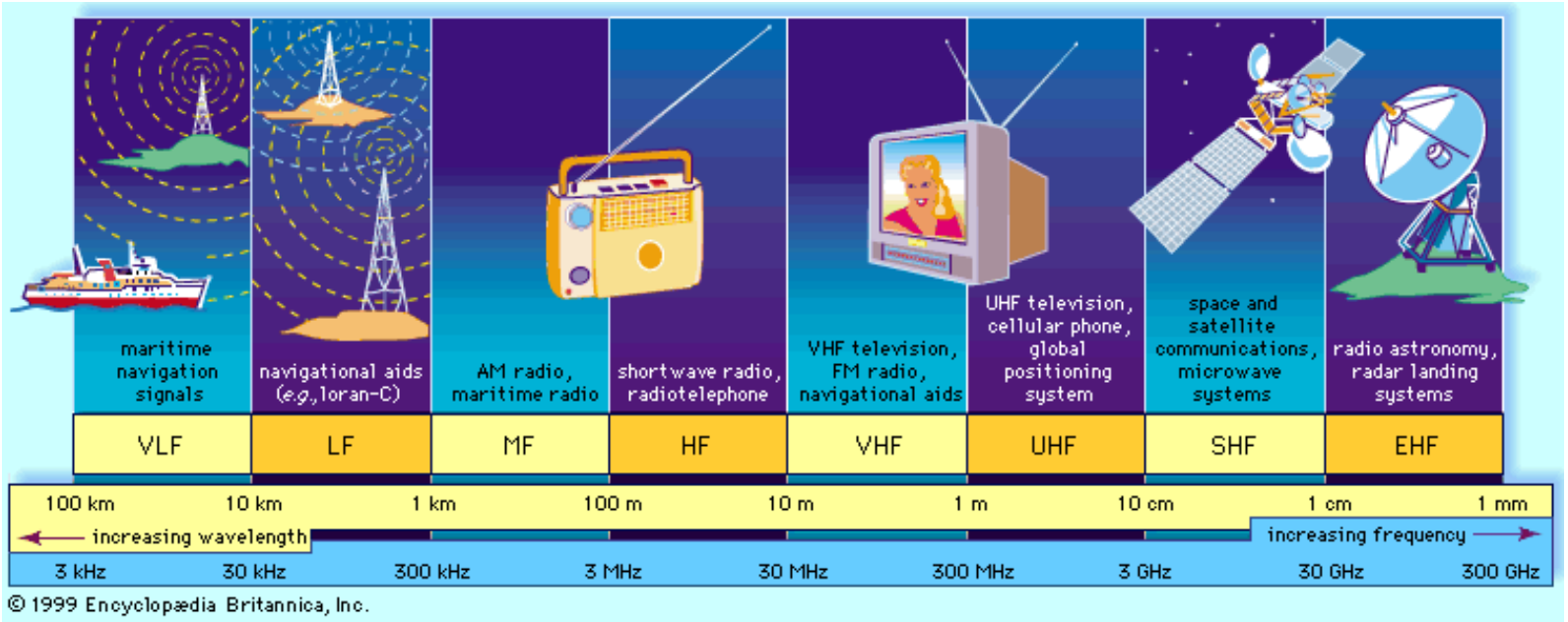
- Ruído Atmosférico
  - Ondas espúrias de rádio induzem voltagens na antena e a maioria destas ondas vêm de fontes naturais de perturbação, geralmente chamado de *estática*
  - Estática é causada por descargas elétricas em tempestades (raios) e outras perturbações elétricas naturais que ocorrem na atmosfera

Ruído Atmosférico

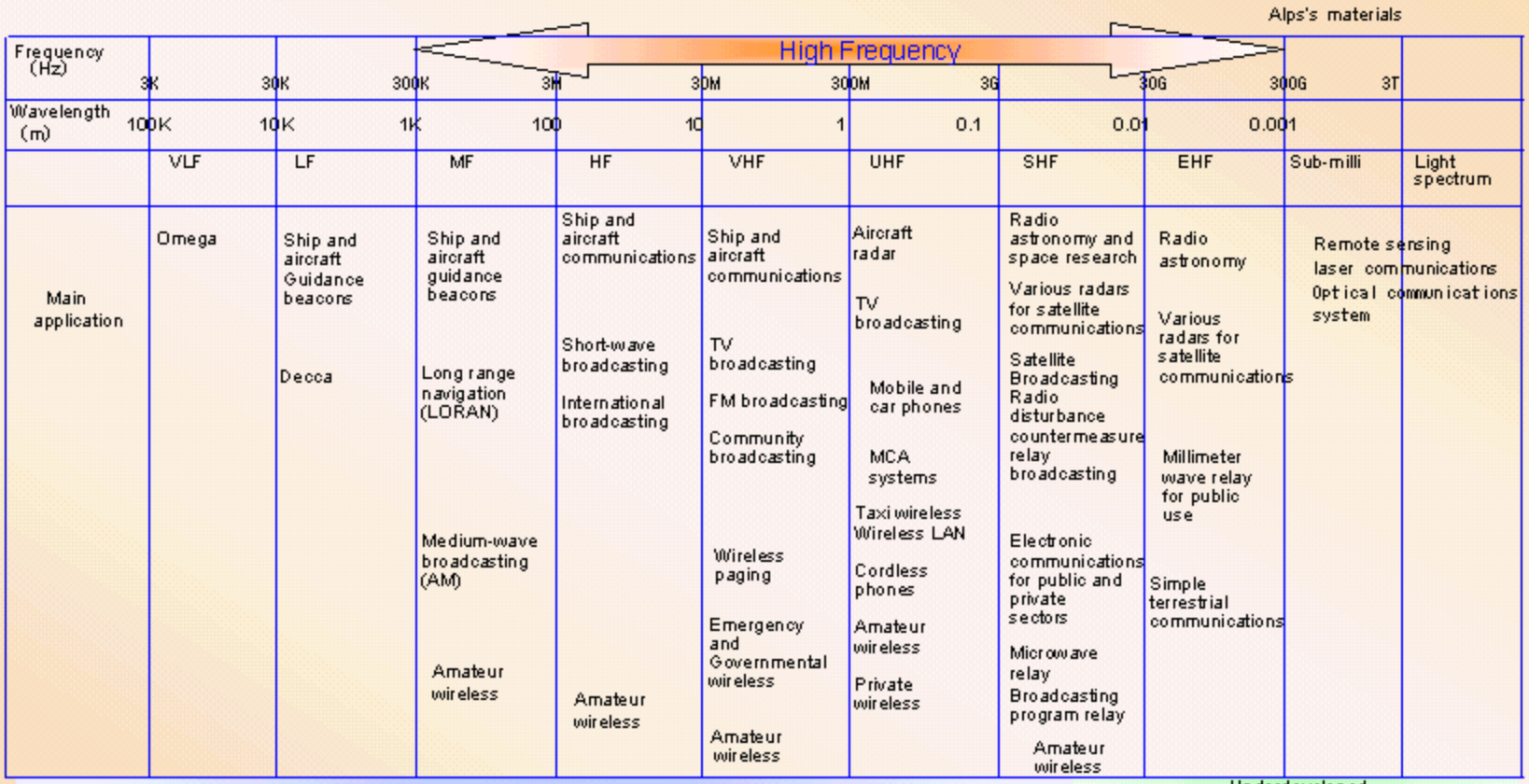
- Devido à origem destas formas de impulso, e em função da aleatoriedade deste processo, a estática se espalha por todo o espectro de radiodifusão.
- Consiste de sinais espúrios com componentes espectrais espalhados por toda a faixa de frequências e propaga-se por todo o planeta
- A intensidade do campo é, aproximadamente, inversamente proporcional à frequência, portanto este ruído interfere mais na recepção de ondas de mais baixa frequência
- Torna-se menos severo em frequências acima de 30MHz pelos seguintes motivos:
  - Estas frequências são limitadas à linha de visada, i.e., ~< 80 km
  - A natureza do mecanismo que gera este ruído é tal que muito pouco é criado na faixa de VHF e acima.

Espectro de frequências de rádio





Alps's materials



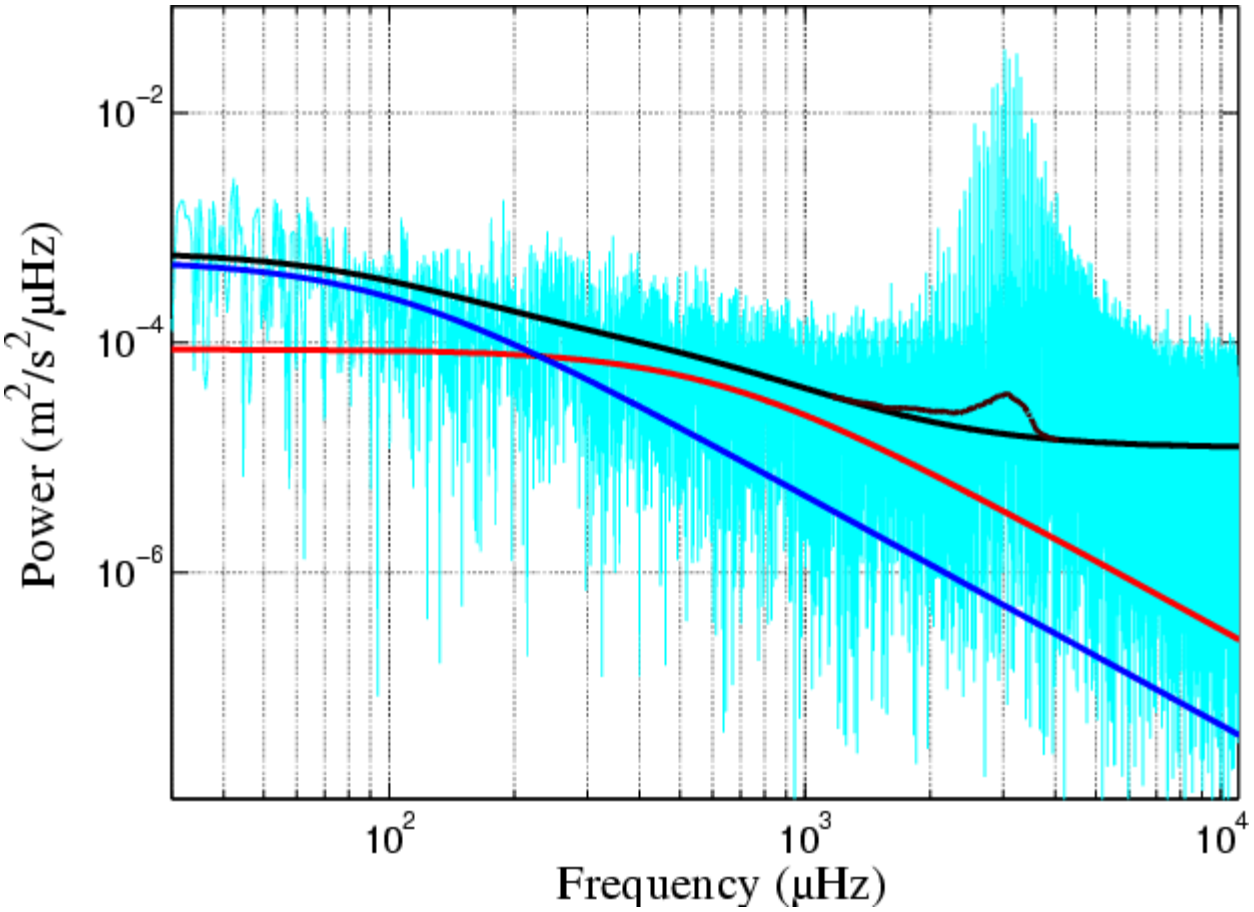
Frequency bandwidth abbreviations
V:Very U:Ultra S:Super E:Extremely L:Low M:Middle H:High F:Frequency

K:10^3 M:10^6 G:10^9

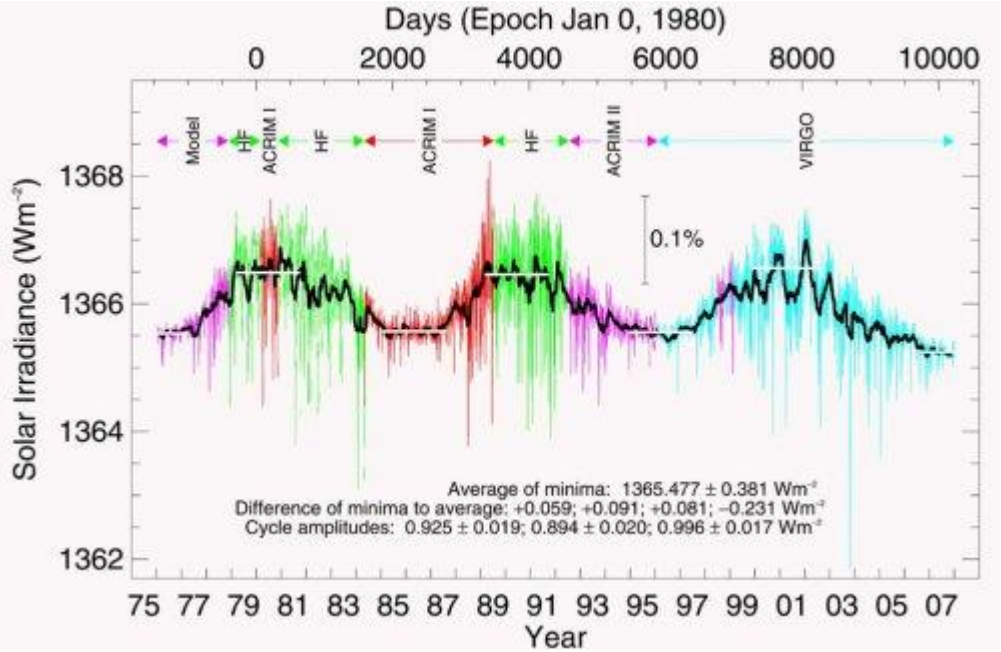
Ruído Extra-terrestre

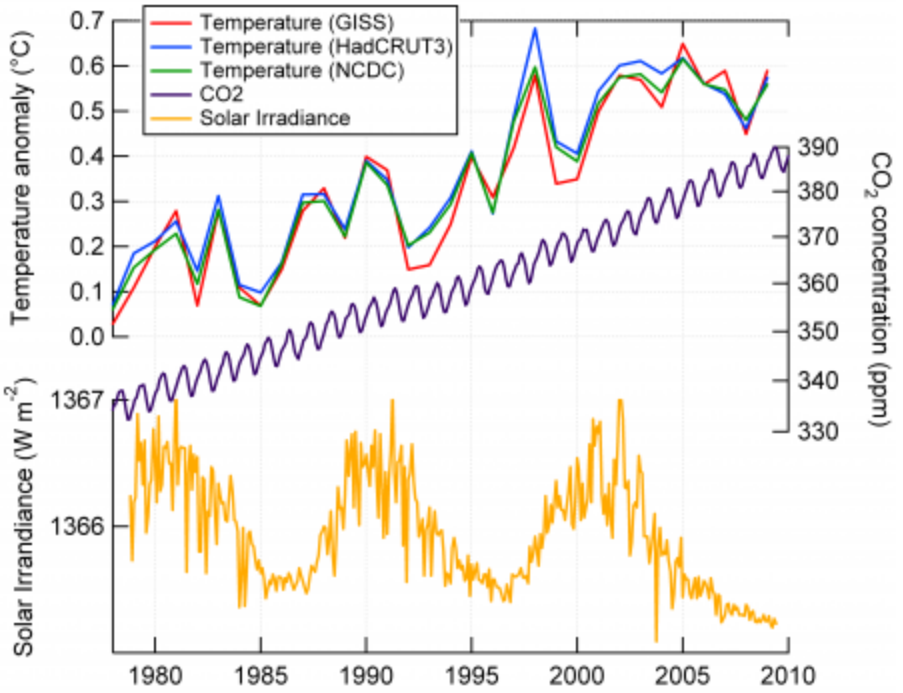
- Tantos tipos quanto são as fontes, mas...
- Ruído Solar
  - Sob condições “calmas”, existe uma radiação constante vinda do sol simplesmente porque é um corpo muito quente e radia sobre um espectro muito largo, que inclui as frequências usadas em comunicações.
  - Como o sol é uma estrela variável e passa por ciclos, existem picos de perturbações elétricas que podem ser ordens de grandeza maiores do que aquelas recebidas durante os períodos de “calmaria”. O ciclo solar se repete por períodos de ~11 anos e existem super-picos com ciclos maiores, de cerca de 100 anos

Ruído Solar

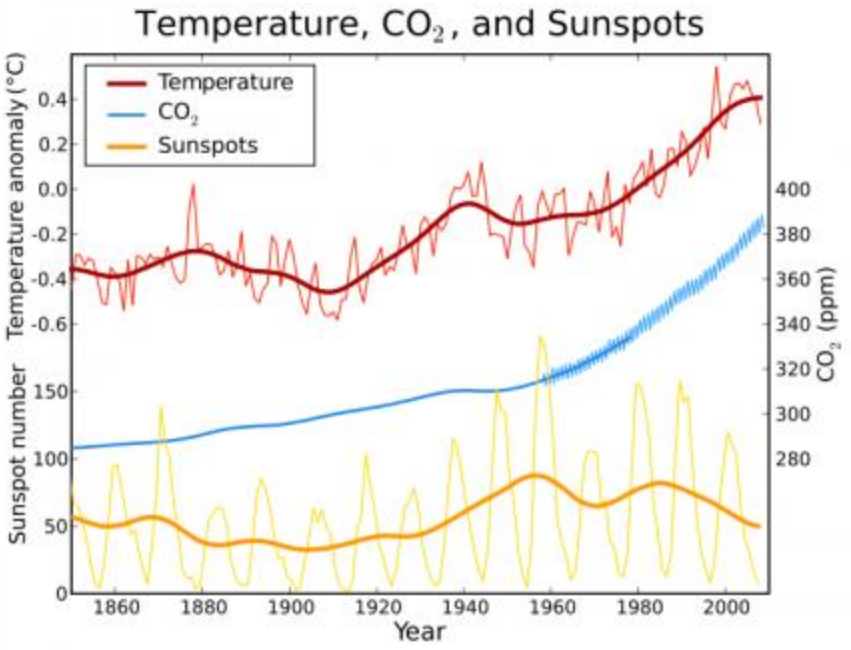


Ciclo dos 11 anos

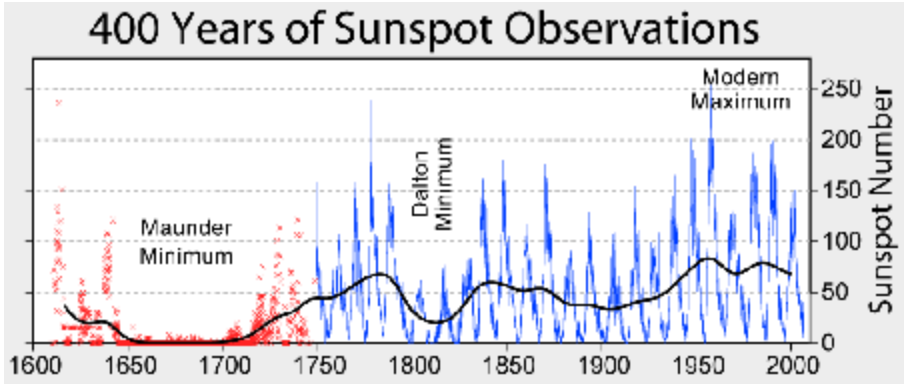




Temperatures jiggle up and down, but are increasing over the longer term (multiple decades). CO2 has a seasonal cycle due to the 'breathing' of the biosphere, but is steadily increasing over the years due to human emissions. The sun shows an 11-year cycle, but no secular increase or decrease over this time period.



Number of sunspots as a proxy of solar activity



The main reasons that disqualify the sun as being a major culprit in recent global warming are:

- **No increase in solar output (or decrease in cosmic rays) over the past 50 years**
- **Nighttime temperatures increased more than daytime (inconsistent with solar forcing; consistent with GHG forcing)**
- **Stratospheric cooling (inconsistent with solar forcing; consistent with GHG forcing)**

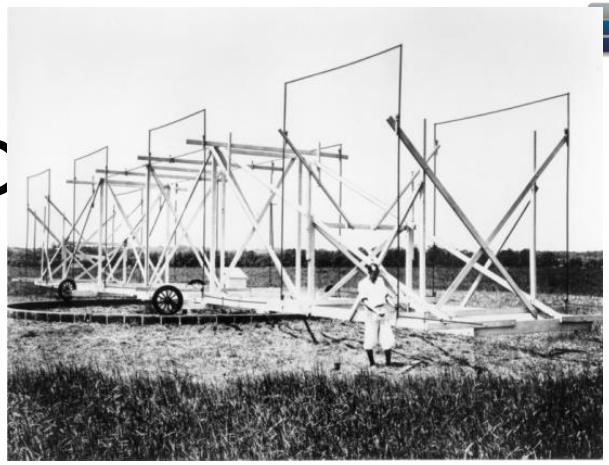
O SOL

- http://sohowww.nascom.nasa.gov/data/realtime-images.html
- http://www.apolo11.com/
- http://spaceweather.com/
- Em 07/06/2011: 07/06/2011 http://www.youtube.com/watch?v=hpQmS3adLgI&feature=youtu.be
- http://www.apolo11.com/spacenews.php?titulo=Tempestade_solar_pode_causar_interferencias_eletromagneticas&posic=dat_20110608-101932.inc
- Em 08/06/2011: http://www.youtube.com/watch?v=SNZpWr8ZGqs

Ruído Extra-terrestre

- Ruído cósmico
  - Como estrelas distantes são também “sóis” e têm altas temperaturas, radiam da mesma maneira que nosso sol. O ruído recebido é chamado de térmico (ou *blackbody*) e é distribuído sobre todo o céu.
  - Nós também recebemos ruído do centro de nossa própria galáxia, de outras galáxias e de outros pontos, como quasares e pulsares.
  - Este ruído é muito intenso mas vêm de fontes fechadas em ângulos muito pequenos no céu. Dois dos mais intensos vêm de Cassiopéia A e Cygnus A

Ruído Cósmic

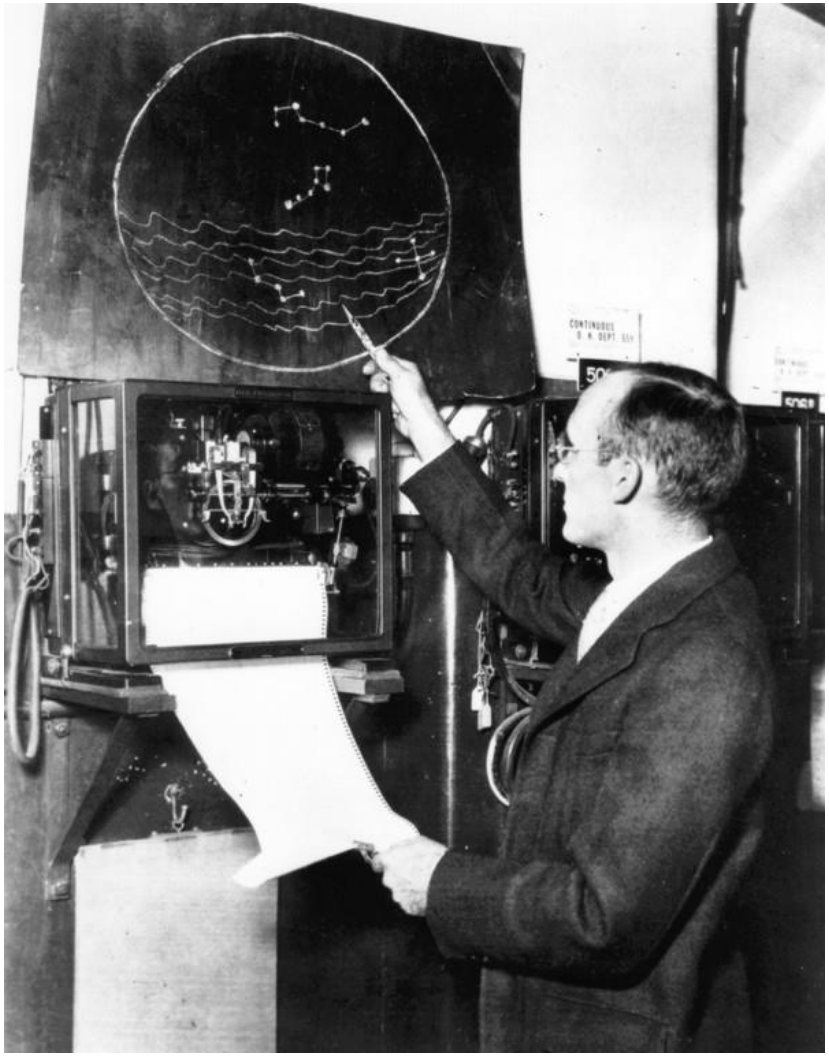


- ***The Discovery of Cosmic Radio Noise***

- *Natural radio emission from our Galaxy was detected accidentally in 1932 by Karl Guthe Jansky, a physicist working as a radio engineer for Bell Telephone Laboratories.*

- ***A História***
  - In the 1920s, Bell Telephone offered transatlantic telephone service based on "shortwave" (λ~15 m) radio transmissions. Natural radio static caused serious interference with these transmissions, so Bell asked their young electrical engineer Karl Jansky to determine its origin. Jansky built the antenna to monitor radio static at 20.5 MHz. It produced a fan beam near the horizon and could be rotated in azimuth (the angle measured from north to east along the horizon). *Jansky discovered that most of the static is caused by numerous tropical thunderstorms.* In addition he found a steady "hiss" whose strength rose and fell almost daily, with a period of 23 hours and 56 minutes. He recognized that this is length of the sidereal day (the time it takes the Earth to rotate once in the reference frame of the fixed stars), deduced that the hiss originated outside the solar system, and identified the direction of the Galactic center as the source of the strongest emission. He published his results in the paper "Electrical Disturbances of Apparently Extraterrestrial Origin" (Jansky, K. J. 1933, Proc. IRE, 21, 1387).

Ruído Cósmico



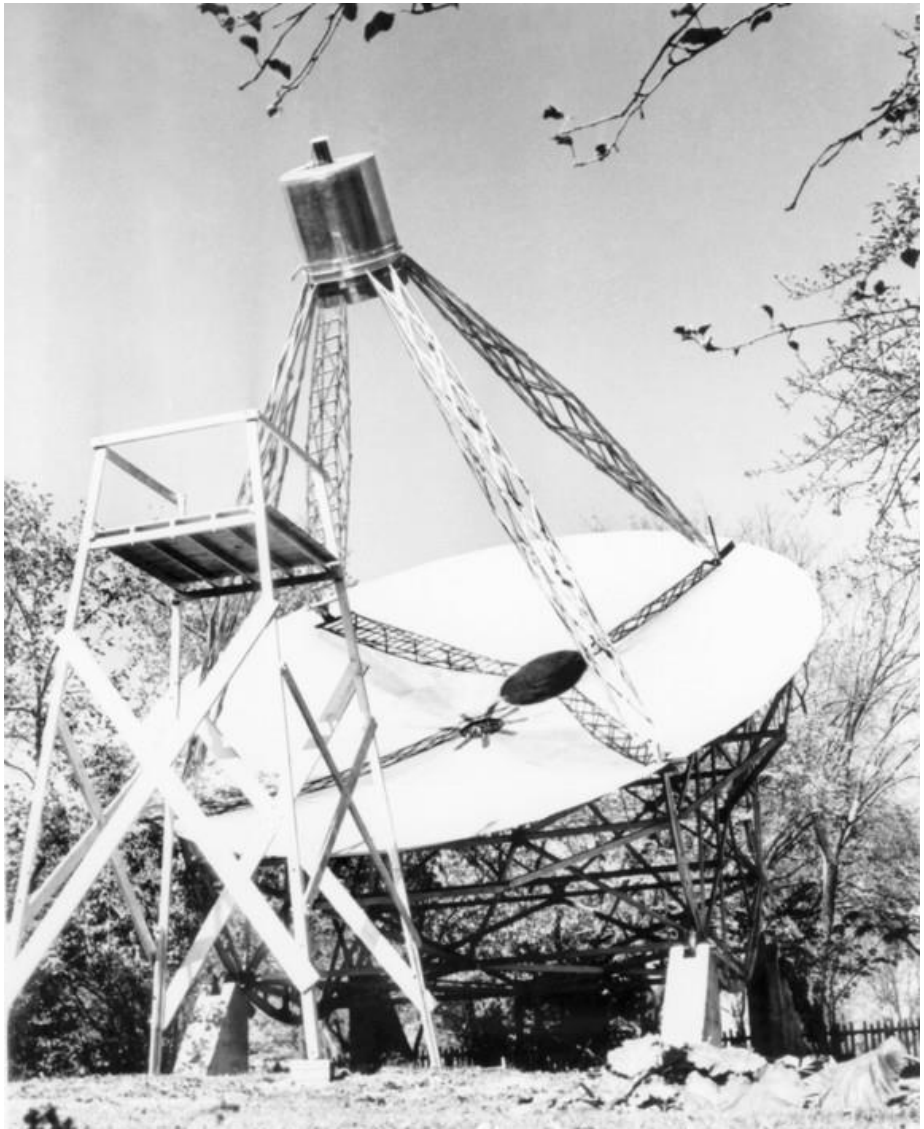
Karl Jansky pointing out the region of the Galactic plane emitting the strong cosmic noise.

Jansky's discovery appeared on the front page of the New York Times, but Bell Telephone had no practical interest in the cosmic component of radio static and reassigned Karl Jansky to other projects. Jansky himself believed that the cosmic noise was thermal emission because it produced a steady hiss in headphones that sounded like the hiss produced by vacuum-tube amplifiers. Skeptical astronomers couldn't understand how such strong (equivalent to the emission from a*T*2105 K blackbody covering most of the inner Galaxy) radio noise was produced and ignored it.

The only person who took a serious interest in Jansky's discovery was the amateur radio operator and professional radio engineer Grote Reber.

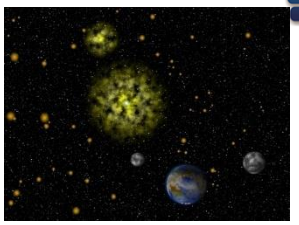
Radio astronomy became Reber’s obsession. He devoted years of his life to building the world's first radio antenna having a parabolic reflector at his own expense in his back yard in Wheaton, IL and mapping the Galaxy with it.

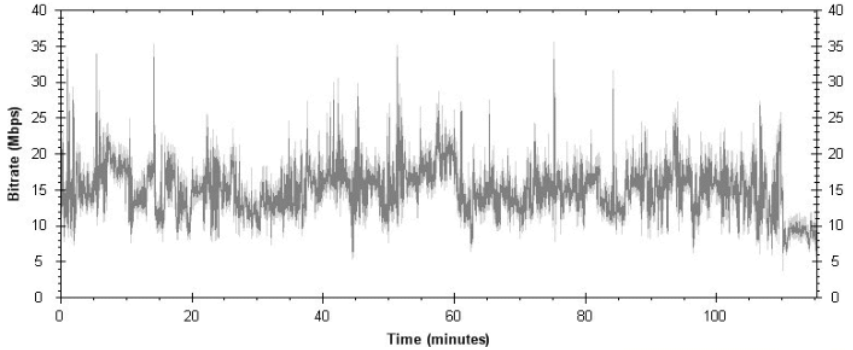
Ruído Cósmico

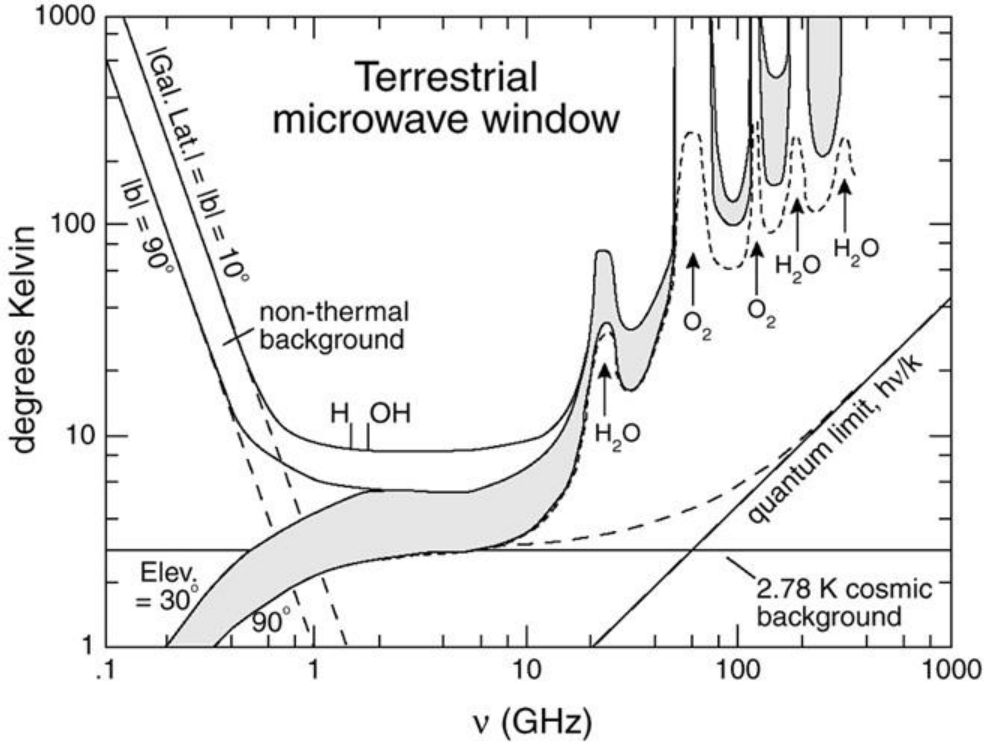


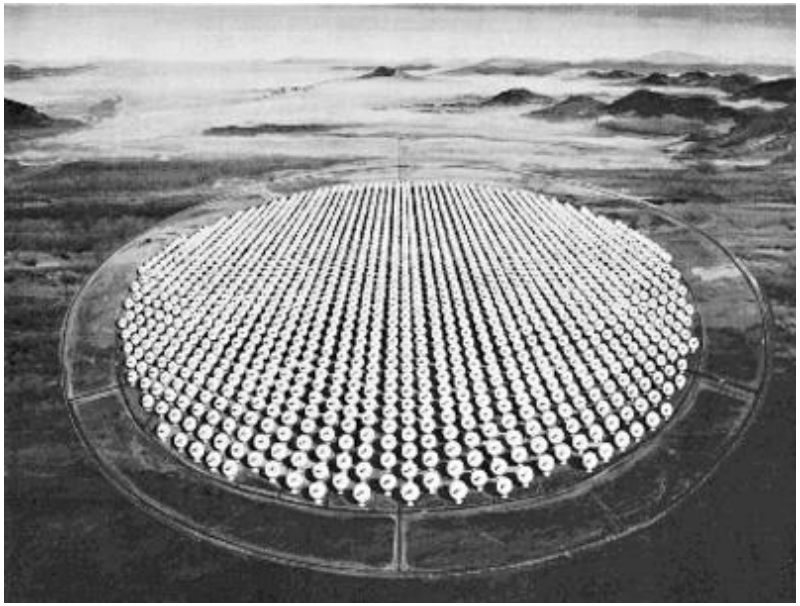
Grote Reber's backyard radio telescope in Wheaton, IL. The parabolic reflector is about 10 m in diameter. His original telescope was dismantled and reassembled near the NRAO visitors science center in Green Bank, WV.

Ruído Cósmico









Ruído Externo

- Resumo: observável em freqüências na faixa a partir de cerca de 8MHz a até cerca de 1,43GHz, esta última correspondendo a linha do hidrogêncio de 21cm.
- Além do ruído feito pelo próprio homem, é o componente mais intenso na faixa de 20 a 120MHz

Ruído Externo feito pelo homem

- Entre as freqüências de 1 a 600MHz, em áreas urbanas, suburbanas e industriais, a intensidade do ruído feito pelo homem é maior do que a criada pr qualquer outro tipo de fonte, interna ou externa ao receptor.
- Exemplos: ignição de motores móveis (carros, aviões, etc.), motores elétricos, engrenagens, vazamento de linhas de alta tensão e vários outros vindos de máquinas elétricas, lâmpadas fluorescentes...
- O ruído é produzido pelo arco de discarga presente em todas estas operações
- Só pode ser analisado numa base estatística

Ruídos Internos

- Veremos o ruído criado por dispositivos ativos e passivos encontrados nos receptores.
- Ruído é aleatório
- A potência do ruído de natureza aleatória é proporcional à banda sobre a qual ele é medido.

Ruído de agitação térmica

- Gerado numa resistência ou componente resistivo, também conhecido com ruído Johnson.

Ruído Shot

- Importante fonte de ruído, aparece em dispositivos ativos

Figura de Ruído

- RELAÇÃO SINAL RUÍDO
  - O cálculo da resistência equivalente de um amplificador, receptor ou dispositivo pode ter dois propósitos:
    - Comparar dois circuitos para avaliação de seu desempenho
    - Comparar o ruído e o sinal num mesmo ponto para garantir que o ruído não é excessivo (S/N)

$$\frac{S}{N} = \frac{P_s}{P_N} = \frac{E_s^2 / R}{E_N^2 / R} = \left(\frac{E_S}{E_N} \right)^2$$

Figura de Ruído, F
(ou Fator de Ruído)

- Razão entre a relação S/N na entrada e a relação S/N na saída

$$F = \frac{S / N_{entrada}}{S / N_{saída}}$$

Ruído

- O termo ruído é normalmente utilizado para designar ondas indesejadas que tendem a perturbar a transmissão e o processamento de sinais em sistemas de comunicação e sobre as quais temos um controle incompleto.
- Na prática, verificamos que há muitas fontes potenciais de ruído em um sistema de comunicação.
  - As fontes de ruído podem ser externas ao sistema (por exemplo, ruído atmosférico, ruído galáctico e ruído provocado pelo homem) ou internas ao sistema.
- A segunda categoria inclui um importante tipo de ruído que surge devido às flutuações espontâneas de corrente ou tensão em circuitos elétricos.
  - Esse tipo de ruído representa uma limitação básica à transmissão ou detecção de sinais em sistemas de comunicação, que envolvem a utilização de dispositivos eletrônicos. Os dois exemplos mais comuns de flutuações espontâneas em circuitos elétricos são o ruído impulsivo e o ruído térmico.

Ruído impulsivo

- O ruído impulsivo surge em dispositivos eletrônicos tais como diodos e transistores por causa da natureza discreta do fluxo de corrente nesses dispositivos.
  - Por exemplo, em um circuito fotodetector um pulso de corrente é gerado toda vez que um elétron é emitido pelo catodo devido à luz incidente proveniente de uma fonte de intensidade constante.
  - Os elétrons são naturalmente emitidos em tempos aleatórios denotados por τ_k, em que $-\infty<k<\infty$. Assume-se que as emissões aleatórias de elétrons se desenvolvem há muito tempo.
  - Dessa forma, a corrente total que flui através do fotodetector pode ser modelada como uma soma infinita de pulsos de corrente, como mostrado por

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t - \tau_k) \qquad (1)$$

em que $h(t-\tau_k)$ é o pulso de corrente gerado no tempo τ_k.

Ruído impulsivo

- O processo X(t) definido pela Eq. (1) é um processo estacionário denominado ruído impulsivo (shot noise).
- O número de elétrons, N(t), emitido no intervalo de tempo (0, t) constitui um processo estocástico discreto cujo valor se eleva a cada vez que um elétron é emitido.
- A figura mostra uma função amostral de tal processo. Seja o valor médio do número de elétrons, ν, emitido entre os tempos t e $t+t_0$, definido por

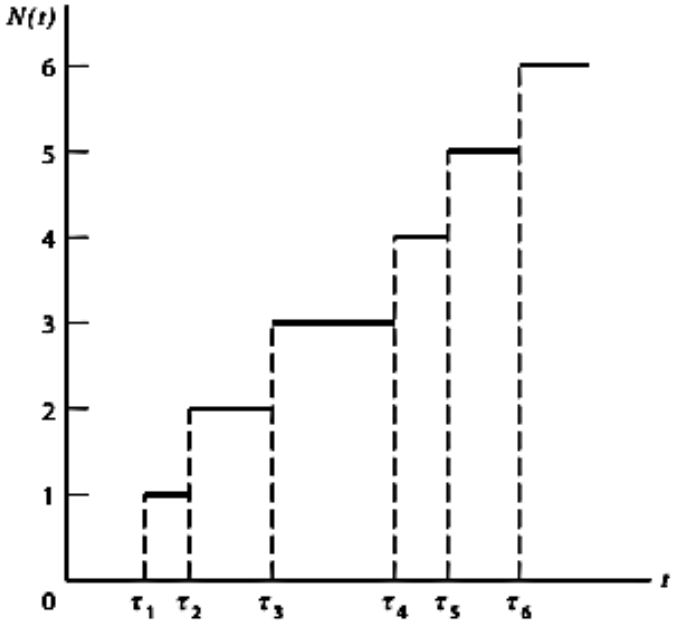
$$\mathbf{E}[\nu] = \lambda t_0 \qquad (2)$$

O parâmetro λ é uma constante denominada *taxa* do processo. O número total de elétrons emitidos no intervalo $(t, t + t_0)$, ou seja,

$$\nu = N(t + t_0) - N(t)$$

segue uma *distribuição de Poisson* com um valor médio igual a λt_0. Em particular, a probabilidade de que k elétrons sejam emitidos no intervalo $(t, t + t_0)$ é definida por

$$\mathbf{P}[\nu = k] = \frac{(\lambda t_0)^k}{k!} e^{-\lambda k} \qquad k = 0, 1, \ldots$$



Função amostral de um processo de contagem de Poisson.

Ruído impulsivo

- Infelizmente, uma caracterização estatística detalhada do processo de ruído impulsivo X(t) na Eq. (1) é uma tarefa matemática difícil. Aqui, simplesmente citamos os resultados relativos aos dois primeiros momentos do processo:
  - A média de $X(t)$ é

$$\mu_X = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\, dt \qquad (3)$$

em que λ é a taxa do processo e $h(t)$ é a forma de onda de um pulso de corrente.

  - A função de autocovariância de $X(t)$ é

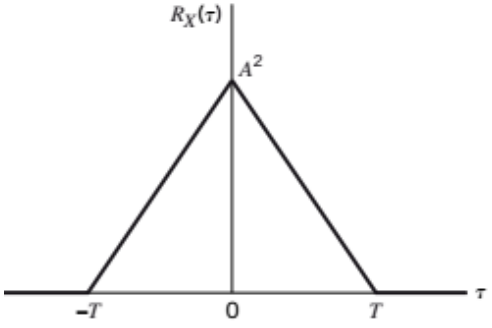
$$C_X(\tau) = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} h(t)h(t+\tau)\, dt \qquad (4)$$

Esse último resultado é conhecido como o *teorema de Campbell*.

Para o caso especial de uma forma de onda $h(t)$ que consiste em um pulso retangular de amplitude A e duração T, a média do processo de ruído impulsivo $X(t)$ é λAT, e sua função de autocovariância é

$$C_X(\tau) = \begin{cases} \lambda A^2(T - |\tau|), & |\tau| < T \\ 0, & |\tau| \geq T \end{cases}$$

que é uma forma de onda triangular similar àquela mostrada na Figura .



Ruído Térmico

- Os elétrons livres em um material condutor possuem energia cinética devido à troca de calor entre material e meio ambiente. Assim:
  - Estes elétrons estão em movimento,
  - Devido às colisões internas este movimento é aleatório,
  - A densidade de elétrons através do condutor dá origem a uma tensão de ruído em seus terminais.
  - Ruído térmico ou Johnson (primeiro a estudá-lo em 1928).
- As seguintes propriedades são observadas:
  - O valor médio da tensão é nulo.
  - O valor quadrático médio é finito e vale:

$$E\left[v_N^2\right] = 4KTR\Delta f \qquad (5)$$

$$E\left[v_N^2\right] = 4KTR\Delta f$$

✓ Em que: K = 1.3810^{-23} [J/ºk] (constante de Boltzman),

T: temperatura em graus Kelvin,

R: resistência interna do condutor em Ω,

Δf: largura de faixa do dispositivo de medida.

Potência média do ruído:

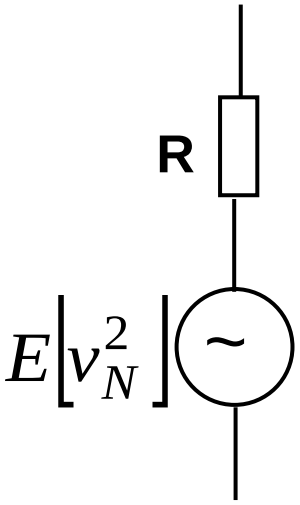
✓ Em analogia com uma fonte elétrica, pode-se definir a “potência média de ruído“, como a máxima potência que a fonte pode oferecer para uma resistência de carga R_L igual à resistência R da fonte:

$$P_N = \frac{E\left[v_N^2\right]}{4R} = KT\Delta f \quad [watts]$$

Equivalentes de Thevenin e Norton

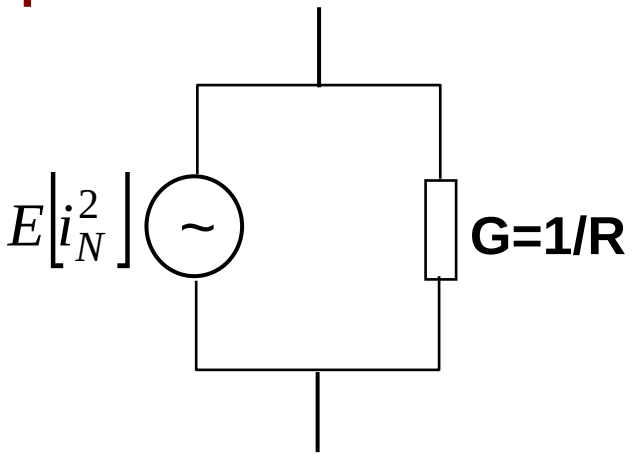
- Podemos modelar um resistor ruidoso pelo circuito equivalente de Thévenin que consiste em uma fonte de tensão de ruído com valor quadrático médio em série com um resistor sem ruído.
- Alternativamente, podemos utilizar o circuito equivalente de Norton que consiste em uma fonte de corrente de ruído em paralelo com uma condutância sem ruído.

Equivalente de Thevenin:



$$E\left[v_N^2\right] = 4KTR\Delta f$$

Equivalente de Northon:



$$E\left[i_N^2\right] = \frac{E\left[v_N^2\right]}{R^2} = 4KTG\Delta f$$

Equivalentes de Thevenin e Norton

- Os cálculos de ruído envolvem a transferência de potência, e, desse modo, o uso do teorema da máxima transferência de potência é aplicável a tais cálculos.
- Esse teorema estabelece que a máxima potência possível é transferida de uma fonte de resistência interna R para uma resistência de carga R_l quando $R_l = R$.
  - Sob essa condição de casamento, a potência produzida pela fonte é distribuída igualmente entre a resistência interna da fonte e a resistência de carga, e a potência fornecida à carga é referida como potência disponível.
  - Aplicando o teorema da máxima transferência de potência ao circuito equivalente de Thévenin, ou o circuito equivalente de Norton, descobrimos que um resistor ruidoso produz uma potência de ruído disponível igual a $kT\Delta f$ watts.

Equivalentes de Thevenin e Norton

Se tivermos M resistores em série:

$$E\left[v_N^2\right] = 4KTR_s\Delta f$$
$$= E\left[v_{N1}^2\right] + E\left[v_{N2}^2\right] + \cdots + E\left[v_{NM}^2\right]$$

em que $R_s = R_1 + R_2 + \ldots + R_M$

Se tivermos M resistores em paralelo:

$$E\left[v_N^2\right] = 4KTR_p\Delta f$$

em que $R_p = R_1 // R_2 // \ldots // R_M$

$$E\left[i_N^2\right] = 4KTG_p\Delta f$$
$$= E\left[i_{N1}^2\right] + E\left[i_{N2}^2\right] + \cdots + E\left[i_{NM}^2\right]$$

em que $G_p = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_M$

Função densidade de probabilidade do ruído térmico

- O número de elétrons livres em um material condutor é extremamente grande.
- seus movimentos aleatórios são estatisticamente independentes.
- Em concordância com o teorema do limite central:
  - A função densidade de probabilidade do ruído térmico é gaussiana com:

Valor médio $\rightarrow$ nulo

Valor quadrático médio $\rightarrow$ $E\left[v_N^2\right]$ $\rightarrow$ variância

Ruído Branco

- A análise de ruído de sistemas de comunicação é comumente baseada em uma forma idealizada de ruído chamada de ruído branco, cuja densidade espectral de potência é independente da frequência de operação.
- O adjetivo branco é utilizado no sentido de que a luz branca contém intensidades iguais de todas as frequências dentro da banda visível de radiação eletromagnética.

Densidade espectral de potência do ruído branco

- ✓ Utilizando-se a mecânica quântica, determina-se o espectro densidade de potência do ruído tal que:

$$G_v(f) = \frac{2Rh|f|}{e^{h|f|/kT} - 1} \qquad (6)$$

Em que: h = 6.6210^{-34} J.s. (constante de Plank)

T = temperatura em graus Kelvin

⇨ Admitindo f < 10^{12} Hz, a seguinte aproximação é válida:

$$e^{h|f|/kT} \approx 1 + \frac{h|f|}{kT} \qquad (7)$$

⇨ substituindo esta equação na acima tem-se que:

$$G_v(f) = 2RkT \; V^2/Hz \qquad (8)$$

Densidade espectral de potência do ruído branco

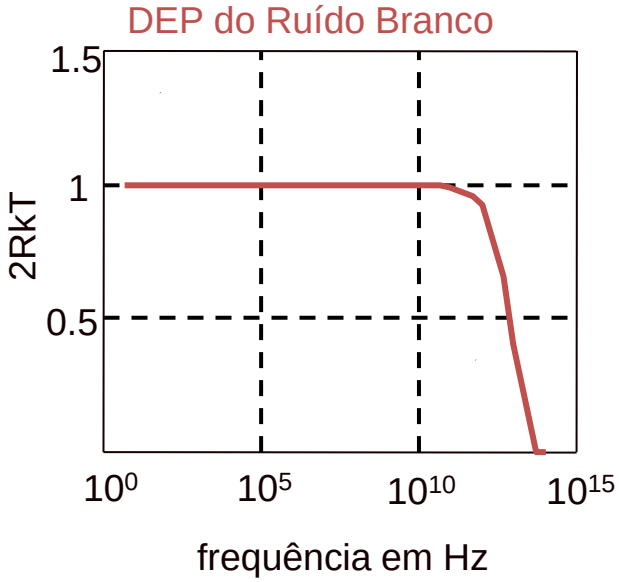
$$G_v(f) = 2RkT \; {}^{V^2}\!/_{Hz}$$

- ✓ observe que a densidade espectral de potência é independente da frequência (plano) ==> ruído branco em analogia com a luz branca.
- ✓ na literatura ele é representado da seguinte maneira:

$$G_v(f) = \frac{N_0}{2} \; {}^{V^2}\!/_{Hz} \qquad S_W(f) = \frac{N_0}{2} \qquad (9)$$

$$N_0 = 4KRT \qquad N_0 = kT_e \qquad (10)$$

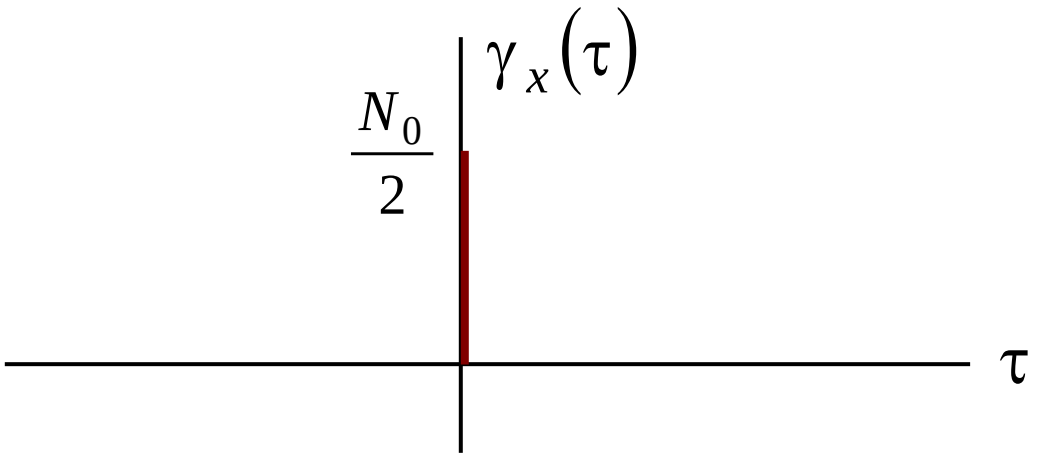
em que k é a constante de Boltzmann e T_e é a *temperatura equivalente de ruído* do receptor . *A temperatura equivalente de ruído de um sistema é definida como a temperatura em que um resistor ruidoso tem de ser mantida a fim de que, conectando-se o resistor à entrada de uma versão sem ruído do sistema, ele produza a mesma potência disponível de ruído na saída do sistema que a produzida por todas as fontes de ruído do sistema real.* A característica importante da temperatura equivalente de ruído é que ela depende somente dos parâmetros do sistema.



Auto-correlação do ruído branco

$$\gamma_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} e^{j2\pi f\tau} df = \frac{N_0}{2}\delta(\tau)$$

Para o ruído branco, duas amostras quaisquer são descorrelacionadas



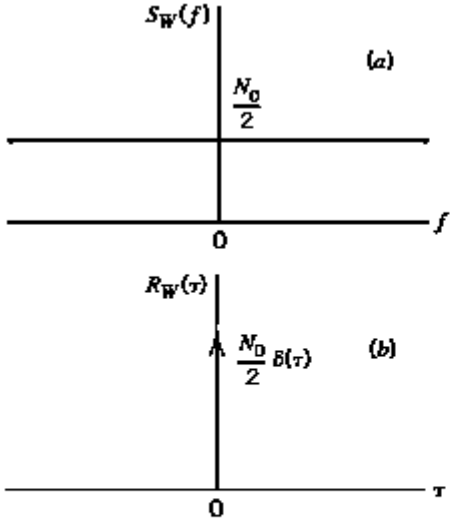
Ruído Branco

- Assim, define-se o ruído branco como um processo estacionário cuja função de auto correlação é dada por:

$$\gamma_x(\tau) = \frac{N_0}{2}\delta(\tau) = \sigma_x^2\delta(\tau) \qquad (11)$$

  - E cujo densidade espectral de potência é dada por:

$$G_v(f) = \frac{N_0}{2} = \sigma_x^2 \; V^2/_{Hz} \qquad (12)$$



Características do ruído branco.
(a) Densidade espectral de potência.
(b) Função de autocorrelação.

Estritamente falando, um ruído branco tem potência média infinita e, sendo assim, não é fisicamente realizável.

A utilidade de um processo de ruído branco é paralela à de uma função impulso ou de uma função delta na análise de sistemas lineares. Da mesma forma que podemos observar o efeito de um impulso somente depois que ele foi passado através de um sistema com largura de banda finita, o mesmo acontece com o ruído branco, cujo efeito é observado somente depois de sua passagem através de um sistema similar.

Podemos afirmar, portanto, que, contanto que a largura de banda de um processo de ruído na entrada de um sistema seja consideravelmente maior do que a do próprio sistema, é possível modelar o processo de ruído como um ruído branco.

Ruído branco em sistemas lineares

✓ Quando um ruído branco passa por um sistema linear com função de transferência H(f) o espectro densidade de potência na saída do sistema será dado por:

$$G_0(f) = G_v(f)\,|H(f)|^2$$ em que: $$G_v(f) = \frac{N_0}{2}\ V^2/_{Hz}$$

⇨ Assim, a tensão quadrática média na saída será:

$$E\left[v_0^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2}\,|H(f)|^2\,df = 4kTR\int_0^{\infty} |H(f)|^2\,df$$

⇨ Escrevendo de outro modo tem-se:

$$E\left[v_0^2\right] = 4kTRB_N$$ em que: $$B_N = \int_0^{\infty} |H(f)|^2\,df$$

Largura de faixa equivalente de ruído

Largura de banda equivalente de ruído

- Quando uma fonte de ruído branco de média zero e de densidade espectral de potência $N_0/2$ é conectada à entrada de um filtro passa-baixas ideal de largura de banda B e resposta em magnitude de banda passante igual a 1, a potência média de ruído de saída [ou, de maneira equivalente, $R_N(0)$] é igual a N_0B.
- Quando tal fonte de ruído é conectada à entrada de um filtro passa-baixas RC simples, o valor correspondente da potência média de ruído de saída é igual a $N_0/4RC$. Para esse filtro, a meia potência ou largura de banda de 3 dB é igual a $1/(2\pi RC)$.
  - A potência média de ruído de saída é proporcional à largura de banda.

Largura de banda equivalente de ruído

- Generalizando para incluir todos os tipos de filtros passa-baixas, define-se a largura de banda equivalente de ruído.
  - Seja uma fonte de ruído branco de média zero e densidade espectral de potência $N_0/2$ conectada à entrada de um filtro passa-baixas arbitrário com função de transferência H(f). A potência média de ruído de saída resultante é:

$$N_{out} = \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2\, df = N_0 \int_0^{\infty} |H(f)|^2\, df \qquad (13)$$

  - Seja mesma fonte de ruído branco conectada à entrada de um filtro passa-baixas ideal de resposta em frequência H(0) em zero e largura de banda B. A potência média de ruído de saída é:

$$N_{out} = N_0 B H^2(0) \qquad (14)$$

  - igualando essa potência média de ruído de saída àquela na Eq. (13), podemos definir a largura de banda equivalente de ruído como:

$$B = \frac{\int_0^{\infty} |H(f)|^2\, df}{H^2(0)} \qquad (15)$$

Largura de banda equivalente de ruído

- O procedimento para calcular a largura de banda equivalente de ruído consiste em substituir o filtro passa-baixas arbitrário com função de transferência H(f) por um filtro passa-baixas ideal equivalente de resposta em frequência H(0) em zero e largura de banda B, como ilustrado. De uma maneira similar, podemos definir uma largura de banda equivalente de ruído para filtros passa-faixa.

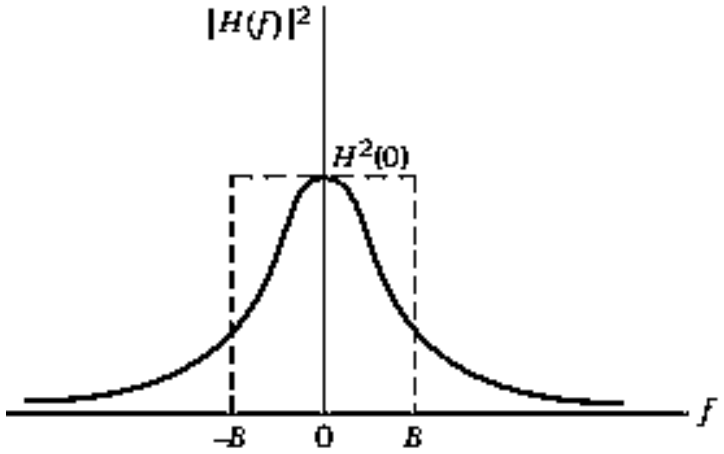
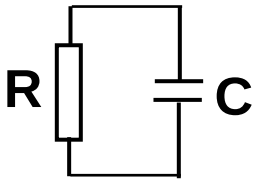
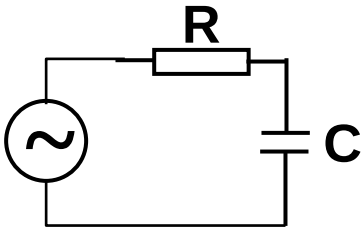


Ilustração da definição de largura de banda equivalente de ruído.

Largura de banda equivalente de ruído (circuito RC)



$$v_N^2 = 4KTR$$

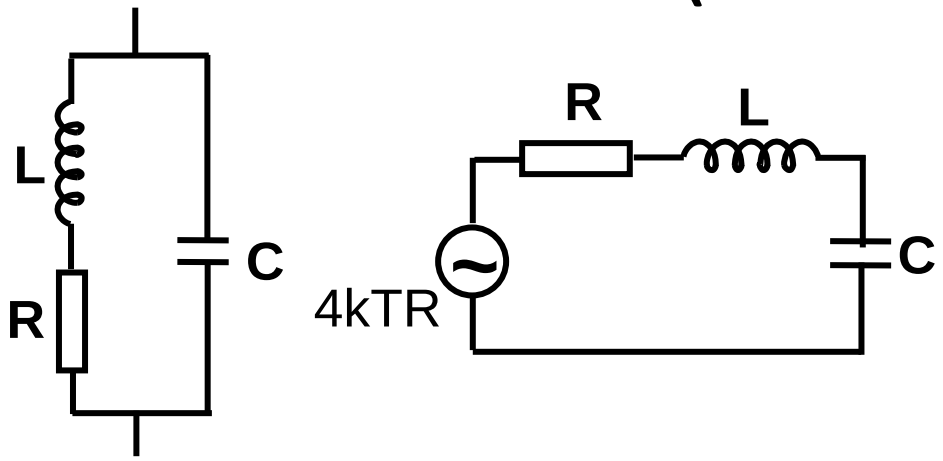


$$H(f) = \frac{1}{1 + j2\pi fRC} \rightarrow |H(f)|^2 = \frac{1}{1 + (2\pi fRC)^2}$$

$$B_N = \int_0^\infty \frac{1}{1 + (2\pi fRC)^2} df = \frac{1}{4RC}$$

$$E\left[v_C^2\right] = 4kTR\frac{1}{4RC} = \frac{kT}{C}$$

Largura de banda equivalente de ruído (circuito RLC)



$$\Delta f << f_0 \quad \rightarrow \quad |H(f)| \approx \frac{1}{2\pi f_0 RC} = Q$$

$$B_N = Q^2 \Delta f \quad \Rightarrow \quad E\left[v_C^2\right] = 4kTRQ^2\Delta f$$

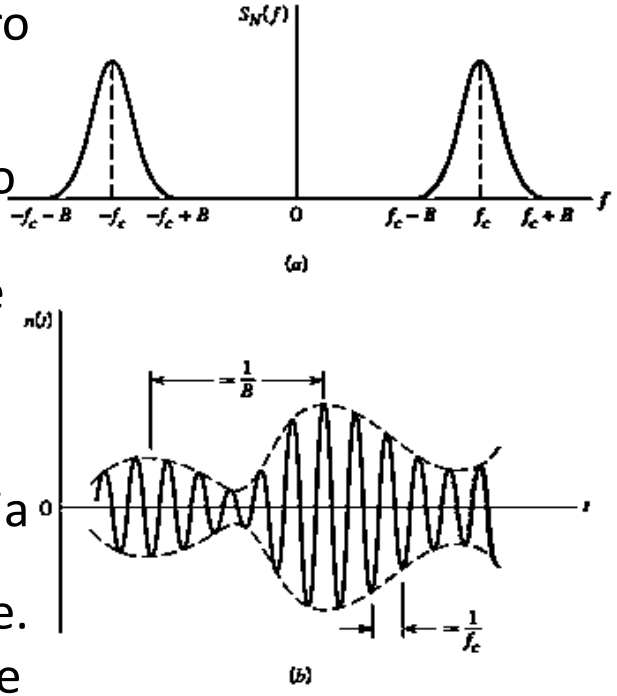
- Observe neste exemplo que o valor quadrático médio da tensão de ruído no capacitor independe de R.
  - Como: $E\left[v_0^2\right] = 4kTRB_N$ $\qquad B_N = \int_0^\infty |H(f)|^2 \, df$
  - Explicação:
    - Conforme o resistor R aumenta a largura de faixa do circuito diminui, mantendo a relação acima constante.
    - Assim: $E\left[v_C^2\right] = \frac{kT}{C}$

$$\Delta f << f_0 \quad \rightarrow \quad |H(f)| \approx \frac{1}{2\pi f_0 RC} = Q$$

$$B_N = Q^2 \Delta f \quad \Rightarrow \quad E\left[v_C^2\right] = 4kTRQ^2\Delta f$$

Ruído de banda estreita

- O receptor normalmente inclui alguma provisão para pré-processar o sinal recebido.
- O pré-processamento pode assumir a forma de um filtro de banda estreita cuja largura de banda é suficientemente grande para passar a componente modulada do sinal recebido sem distorção, mas não tão grande a ponto de admitir um ruído excessivo.
- O processo de ruído que aparece na saída de tal filtro é chamado de **ruído de banda estreita**.
- Uma função amostral n(t) de tal processo, com componentes espectrais do ruído de banda estreita concentradas em torno uma frequência de banda média $\pm f_c$, é similar à onda senoidal de frequência f_c que ondula lentamente tanto em amplitude quanto em fase.
- Para analisar matematicamente os efeitos sistêmicos de um ruído de banda estreita, precisamos representá-lo por:
  - um par de componentes chamadas de componentes **em fase** e **em quadratura**; ou
  - duas outras componentes chamadas de envoltória e fase.



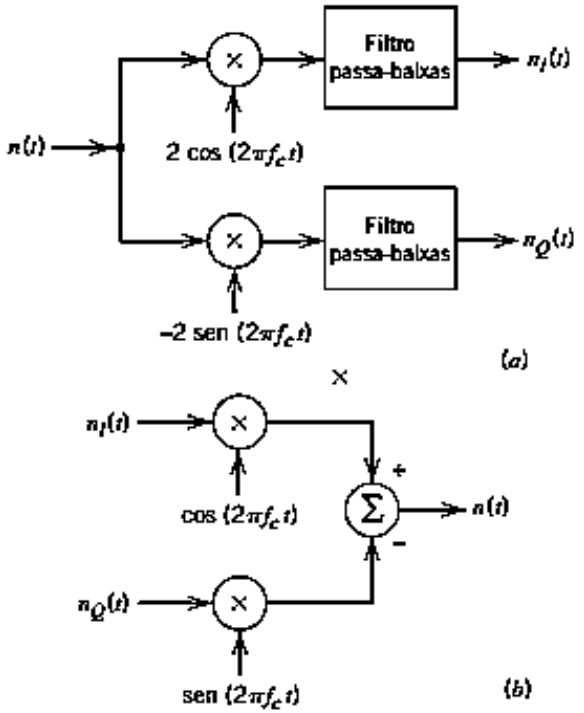
(a) Densidade espectral de potência do ruído de banda estreita. (b) Função amostral do ruído de banda estreita.

Representação do ruído de banda estreita em termos de componentes em fase e em quadratura

- Consideremos um ruído de banda estreita n(t) de largura de banda 2B centrado na frequência f_c, como ilustrado. À luz da teoria de sinais e sistemas passa-faixa, podemos representar n(t) na forma canônica (padrão):

$$n(t) = n_I(t)\cos(2\pi f_c t) - n_Q(t)\,\text{sen}(2\pi f_c t) \qquad (16)$$

- em que $n_I(t)$ é a componente **em fase** de n(t), e $n_Q(t)$ é a componente **em quadratura** de n(t). Ambas são sinais passa-baixas.
- Dado o ruído de banda estreita n(t), podemos extrair suas componentes em fase e em quadratura utilizando o esquema mostrado na figura.
- Assume-se que os dois filtros passa-baixas ideais, cada um tendo uma largura de banda igual a B (isto é, metade da largura de banda do ruído de banda estreita n(t)).
- Os esquemas das Figuras a e b podem ser vistos como analisador e sintetizador de ruído de banda estreita, respectivamente.



(a) Extração das componentes em fase e em quadratura de um processo de banda estreita. (b) Geração de um processo de banda estreita a partir de suas componentes em fase e em quadratura.

Representação do ruído de banda estreita em termos de componentes em fase e em quadratura

1. A componente em fase $n_I(t)$ e a componente em quadratura $n_Q(t)$ do ruído de banda estreita $n(t)$ tem valor médio igual a zero.
2. Se o ruído de banda estreita $n(t)$ for gaussiano, então a sua componente em fase $n_I(t)$ e a sua componente em quadratura $n_Q(t)$ serão conjuntamente gaussianas.
3. Se o ruído de banda estreita $n(t)$ for estacionário, então a sua componente em fase $n_I(t)$ e a sua componente em quadratura $n_Q(t)$ serão conjuntamente estacionárias.
4. Tanto a componente em fase $n_I(t)$ quanto a componente em quadratura $n_Q(t)$ possuem a mesma densidade espectral de potência $S_N(f)$, a qual se relaciona com a densidade espectral de potência do ruído de banda estreita $n(t)$ como

$$S_{N_I}(f) = S_{N_Q}(f) = \begin{cases} S_N(f - f_c) + S_N(f + f_c), & -B \le f \le B \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (17)$$

   em que se assume que $S_N(f)$ ocupa o intervalo de frequência $f_c - B \le |f| \le f_c + B$, e $f_c > B$.
5. A componente em fase $n_I(t)$ e a componente em quadratura $n_Q(t)$ possuem a mesma variância que o ruído de banda estreita $n(t)$.
6. A densidade espectral cruzada das componentes em fase e em quadratura do ruído de banda estreita $n(t)$ são puramente imaginárias, como mostrado por

$$\begin{aligned} S_{N_I N_Q}(f) &= -S_{N_Q N_I}(f) \\ &= \begin{cases} j[S_N(f + f_c) - S_N(f - f_c)], & -B \le f \le B \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

7. Se o ruído de banda estreita $n(t)$ for gaussiano e sua densidade espectral de potência $S_N(t)$ for simétrica em torno da frequência de banda média f_c, então a componente em fase $n_I(t)$ e a componente em quadratura $n_Q(t)$ serão estatisticamente independentes.

Representação do ruído de banda estreita

EXEMPLO Ruído branco processado por um filtro passa-faixa ideal

Consideremos um ruído branco gaussiano de média zero e densidade espectral de potência $N_0/2$, que é passado por um filtro passa-faixa ideal de reposta em magnitude de banda passante igual a um, frequência de banda média f_c, e largura de banda $2B$. A característica de densidade espectral de potência do sinal filtrado $n(t)$ será, portanto, como mostrado na Figura . O problema é determinar a função de autocorrelação de $n(t)$ e as suas componentes em fase e em quadratura.

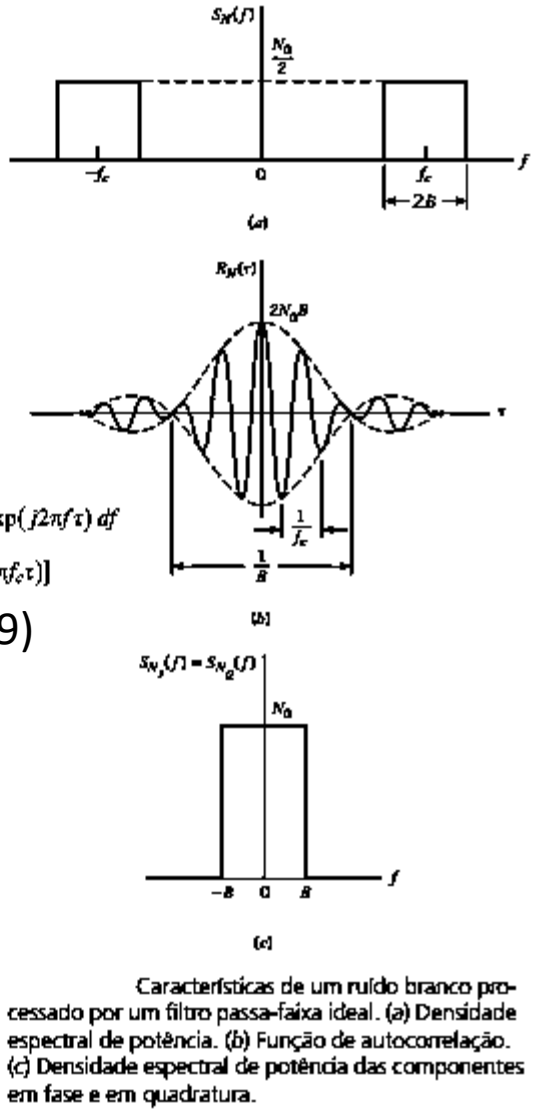
A função de autocorrelação de $n(t)$ é a transformada de Fourier inversa da característica de densidade espectral de potência mostrada na Figura . *a*:

$$R_N(\tau) = \int_{-f_c-B}^{-f_c+B} \frac{N_0}{2}\exp(j2\pi f\tau)\,df + \int_{f_c-B}^{f_c+B} \frac{N_0}{2}\exp(j2\pi f\tau)\,df$$
$$= N_0 B\,\mathrm{sinc}(2B\tau)[\exp(-j2\pi f_c\tau) + \exp(j2\pi f_c\tau)]$$
$$= 2N_0 B\,\mathrm{sinc}(2B\tau)\cos(2\pi f_c\tau) \qquad (19)$$

que está plotada na Figura *b*.

A característica de densidade espectral da Figura 5.26*a* é simétrica em torno de $\pm f_c$. Portanto, descobrimos que a característica de densidade espectral correspondente da componente em fase $n_I(t)$ ou da componente em quadratura $n_Q(t)$ do ruído é como mostrada na Figura 5.26*c*. A função de autocorrelação de $n_I(t)$ ou de $n_Q(t)$ é, portanto, (ver Exemplo 5.14):

$$R_{N_I}(\tau) = R_{N_Q}(\tau) = 2N_0 B\,\mathrm{sinc}(2B\tau) \qquad (20)$$



Características de um ruído branco processado por um filtro passa-faixa ideal. (*a*) Densidade espectral de potência. (*b*) Função de autocorrelação. (*c*) Densidade espectral de potência das componentes em fase e em quadratura.

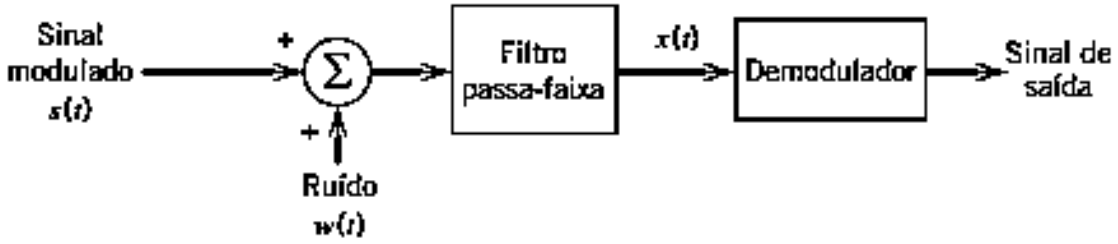
Ruído em Sistemas de Modulação CW

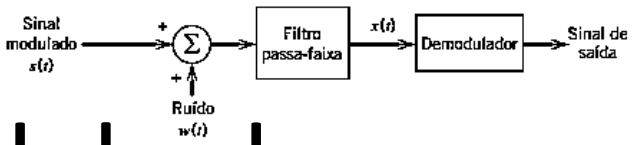
Introdução

- Para uma análise do ruído em sistemas de modulação CW precisamos ter um modelo de receptor.
- Na formulação de tal modelo, a prática comum é modelar o ruído do receptor (ruído do canal) como aditivo, branco e gaussiano.
- Essas considerações simplificadoras nos permitem obter um entendimento básico da maneira como o ruído afeta o desempenho do receptor.
  - Além disso, ela fornece uma estrutura para a comparação dos desempenhos em relação a ruído dos diferentes esquemas de modulação-demodulação CW.

Modelo do Receptor

- Principais atributos:
  - Fornece uma descrição adequada da forma do ruído de receptor que é de interesse comum.
  - Leva em consideração a filtragem inerente e as características de modulação do sistema.
  - É suficientemente simples de modo que uma análise estatística seja possível.





Modelo do receptor

- A prática usual é assumir que o ruído w(t) é aditivo, branco e gaussiano.
  - suposição precisa para a faixa de frequência da maioria das aplicações.
  - simplifica conveniente aos cálculos matemáticos, permitindo que a densidade espectral de potência do ruído w(t) seja denotada por $N_0/2$, definida tanto para frequências positivas quanto negativas. Ou seja, N_0 é a potência de ruído média por unidade de largura de banda medida na etapa de entrada do receptor.
  - Também supomos que o filtro passa-faixa no modelo do receptor é ideal, tendo uma largura de banda igual à largura de banda de transmissão B_T do sinal modulado s(t) e uma frequência de banda média igual à frequência de portadora f_c.
    - Suposição válida para modulação de banda lateral dupla e portadora suprimida (DSB-SC), modulação em amplitude padrão (AM) e modulação em frequência (FM).
    - Os casos de modulação de banda lateral única (SSB) e de modulação de banda lateral vestigial (VSB) requerem considerações especiais.

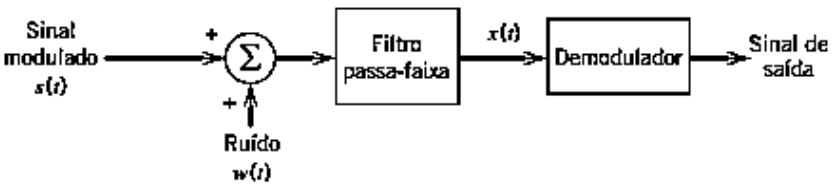
Modelo do receptor

- Tomando a frequência de banda média do filtro passa-faixa como a mesma frequência de portadora f_c, podemos modelar a densidade espectral de potência SN(f) do ruído n(t), resultante da passagem do ruído branco w(t) através do filtro.
- Tipicamente, a frequência de portadora f_c é grande em comparação com a largura de banda de transmissão B_T. Podemos, portanto, tratar o ruído filtrado n(t) como um ruído de banda estreita representado na forma canônica:

$$n(t) = n_I(t)\cos(2\pi f_c t) - n_Q(t)\,\mathrm{sen}(2\pi f_c t) \quad (21)$$

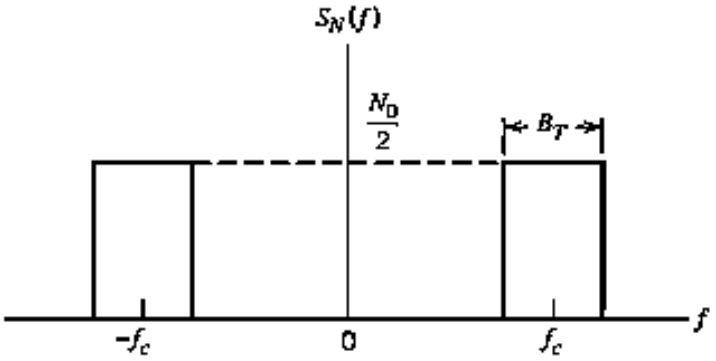
$n_I(t)$ é a *componente de ruído em fase* e $n_Q(t)$ é a *componente de ruído em quadratura*, ambas medidas em relação à onda portadora $A_c\cos(2\pi f_c t)$. O sinal filtrado $x(t)$ disponível para demodulação é definido por

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (22)$$



Modelo do receptor

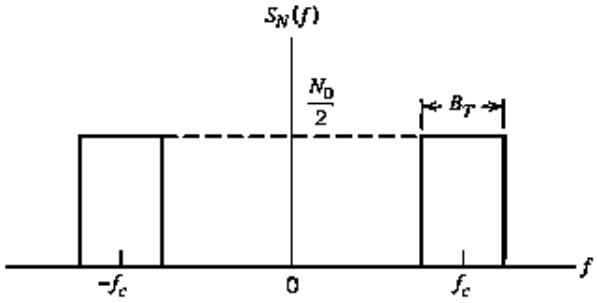
- s(t) depende do tipo de modulação utilizada, mas em qualquer caso a potência de ruído média na entrada do demodulador será igual à área total sob a curva da densidade espectral de potência $S_N(f)$.
- A figura mostra que a potência de ruído média é igual a N_0B_T. Dado o formato de s(t), podemos determinar a potência média do sinal na entrada do demodulador.
- Com o sinal modulado s(t) e o sinal filtrado n(t) aparecendo aditivamente na entrada do demodulador, podemos definir uma relação sinal-ruído de entrada, $(SNR)_I$, como a razão entre a potência média do sinal modulado s(t) e a potência média do ruído filtrado n(t).



Característica idealizada de um ruído processado por um filtro passa-faixa.

Modelo do receptor

- Uma medida mais útil de desempenho em relação a ruído, entretanto, é a relação sinal-ruído de saída, $(SNR)_O$, definida como a razão entre a potência média do sinal de mensagem demodulado e a potência média do ruído, ambas medidas na saída do receptor.
- A relação sinal-ruído de saída fornece uma medida intuitiva para descrever a fidelidade com que o processo de demodulação no receptor recupera o sinal de mensagem a partir do sinal modulado na presença de ruído aditivo.
- Para tal critério ser bem definido, o sinal de mensagem e a componente de ruído devem aparecer aditivamente na saída do receptor. Essa condição é perfeitamente válida no caso de um receptor que utiliza detecção coerente.
- Por outro lado, quando o receptor utiliza detecção de envoltória como em AM completa, ou discriminação de frequência como em FM, temos que assumir que a potência média do ruído filtrado n(t) é relativamente baixa para justificar a utilização da relação sinal-ruído de saída como uma medida do desempenho do receptor.

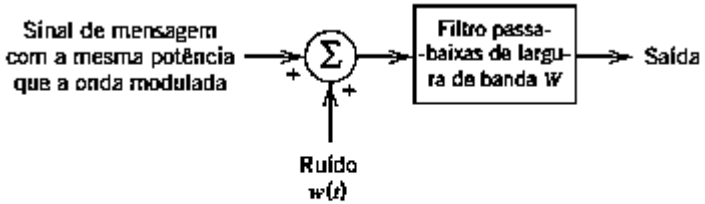


Característica idealizada de um ruído processado por um filtro passa-faixa.

Modelo do receptor

- A relação sinal-ruído (SNRO) de saída depende, dentre outros fatores, do tipo de modulação utilizada no transmissor e do tipo de demodulação utilizada no receptor.
- A comparação entre as SNRs de saída para diferentes sistemas de modulação-demodulação deve assumir que:
  - O sinal modulado s(t) transmitido por cada sistema possui a mesma potência média.
  - O ruído w(t) na etapa de entrada do receptor tem a mesma potência média medida na largura de banda W da mensagem.
- A relação sinal-ruído de canal, $(SNR)_C$, é a razão entre a potência média do sinal modulado e a potência média do ruído na largura de banda da mensagem, ambas medidas na entrada do receptor.
  - Essa relação pode ser vista como a relação sinal-ruído resultante da transmissão de banda base (direta) do sinal de mensagem m(t) **sem modulação (**Figura abaixo). Aqui, supõe-se que a potência da mensagem na entrada do filtro passa-baixas é ajustada para ser a mesma que a potência média do sinal modulado, e que o filtro passa-baixas passa o sinal de mensagem e rejeita o ruído fora dessa faixa.
  - Para comparação dos diferentes sistemas de modulação CW, normalizamos o desempenho do receptor dividindo a $(SNR)_O$ pela relação $(SNR)_C$. Definimos, assim, uma figura de mérito :

$$\text{Figura de mérito} = \frac{(SNR)_O}{(SNR)_C} \qquad (23)$$



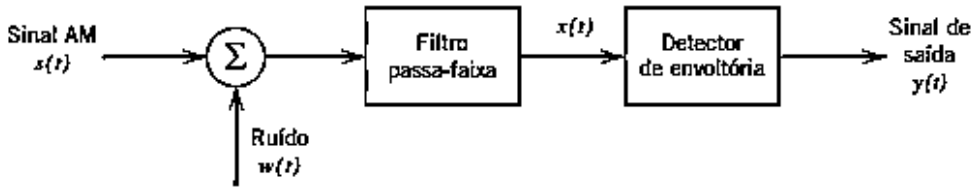
modelo de transmissão de banda base, supondo um sinal de mensagem de largura de banda *W*, utilizado para o cálculo da relação sinal-ruído de canal.

Ruído em Receptores AM

- Seja um sistema AM que utiliza um detector de envoltória no receptor. Em um sinal AM completo, ambas as bandas laterais e a portadora são transmitidas como mostrado por:

$$s(t) = A_c[1+k_a\, m(t)] \cos(2\pi f_c t) \qquad (24)$$

  - Onde $A_c\cos(2\pi f_c t)$ é a onda portadora, m(t) é o sinal de mensagem e k_a é uma constante que determina a percentagem de modulação.
- Na análise de ruído do receptor AM primeiro determina-se a relação sinal-ruído de canal, e em seguida a relação sinal-ruído de saída.
- A potência média da componente de portadora no sinal AM s(t) é $(A_c^2/2)$.
- A potência média da componente que carrega a informação $A_c k_a m(t)\cos(2\pi\, f_c t)$ é $(A_c^2 k_a^2 P/2)$ onde P é a potência média do sinal de mensagem m(t).
- A potência média do sinal AM completo s(t) é, portanto, igual a $A_c^2(1+ k_a^2 P)/2$.
- A potência média do ruído na largura de banda do sinal de mensagem é WN_0.
- A relação sinal-ruído de canal para AM é, portanto,



Modelo de um receptor AM ruidoso.

$$(\mathrm{SNR})_{C,\mathrm{AM}} = \frac{A_c^2(1+k_a^2 P)}{2WN_0} \qquad (25)$$

Exemplo: Modulação AM de único tom

Modulação de único tom

Consideremos o caso especial de uma onda senoidal de frequência f_m e amplitude A_m como a onda modulante, como mostrado por

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

A onda AM correspondente é

$$s(t) = A_c[1 + \mu \cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_c t)$$

em que $\mu = k_a A_m$ é o fator de modulação. A potência média da onda modulante $m(t)$ é (supondo um resistor de carga de 1 ohm)

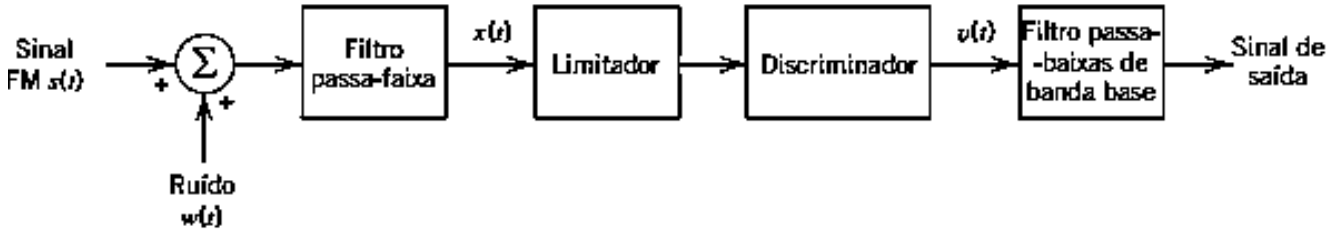
$$P = \frac{1}{2}A_m^2$$

$$\left.\frac{(\text{SNR})_O}{(\text{SNR})_C}\right|_{\text{AM}} = \frac{\frac{1}{2}k_a^2 A_m^2}{1 + \frac{1}{2}k_a^2 A_m^2} = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2} \qquad (26)$$

Quando $\mu = 1$, o que corresponde a uma modulação de 100%, obtemos uma figura de mérito igual a 1/3. Isso significa que, se os outros fatores forem iguais, um sistema AM (que utiliza detecção de envoltória) deve transmitir três vezes mais potência média do que um sistema de portadora suprimida (que utiliza detecção coerente) para obter a mesma qualidade de desempenho em relação a ruído.

Ruído em receptores FM

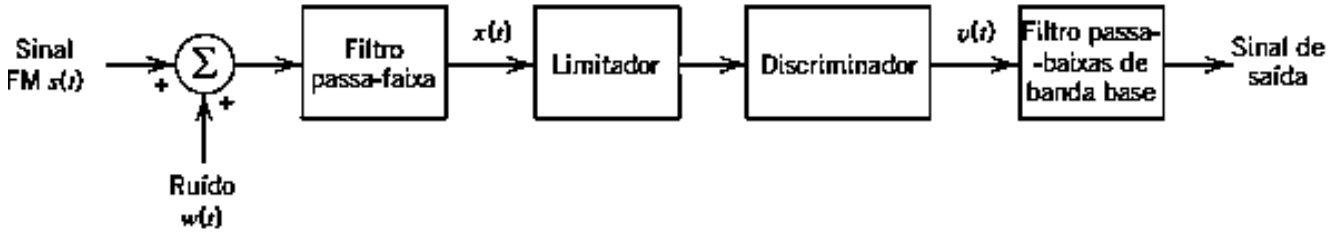
- O ruído w(t) é modelado como um ruído branco gaussiano de média zero e densidade espectral de potência $N_0/2$.
- O sinal FM recebido s(t) tem uma frequência de portadora f_c e largura de transmissão B_T, tanto que somente uma quantidade desprezível de potência situa-se fora da faixa de frequência $_{fc} \pm B_T/2$ para frequências positivas.
- Assim como no caso AM, o filtro passa-faixa tem uma frequência de banda média f_c e largura de banda $_BT$ e, portanto, o sinal FM passa essencialmente sem distorção.



Modelo de um receptor FM ruidoso.

Ruído em receptores FM

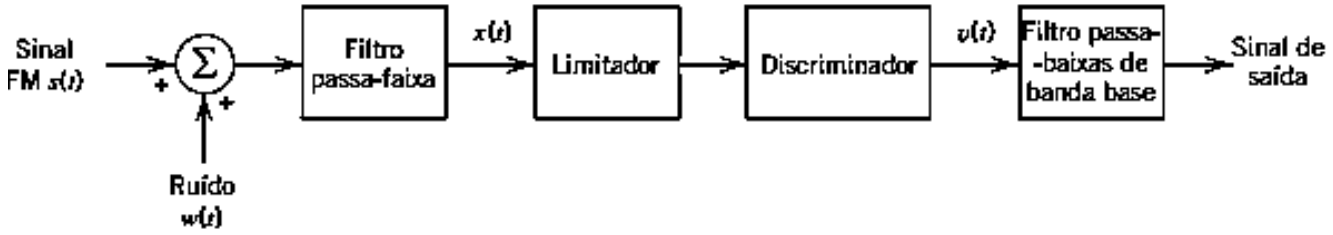
- Como anteriormente, o ruído w(t) é modelado como um ruído branco gaussiano de média zero e densidade espectral de potência $N_0/2$.
- O sinal FM recebido s(t) tem uma frequência de portadora fc e largura de transmissão B_T, tanto que somente uma quantidade desprezível de potência situa-se fora da faixa de frequência fc ± $B_T/2$ para frequências positivas.
- Assim como no caso AM, o filtro passa-faixa tem uma frequência de banda média f_c e largura de banda B_T e, portanto, o sinal FM passa essencialmente sem distorção.



Modelo de um receptor FM ruidoso.

Ruído em receptores FM

- Comumente, B_T é pequeno em comparação com a frequência de banda média f_c, de forma que podemos utilizar a representação de banda estreita para n(t), a versão filtrada do ruído de receptor w(t), em termos de suas componentes em fase e em quadratura.
- Em um sistema FM, a informação de mensagem é transmitida por meio de variações da frequência instantânea de uma onda portadora senoidal e sua amplitude se mantém constante. Portanto, quaisquer variações da amplitude da portadora na entrada do receptor devem ser resultantes de ruído ou interferência.
- O limitador de amplitude, depois do filtro passa-faixa é utilizado para remover variações da amplitude, cortando a onda modulada na saída do filtro quase no eixo zero. A onda retangular resultante é arredondada por outro filtro passa-faixa que é parte integrante do modulador, suprimindo assim harmônicos da frequência de portadora. Dessa forma, a saída do filtro é novamente senoidal, com uma amplitude praticamente independente da amplitude da portadora na entrada do receptor.

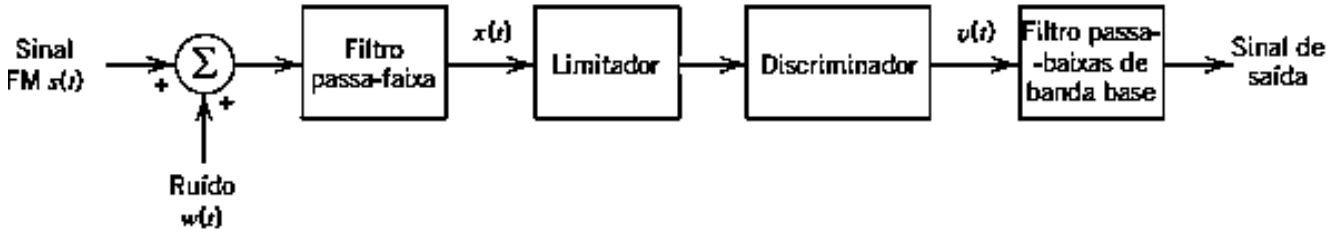


Modelo de um receptor FM ruidoso.

Ruído em receptores FM

- O discriminador consiste em dois componentes:
  - Um circuito em rampa ou diferenciador com uma função de transferência puramente imaginária que varia linearmente com a frequência. Ela produz uma onda modulada na qual tanto a amplitude quanto a frequência variam de acordo com o sinal de mensagem.
  - Um detector de envoltória que recupera a variação de amplitude e, dessa forma, reproduz o sinal de mensagem.

  O circuito em rampa e o detector de envoltória são normalmente implementados como partes integrantes de uma única unidade física.
- O filtro de pós-detecção, rotulado como "filtro passa-baixas de banda base", possui uma largura de banda grande apenas o suficiente para acomodar a componente de frequência mais elevada do sinal de mensagem. Esse filtro remove as componentes de ruído fora de banda na saída do discriminador e, assim, mantém o efeito do ruído de saída em um mínimo.



Modelo de um receptor FM ruidoso.

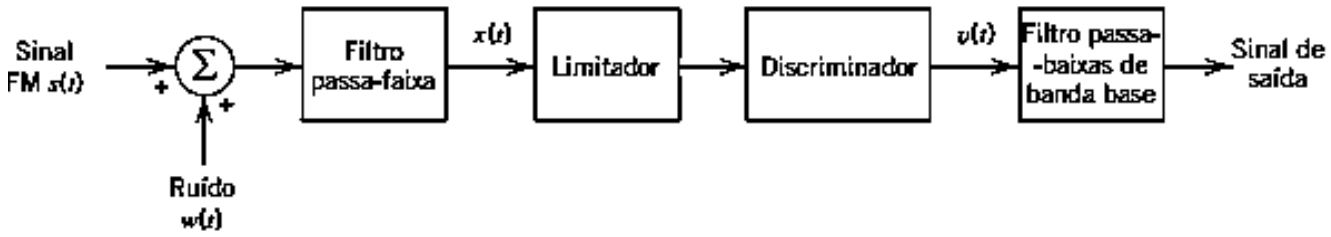
Ruído em receptores FM

- O ruído filtrado n(t) na saída do filtro passa-faixa é definido em termos de suas componentes em fase e em quadratura por:

$$n(t) = n_I(t)\cos(2\pi f_c t) - n_Q(t)\operatorname{sen}(2\pi f_c t)$$

- De maneira equivalente, podemos expressar m(t) em termos de sua envoltória e fase como: $n(t) = r(t)\cos[(2\pi f_c t) + \psi(t)]$ (27)

- Em que a envoltória é: $r(t) = [n_I^2(t) + n_Q^2(t)]^{1/2}$ (28)
- E a fase é: $\psi(t) = \tan^{-1}\left[\frac{n_Q(t)}{n_I(t)}\right]$ (29)



Modelo de um receptor FM ruidoso.

Ruído em receptores FM

O sinal FM $\tilde{s}(t)$ que chega é definido por

$$s(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)\, d\tau\right] \quad (30)$$

em que A_c é a amplitude da portadora, f_c é a frequência de portadora, k_f é a sensibilidade à frequência e $m(t)$ é o sinal de mensagem. Observemos que, como acontece com a AM padrão, na FM não há qualquer necessidade de introduzir um fator de escala na definição do sinal modulado $s(t)$, uma vez que é razoável supormos que sua amplitude A_c tenha as mesmas unidades que a componente de ruído aditivo $n(t)$. Para prosseguirmos, definimos

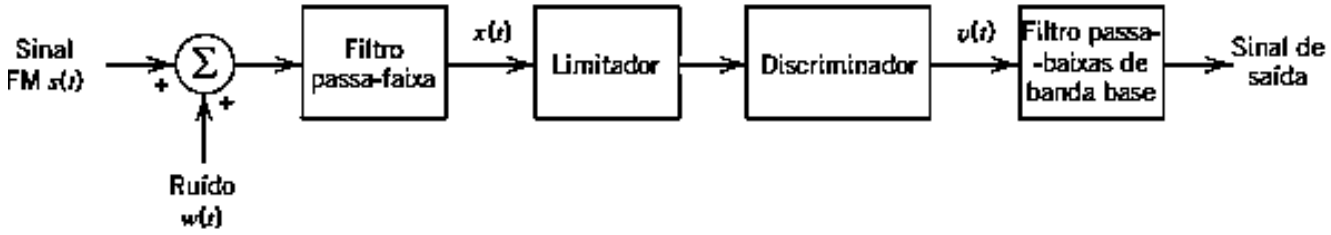
$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)\, d\tau \quad (31)$$

Assim, podemos expressar $s(t)$ na forma simples

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] \quad (32)$$

O sinal ruidoso na saída do filtro passa-faixa é, portanto,

$$\begin{aligned} x(t) &= s(t) + n(t) \\ &= A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + r(t)\cos[2\pi f_c t + \psi(t)] \end{aligned} \quad (33)$$



Modelo de um receptor FM ruidoso.

Exemplo – Modulação receptor FM

Modulação de único tom

Consideremos o caso de uma onda senoidal de frequência f_m como o sinal modulante, e suponhamos um desvio de frequência máximo Δf. O sinal FM modulado é, dessa forma, definido por

$$s(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \operatorname{sen}(2\pi f_m t)\right]$$

Portanto, podemos escrever

$$2\pi k_f \int_0^t m(\tau)\, d\tau = \frac{\Delta f}{f_m} \operatorname{sen}(2\pi f_m t)$$

Diferenciando ambos os lados em relação ao tempo e resolvendo para $m(t)$, obtemos

$$m(t) = \frac{\Delta f}{k_f} \cos(2\pi f_m t)$$

Consequentemente, a potência média do sinal de mensagem $m(t)$, desenvolvida sobre uma carga de 1 ohm, é

$$P = \frac{(\Delta f)^2}{2k_f^2}$$

Substituindo esse resultado na fórmula para a relação sinal-ruído de saída , obtemos

$$(\mathrm{SNR})_{O,\mathrm{FM}} = \frac{3A_c^2(\Delta f)^2}{4N_0 W^3}$$

$$= \frac{3A_c^2\beta^2}{4N_0 W}$$

Exemplo – Modulação receptor FM

em que $\beta = \Delta f/W$ é o índice de modulação. Utilizando a Eq. (6.42) para avaliar a figura de mérito correspondente, obtemos

$$\left.\frac{(\text{SNR})_O}{(\text{SNR})_C}\right|_{\text{FM}} = \frac{3}{2}\left(\frac{\Delta f}{W}\right)^2 = \frac{3}{2}\beta^2$$

É importante notarmos que o índice de modulação $\beta = \Delta f/W$ é determinado pela largura de banda W do filtro passa-baixas de pós-detecção e não se relaciona com a frequência da mensagem senoidal f_m, exceto quando esse filtro for geralmente escolhido para passar o espectro da mensagem desejada; isso é simplesmente uma questão de projeto coerente. Para uma largura de banda de sistema W especificada, a frequência de mensagem senoidal f_m pode situar-se em qualquer lugar entre 0 e W e produzir a mesma relação sinal-ruído de saída.

É especialmente interessante compararmos os desempenhos em relação ao ruído de sistemas AM e FM. Uma maneira perspicaz de fazer essa comparação é considerarmos as figuras de mérito dos dois sistemas baseados em um sinal modulante senoidal. Para um sistema AM que opera com um sinal modulante senoidal e modulação de 100%, temos (do Exemplo 6.1)

$$\left.\frac{(\text{SNR})_O}{(\text{SNR})_C}\right|_{\text{AM}} = \frac{1}{3}$$

Comparando essa figura de mérito com o resultado correspondente descrito na Eq. (6.43) para um sistema FM, vemos que a utilização da modulação em frequência oferece a possibilidade de um desempenho em relação ao ruído melhor que o da modulação em amplitude quando

$$\frac{3}{2}\beta^2 > \frac{1}{3}$$

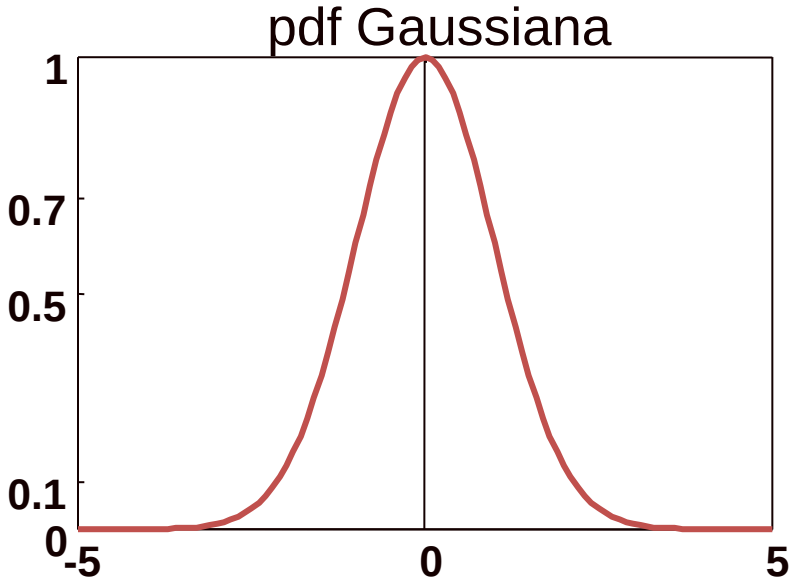
isto é,

$$\beta > \frac{\sqrt{2}}{3} = 0{,}471$$

Podemos, portanto, considerar $\beta = 0{,}5$ como uma definição aproximada da *transição entre FM de banda estreita e FM de banda larga*. Essa afirmação, baseada nas considerações sobre ruído, também confirma mais uma observação similar que foi feita na Seção 4.3 quando estudamos a largura de banda de ondas FM.

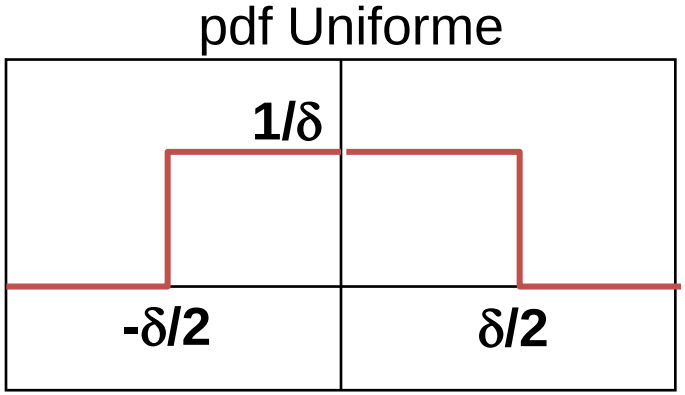
Apêndice

Função densidade de probabilidade



$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

- ⇨ Ruído branco gaussiano
- ⇨ Ruído térmico



$$p(x) = \begin{cases} 1/\delta, & |x| < \delta/2 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

- ⇨ Ruído de quantização

$$\sigma_x^2 = \frac{\delta^2}{12}$$