Física 1 (4310145) - Movimento unidimensional

Sumário

Sumário

Introdução

- Propriedades do movimento unidimensional
  - O movimento se dá ao longo de uma linha reta
  - Vamos supor que o objeto em movimento é uma partícula, ou seja, um objeto pontual

Sumário

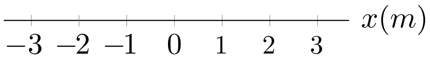
Posição e deslocamento

- Localizar um objeto significa determinar a posição em relação a um ponto de referência, a origem, de um eixo
- Definimos o deslocamento de uma partícula pela relação

Deslocamento (da posição x_i para x_f)

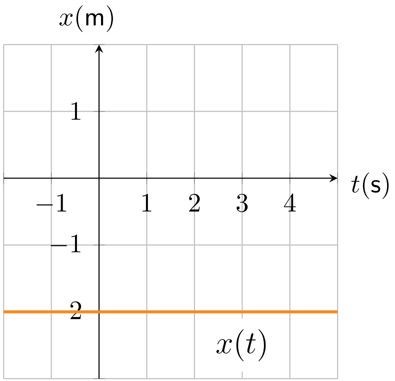
$$\Delta x = x_f - x_i$$

- O deslocamento é uma grandeza vetorial (possui um módulo e uma orientação)



Posição em função do tempo

- O gráfico ao lado mostra a função posição de uma partícula $x(t)$



Teste

Considere três pares de posições iniciais e finais ao longo do eixo x:

- (a) -3m, $+5\text{m}$
- (b) -3m, -7m
- (c) $+7\text{m}$, -3m

Quais desses pares correspondem a deslocamentos negativos?

Sumário

Velocidade média

- O movimento mais simples é o movimento uniforme

$$x(t) = a + bt$$

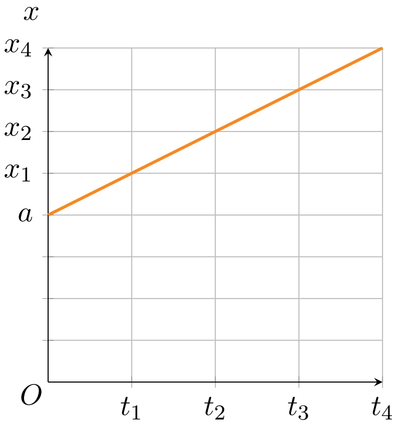
- Neste caso, percursos iguais são descritos em intervalos de tempos iguais

$$\Delta x = x_4 - x_3 = x_2 - x_1$$
$$\Delta t = t_4 - t_3 = t_2 - t_1$$

- A velocidade v do movimento é definida por

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

- Graficamente v representa o coeficiente angular da reta no gráfico $x \times t$



Velocidade média

- O movimento mais simples é o movimento uniforme

$$x(t) = a + bt$$

- A velocidade v do movimento é definida por

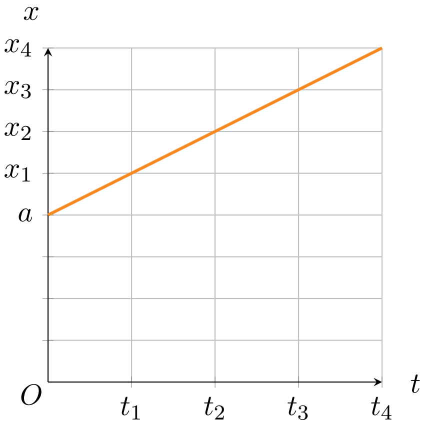
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

- Tomando $t_2 = t$ e $t_1 = t_0$, com

$$x(t_0) = x_0 \qquad \text{(posição inicial)}$$

- obtemos a lei horaria do movimento retilíneo uniforme

$$\boxed{x(t) = x_0 + v(t - t_0)}$$



Velocidade média

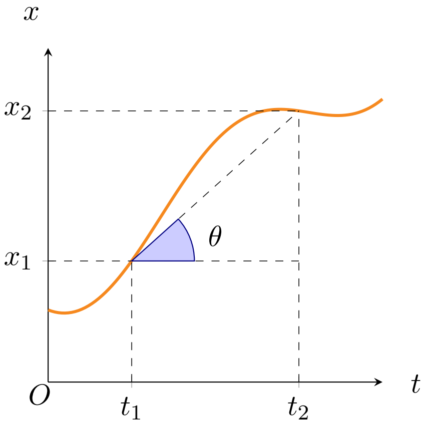
- Qualquer movimento retilíneo não uniforme chama-se acelerado!
- Podemos definir a velocidade média entre os instantes t_1 e t_2 como

Velocidade média

$$v_{\text{méd}} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Geometricamente, temos

$$\boxed{v_{\text{méd}} = \tan\theta}$$



Sumário

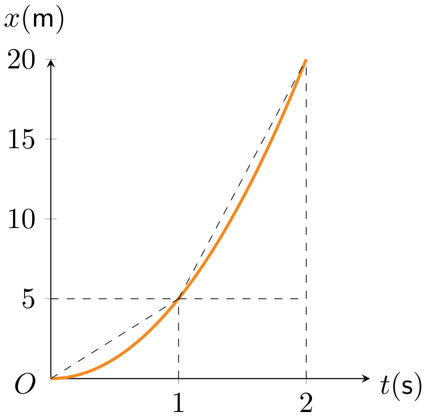
Velocidade instantânea

- No experimento de queda livre o gráfico $x \times t$ tem a forma de uma parábola

$$x(t) = 5t^2$$

- Qual é a velocidade no instante $t = 1$s?

- Vamos começar calculando a velocidade média entre alguns intervalos de tempo



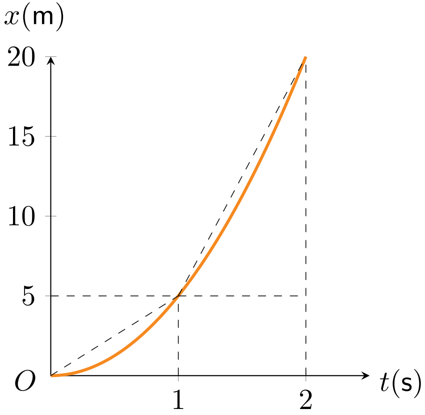
Velocidade instantânea

- No experimento de queda livre o gráfico $x \times t$ tem a forma de uma parábola

$$x(t) = 5t^2$$

- Qual é a velocidade no instante $t = 1\text{s}$?

- Vamos começar calculando a velocidade média entre alguns intervalos de tempo



Velocidade instantânea

- No experimento de queda livre o gráfico $x \times t$ tem a forma de uma parábola

$$x(t) = 5t^2$$

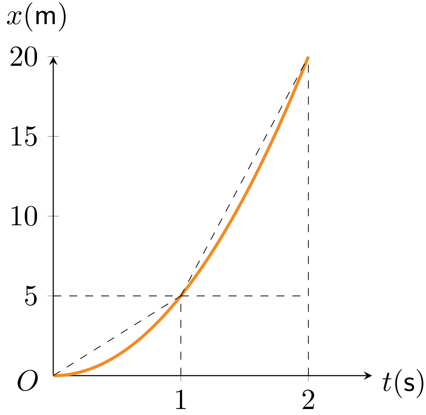
- Qual é a velocidade no instante $t = 1$s?

- Vamos começar calculando a velocidade média entre alguns intervalos de tempo

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0)}{1-0} = \tfrac{5-0}{1-0} = 5\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to2} &= \tfrac{x(2)-x(1)}{2-1} = \tfrac{20-5}{2-1} = 15\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 1\text{s}$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0,9\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0,9)}{1-0,9} = \tfrac{5,00-4,05}{1-0,9} = 9,5\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to1,1} &= \tfrac{x(1,1)-x(1)}{1,1-1} = \tfrac{6,05-5,00}{1,1-1} = 10,5\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 0,1\text{s}$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0,99\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0,99)}{1-0,99} = \tfrac{5,0000-4,9005}{1,00-0,99} = 9,95\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to1,01} &= \tfrac{x(1,01)-x(1)}{1,01-1,00} = \tfrac{5,1005-5,0000}{1,01-1,00} = 10,05\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 0,01\text{s}$$



Velocidade instantânea

- No experimento de queda livre o gráfico $x \times t$ tem a forma de uma parábola

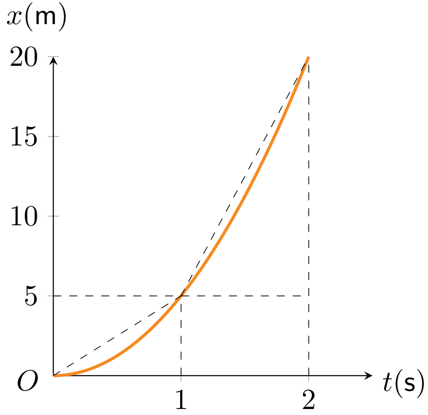
$$x(t) = 5t^2$$

- Qual é a velocidade no instante $t = 1$s?
- Vamos começar calculando a velocidade média entre alguns intervalos de tempo

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0\to 1} &= \tfrac{x(1)-x(0)}{1-0} = \tfrac{5-0}{1-0} = 5\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to 2} &= \tfrac{x(2)-x(1)}{2-1} = \tfrac{20-5}{2-1} = 15\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 1\text{s}$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0,9\to 1} &= \tfrac{x(1)-x(0,9)}{1-0,9} = \tfrac{5,00-4,05}{1-0,9} = 9,5\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to 1,1} &= \tfrac{x(1,1)-x(1)}{1,1-1} = \tfrac{6,05-5,00}{1,1-1} = 10,5\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 0,1\text{s}$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0,99\to 1} &= \tfrac{x(1)-x(0,99)}{1-0,99} = \tfrac{5,0000-4,9005}{1,00-0,99} = 9,95\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to 1,01} &= \tfrac{x(1,01)-x(1)}{1,01-1,00} = \tfrac{5,1005-5,0000}{1,01-1,00} = 10,05\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 0,01\text{s}$$



Velocidade instantânea

- No experimento de queda livre o gráfico $x \times t$ tem a forma de uma parábola

$$x(t) = 5t^2$$

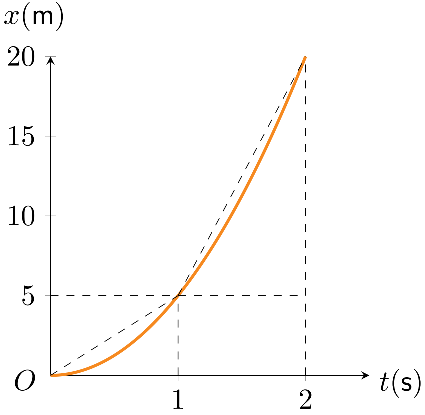
- Qual é a velocidade no instante $t = 1$s?

- Vamos começar calculando a velocidade média entre alguns intervalos de tempo

$$\left.\begin{aligned}\bar{v}_{0\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0)}{1-0} = \tfrac{5-0}{1-0} = 5\text{m/s}\\ \bar{v}_{1\to2} &= \tfrac{x(2)-x(1)}{2-1} = \tfrac{20-5}{2-1} = 15\text{m/s}\end{aligned}\right\}\Delta t = 1\text{s}$$

$$\left.\begin{aligned}\bar{v}_{0,9\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0,9)}{1-0,9} = \tfrac{5,00-4,05}{1-0,9} = 9,5\text{m/s}\\ \bar{v}_{1\to1,1} &= \tfrac{x(1,1)-x(1)}{1,1-1} = \tfrac{6,05-5,00}{1,1-1} = 10,5\text{m/s}\end{aligned}\right\}\Delta t = 0,1\text{s}$$

$$\left.\begin{aligned}\bar{v}_{0,99\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0,99)}{1-0,99} = \tfrac{5,0000-4,9005}{1,00-0,99} = 9,95\text{m/s}\\ \bar{v}_{1\to1,01} &= \tfrac{x(1,01)-x(1)}{1,01-1,00} = \tfrac{5,1005-5,0000}{1,01-1,00} = 10,05\text{m/s}\end{aligned}\right\}\Delta t = 0,01\text{s}$$



Velocidade instantânea

- No experimento de queda livre o gráfico $x \times t$ tem a forma de uma parábola

$$x(t) = 5t^2$$

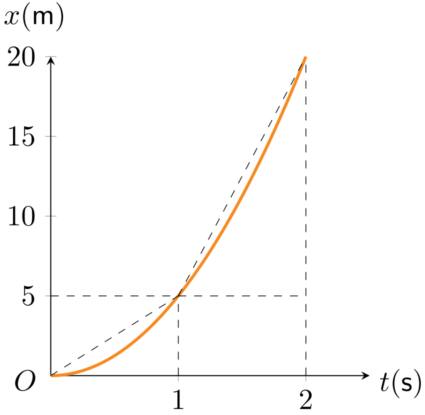
- Qual é a velocidade no instante $t = 1\text{s}$?

- Vamos começar calculando a velocidade média entre alguns intervalos de tempo

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0)}{1-0} = \tfrac{5-0}{1-0} = 5\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to2} &= \tfrac{x(2)-x(1)}{2-1} = \tfrac{20-5}{2-1} = 15\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 1\text{s}$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0{,}9\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0{,}9)}{1-0{,}9} = \tfrac{5{,}00-4{,}05}{1-0{,}9} = 9,5\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to1{,}1} &= \tfrac{x(1{,}1)-x(1)}{1{,}1-1} = \tfrac{6{,}05-5{,}00}{1{,}1-1} = 10,5\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 0,1\text{s}$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_{0{,}99\to1} &= \tfrac{x(1)-x(0{,}99)}{1-0{,}99} = \tfrac{5{,}0000-4{,}9005}{1{,}00-0{,}99} = 9,95\text{m/s} \\ \bar{v}_{1\to1{,}01} &= \tfrac{x(1{,}01)-x(1)}{1{,}01-1{,}00} = \tfrac{5{,}1005-5{,}0000}{1{,}01-1{,}00} = 10,05\text{m/s} \end{aligned}\right\} \Delta t = 0,01\text{s}$$



Velocidade instantânea

- O que o resultados anteriores sugerem?

$$v = 10\text{m/s} \quad \text{para} \quad t = 1\text{s}$$

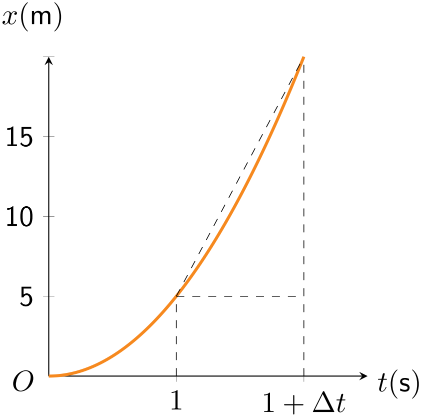
- Será que podemos obter esse resultado como um limite?

$$\bar{v}_{1\to 1+\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(1+\Delta t) - x(1)}{1+\Delta t - 1} = \frac{10\Delta t + 5(\Delta t)^2}{\Delta t}$$

$$\bar{v}_{1\to 1+\Delta t} = 10 + 5\Delta t$$

- Vamos agora tomar o limite $\Delta t \to 0$:

$$\boxed{\lim_{\Delta t\to 0} \bar{v}_{1\to 1+\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} \left[10 + 5\Delta t\right] = 10\text{m/s}}$$



Velocidade instantânea

- Para uma função qualquer $x(t)$, temos

$$\lim_{\Delta t \to 0}\left[\frac{x\left(t_0+\Delta t\right)-x\left(t_0\right)}{\left(t_0+\Delta t\right)-t_0}\right]=\lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{t=t_0}=\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=t_0}$$

- Assim, vamos definir a velocidade instantânea $v(t)$ em um instante t qualquer (para um movimento descrito por $x(t)$) como

Velocidade instantânea

$$v(t)=\frac{dx}{dt}$$

- Exemplo: $x(t)=at^2+bt+c$, em que a, b e c são constantes

$$v(t)=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}\left(at^2+bt+c\right)=2at+b$$

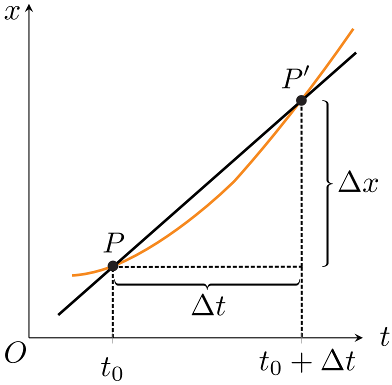
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



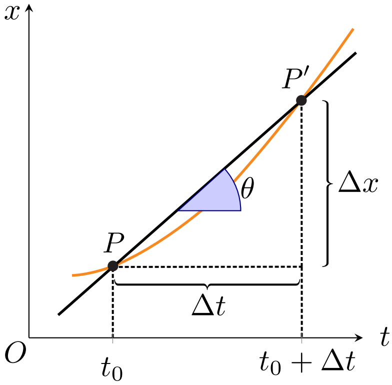
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



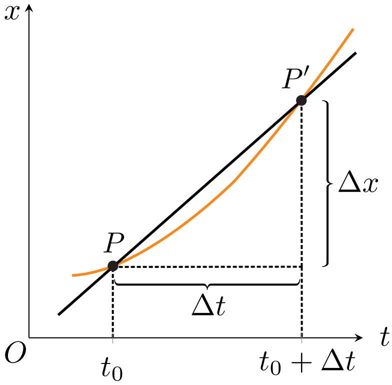
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



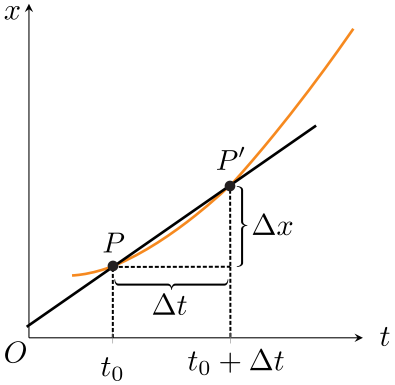
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



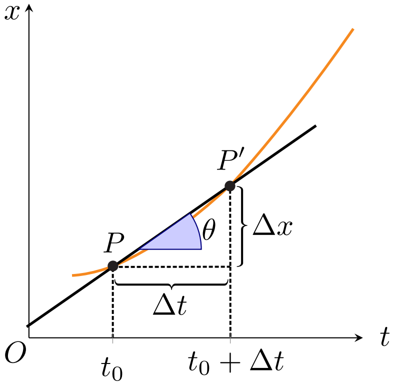
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



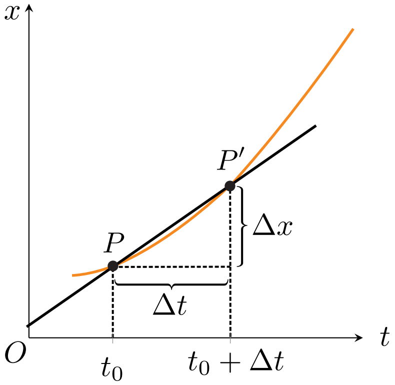
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



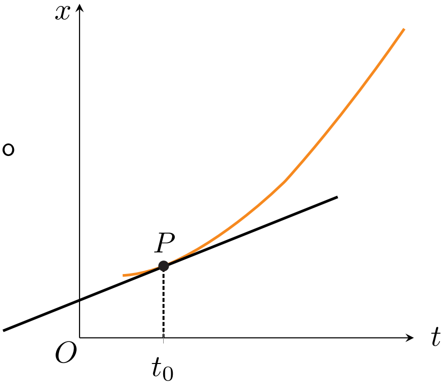
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



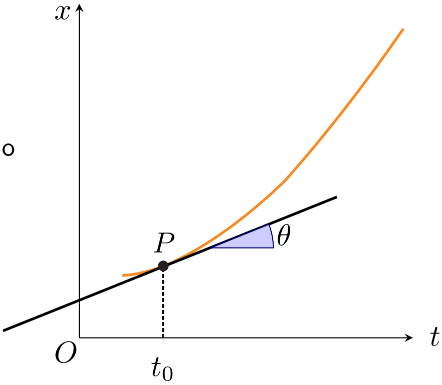
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



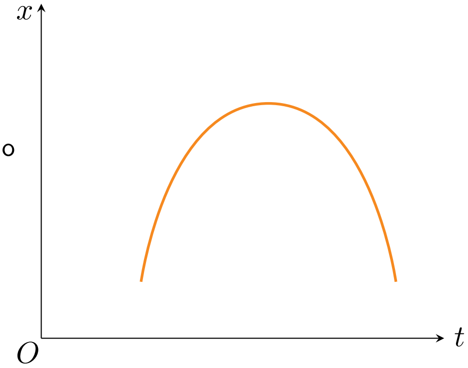
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



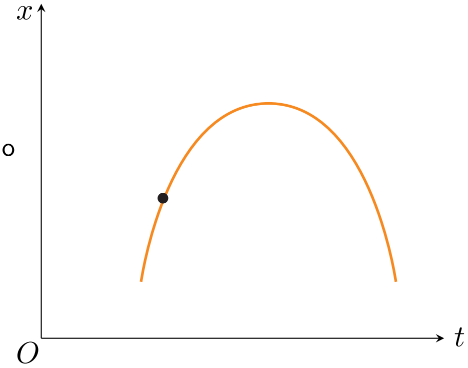
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



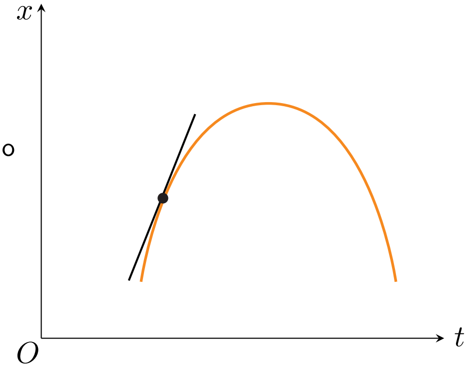
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



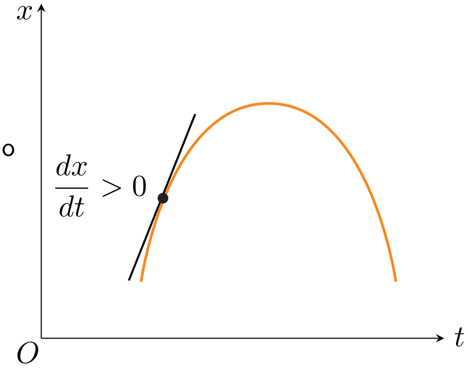
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



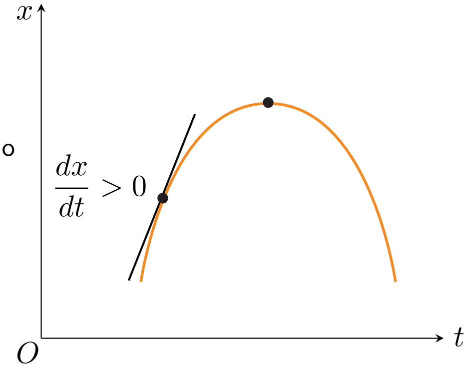
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



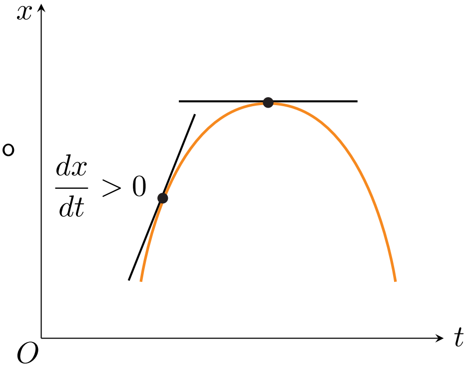
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



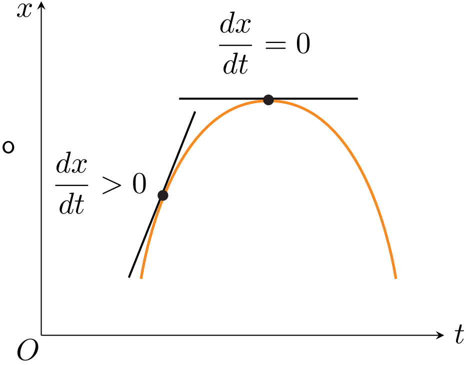
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



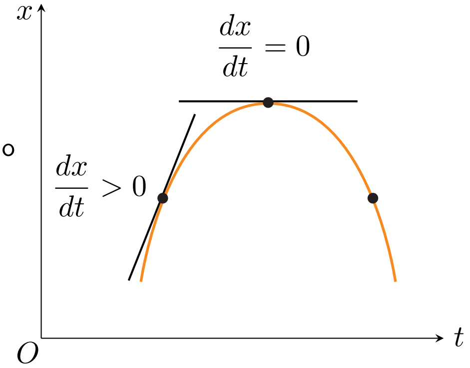
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



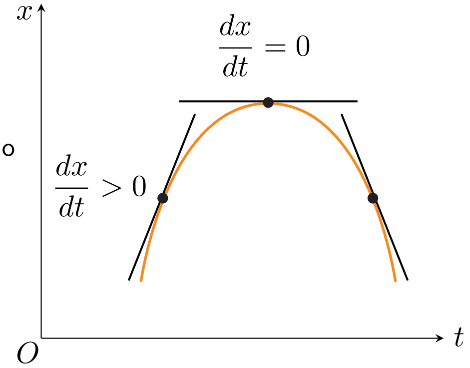
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



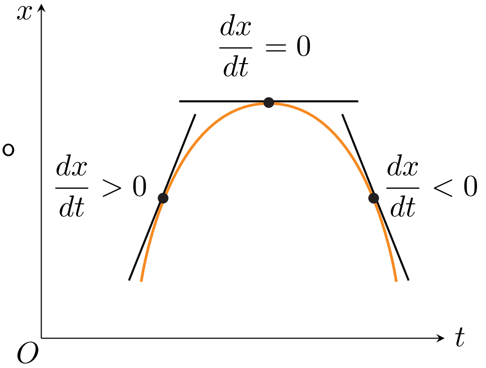
Interpretação geométrica derivada

- A velocidade média é o coeficiente angular da reta $\overline{PP'}$

$$v_{\text{méd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

- A medida que $\Delta t \to 0$, P' se aproxima de P e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficiente angular da tangente à curva no ponto P

$$v(t_0) = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=t_0}$$



Sumário

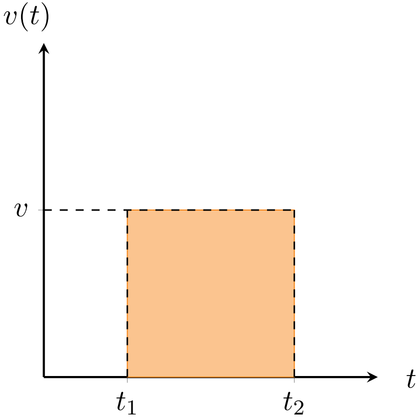
O problema inverso

- Como vimos, se temos $x(t)$ podemos calcular $v(t)$

$$x(t) \quad \Longrightarrow \quad v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

- Será possível obter o inverso, ou seja, se tivermos $v(t)$ em um espaço de tempo t_1 e t_2 é possível saber o deslocamento $x(t_2) - x(t_1)$?
- Para o caso $v =$ cte, temos

$$v_{\text{méd}} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \Longrightarrow \qquad x(t_2) - x(t_1) = v\,(t_2 - t_1)$$



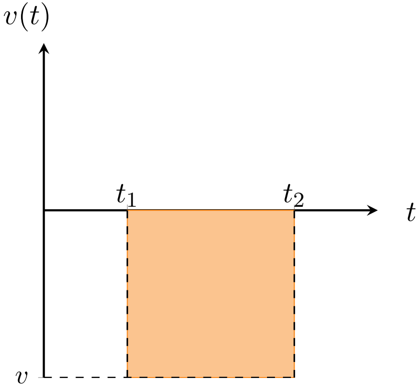
O problema inverso

- Como vimos, se temos $x(t)$ podemos calcular $v(t)$

$$x(t) \quad \Longrightarrow \quad v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

- Será possível obter o inverso, ou seja, se tivermos $v(t)$ em um espaço de tempo t_1 e t_2 é possível saber o deslocamento $x(t_2) - x(t_1)$?
- Para o caso $v =$ cte, temos

$$v_{\text{méd}} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \Longrightarrow \qquad x(t_2) - x(t_1) = v\,(t_2 - t_1)$$



Problema inverso - Movimento não uniforme

- O que podemos fazer no caso em que $v(t)$ não é constante?

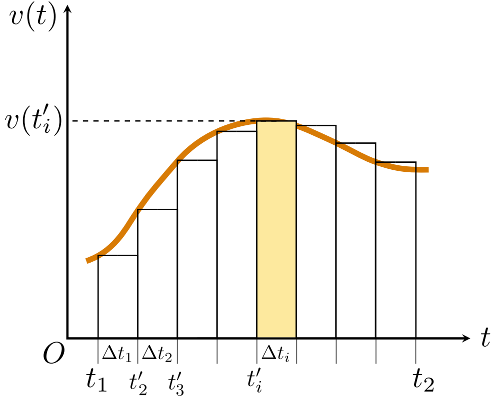
$$\Delta x_1 \approx v(t_1)\Delta t_1$$
$$\Delta x_2 \approx v(t_2')\Delta t_2$$
$$\vdots$$

- Desta forma

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) \approx \sum_i v(t_i')\Delta t_i$$

- No limite em que $\Delta t_i \to 0$, obtemos

$$\boxed{\Delta x = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_i v(t_i')\Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt}$$



$t_2' = t_1 + \Delta t_1$
$t_3' = t_2' + \Delta t_2$

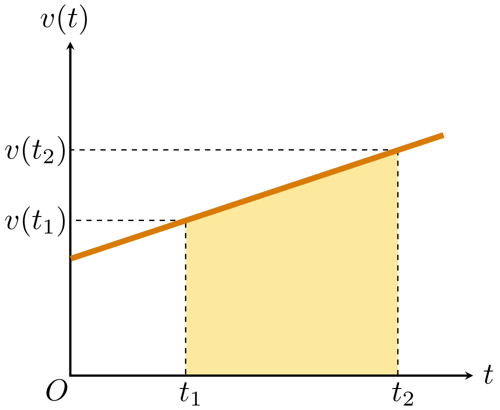
$\Delta x_1 = x(t_1 + \Delta t_1) - x(t_1)$
$\Delta x_2 = x(t_1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) - x(t_1 + \Delta t_1)$

Exemplo: Problema inverso

Sendo $v(t) = 2at + b$, calcule o espaço percorrido entre t_1 e t_2

- Sabemos que

$$
\begin{aligned}
\Delta x = x(t_2) - x(t_1) &= \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} (2at + b)dt \\
&= 2a \int_{t_1}^{t_2} t\ dt + b \int_{t_1}^{t_2} dt \\
&= 2a \left[\frac{t^2}{2} \right]_{t=t_1}^{t=t_2} + b(t_2 - t_1) \\
&= a(t_2^2 - t_1^2) + b(t_2 - t_1)
\end{aligned}
$$



Sumário

Aceleração

- A aceleração é a taxa de variação da velocidade
- Vamos começar definindo a aceleração média no intervalo $[t_1, t_2]$ como

Aceleração média

$$a_{\text{méd}} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- A unidade da aceleração no SI é o m/s^2
- Podemo também definir a aceleração instantânea como

Aceleração instantânea

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{(t+\Delta t) - t} \right] = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \frac{dv}{dt} \qquad a(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

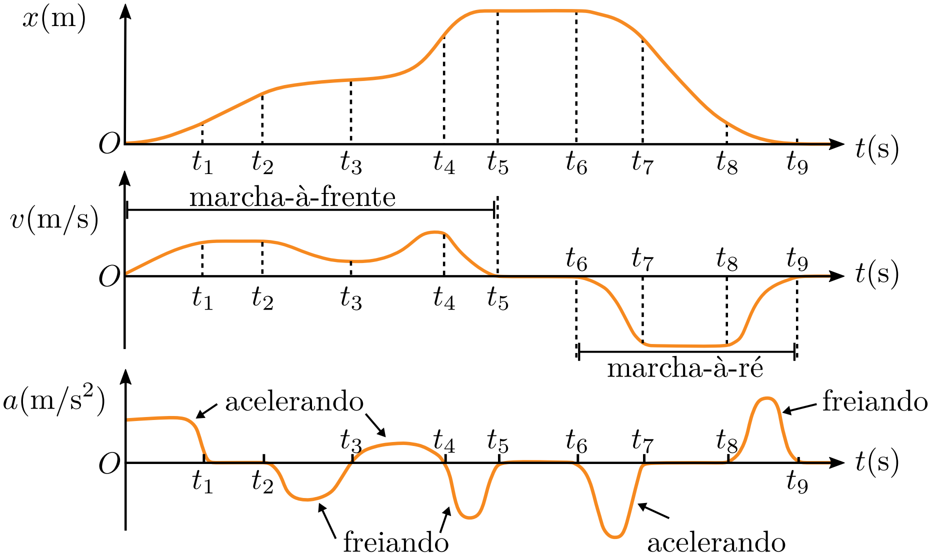
Sinal da aceleração

- Linguagem popular:
  - Aceleração positiva $\rightarrow$ velocidade do objeto está aumentando
  - Aceleração negativa $\rightarrow$ velocidade do objeto está diminuindo
- Linguagem científica:
  - Se os sinais da velocidade e da aceleração de uma partícula são iguais, o módulo da velocidade da partícula aumenta
  - Se os sinais são opostos, o módulo da velocidade diminui

Teste

Um objeto se move ao longo do eixo x. Qual é o sinal da aceleração do objeto se ele está se movendo

- (a) no sentido positivo com o módulo da velocidade crescente?
- (b) no sentido positivo com o módulo da velocidade decrescente?
- (c) no sentido negativo com o módulo da velocidade crescente?
- (d) no sentido negativo com o módulo da velocidade decrescente?


$x(\mathrm{m})$
O
t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 t_7 t_8 t_9
$t(\mathrm{s})$
marcha-à-frente
$v(\mathrm{m/s})$
O
t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 t_7 t_8 t_9
$t(\mathrm{s})$
marcha-à-ré
$a(\mathrm{m/s^2})$
acelerando
freiando
O
t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 t_7 t_8 t_9
$t(\mathrm{s})$
freiando
acelerando

Problema inverso - Parte II

- Lembra quando falamos do problema inverso?

$$x(t) \Longrightarrow v(t) = \frac{dx}{dt}$$

- Obtivemos no slide 22/49

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- Poderíamos apenas ter feito somente

$$dx = v(t)dt$$

$$\int_{x(t_1)}^{x(t_2)} dx = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

$$\boxed{x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt}$$

- Note que podemos fazer a mesma pergunta com relação a velocidade e a aceleração!

$$v(t) \Longrightarrow a(t) = \frac{dv}{dt}$$

- Podemos fazer agora

$$dv = a(t)dt$$

$$\int_{v(t_1)}^{v(t_2)} dv = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt$$

$$\boxed{v(t_2) - v(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt}$$

Sumário

2. Movimento Retilíneo
    2.1 Introdução
    2.2 Posição e deslocamento
    2.3 Velocidade média
    2.4 Velocidade instantânea
    2.5 O problema inverso
    2.6 Aceleração
    2.7 Movimento retilíneo uniformemente acelerado
    2.8 Queda Livre

Movimento retilíneo uniformemente acelerado

- Um movimento retilíneo chama-se uniformemente acelerado quando a aceleração instantânea é constante

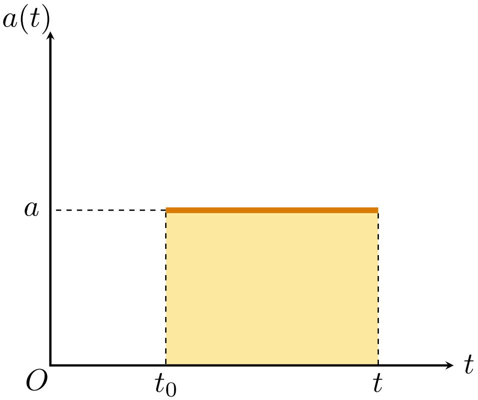
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \text{cte}$$

- Como vimos no slide 29/49

$$a(t) = \frac{dv}{dt} \quad \Longrightarrow \quad dv = a(t)dt$$

- Integrando dos dois lados

$$\int_{v(t_0)}^{v(t)} dv = \int_{t_0}^{t} a(t)dt \quad \Longrightarrow \quad v(t) - v(t_0) = \int_{t_0}^{t} a(t)dt$$



- Se a aceleração é constante: $a(t) = a$

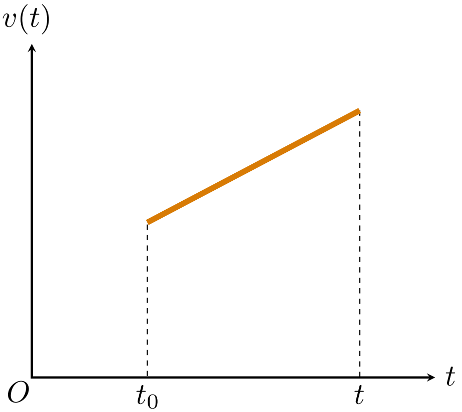
$$\boxed{v(t) - v(t_0) = a(t - t_0) \quad \Longrightarrow \quad v(t) = v(t_0) + a(t - t_0) \quad \Longrightarrow \quad \boxed{v(t) = v_0 + a(t - t_0)}}$$

Movimento retilíneo uniformemente acelerado

- Portanto, para aceleração constante

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0) \Longrightarrow v(t) = (v_0 - at_0) + at$$

- A velocidade é uma função linear do tempo no movimento uniformemente acelerado!

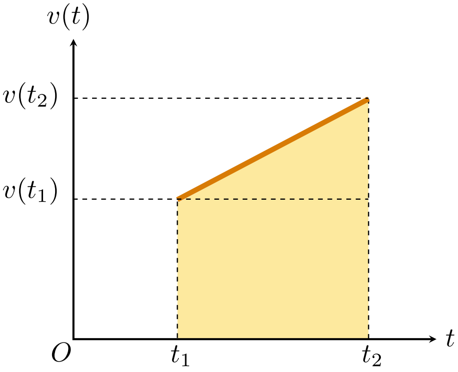


Movimento retilíneo uniformemente acelerado

- Perceba também o seguinte resultado:
- Já aprendemos a calcular $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$ a partir de $v(t)$ [ver slide 22/49]

$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

$$\Delta x = (t_2 - t_1)v(t_1) + \frac{(t_2 - t_1)(v(t_2) - v(t_1))}{2}$$



- Perceba também que

$$v(t) = v(t_0) + a(t - t_0)$$

- Se escolhermos $t = t_2$ e $t_0 = t_1$, obtemos

$$v(t_2) - v(t_1) = a(t_2 - t_1)$$

- Finalmente: $\boxed{\Delta x = (t_2 - t_1)v(t_1) + \frac{a}{2}(t_2 - t_1)^2}$

Movimento retilíneo uniformemente acelerado

- Acabamos de obter

$$\Delta x = (t_2 - t_1)v(t_1) + \frac{a}{2}(t_2 - t_1)^2$$

- Note que se escolhermos
  - $t_2 = t$
  - $t_1 = t_0$
- Poderemos rescrever a equação obtida como

$$x(t) - x(t_0) = (t - t_0)v(t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$$

- Se agora definirmos $x_0 = x(t_0)$ e $v_0 = v(t_0)$, obtemos

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2}$$

Movimento retilíneo uniformemente acelerado

- Já temos duas equações para o MRUA

$$v = v_0 + a(t - t_0) \tag{1}$$

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2 \tag{2}$$

- Podemos combinar essas duas equações para obter uma equação para a velocidade v em função da posição x
- Para isso podemos isolar $(t - t_0)$ em (1) e substituir em (2). Ficamos com

$$x = x_0 + v_0\left[\frac{(v - v_0)}{a}\right] + \frac{a}{2}\left[\frac{(v - v_0)}{a}\right]^2$$

- multiplicando por a dos dois lados e manipulando um pouco

$$a(x - x_0) = (v_0 v - v_0^2) + \frac{1}{2}(v - v_0)^2$$

$$a(x - x_0) = (v_0 v - v_0^2) + \frac{1}{2}(v^2 - 2vv_0 + v_0^2)$$

$$a(x - x_0) = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$$

- Podemos finalmente escrever

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)}$$

Movimento retilíneo uniformemente acelerado

- Queremos agora obter uma expressão especial para a velocidade média no MRUA

$$v_{\text{méd}} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

- Para isso vamos usar

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$$

- Podemos calcular $x(t_2) - x(t_1)$ como

$$x(t_2) - x(t_1) = v_1(t_2 - t_1) + \frac{a}{2}(t_2 - t_1)^2$$

- Dividindo a eq. acima por $(t_2 - t_1)$ obtemos

$$\frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = v_1 + \frac{a}{2}(t_2 - t_1) \qquad (3)$$

- Vamos agora usar a equação

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

- para calcular $(t_2 - t_1)$ como

$$(t_2 - t_1) = \frac{1}{a}(v(t_2) - v(t_1))$$

- Substituindo em (3), obtemos

$$\frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = v(t_1) + \frac{1}{2}(v(t_2) - v(t_1))$$

- e finalmente

$$\boxed{v_{\text{méd}} = \frac{v(t_2) + v(t_1)}{2}}$$

Movimento retilíneo uniformemente acelerado

Equação	Grandeza que falta
$v = v_0 + a(t - t_0)$	$x - x_0$
$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$t - t_0$
$x - x_0 = \frac{v+v_0}{2}(t - t_0)$	a

Sumário

Queda Livre

- Se arremessarmos um objeto, para cima ou para baixo, e pudéssemos eliminar o efeito do ar sobre o movimento, observaríamos que o objeto sofreria uma aceleração constante para baixo, conhecida como aceleração em queda livre, cujo módulo é representado pela letra g
- g não depende das características do objeto!

A aceleração em queda livre nas proximidades da superfície da Terra é

$$a = -g = -9,8\text{m/s}^2$$

em que g é dado por $g = 9,8\text{m/s}^2$.

Teste

(a) Se você arremessa uma bola verticalmente para cima, qual é o sinal do deslocamento da bola durante a subida, desde o ponto inicial até o ponto mais alto da trajetória?
(b) Qual é o sinal do deslocamento durante a descida, desde o ponto mais alto da trajetória até o ponto inicial?
(c) Qual é a aceleração da bola no ponto mais alto da trajetória?

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40 \mathrm{m/s^2}$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60 \mathrm{m/s^2}$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8 \mathrm{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = x_c(t_0) + v_c(t_0)(t - t_0) + \frac{a_c}{2}(t - t_0)^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad \Longrightarrow \quad t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = x_c(t_0) + v_c(t_0)(t - t_0) + \frac{a_c}{2}(t - t_0)^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad \Longrightarrow \quad t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancelto{0}{x_c(t_0)} + v_c(t_0)(t - t_0) + \frac{a_c}{2}(t - t_0)^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \implies t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancelto{0}{x_c(t_0)} + \cancelto{0}{v_c(t_0)}(t - t_0) + \frac{a_c}{2}(t - t_0)^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \implies t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancelto{0}{x_c(t_0)} + \cancelto{0}{v_c(t_0)}(t - \cancelto{0}{t_0}) + \frac{a_c}{2}(t - t_0)^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \implies t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancelto{0}{x_c(t_0)} + \cancelto{0}{v_c(t_0)}(t - \cancelto{0}{t_0}) + \frac{a_c}{2}(t - \cancelto{0}{t_0})^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \implies t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancelto{0}{x_c(t_0)} + \cancelto{0}{v_c(t_0)}(t - \cancelto{0}{t_0}) + \frac{a_c}{2}(t - \cancelto{0}{t_0})^2$$

$$x_c(t) = \frac{a_c}{2}t^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad \Longrightarrow \quad t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancelto{0}{x_c(t_0)} + \cancelto{0}{v_c(t_0)}(t - \cancelto{0}{t_0}) + \frac{a_c}{2}(t - \cancelto{0}{t_0})^2$$

$$x_c(t) = \frac{a_c}{2}t^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad \Longrightarrow \quad t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancel{x_c(t_0)}^{\,0} + \cancel{v_c(t_0)}^{\,0}(t - \cancel{t_0}^{\,0}) + \frac{a_c}{2}(t - \cancel{t_0}^{\,0})^2$$

$$x_c(t) = \frac{a_c}{2}t^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \implies t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancelto{0}{x_c(t_0)} + \cancelto{0}{v_c(t_0)}(t - \cancelto{0}{t_0}) + \frac{a_c}{2}(t - \cancelto{0}{t_0})^2$$

$$x_c(t) = \frac{a_c}{2}t^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\text{m/s}^2$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \implies t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\mathrm{m/s^2}$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\mathrm{m/s^2}$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\mathrm{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Temos uma equação de movimento para o carro e outra para a moto
- Para o carro temos

$$x_c(t) = \cancelto{0}{x_c(t_0)} + \cancelto{0}{v_c(t_0)}(t - \cancelto{0}{t_0}) + \frac{a_c}{2}(t - \cancelto{0}{t_0})^2$$

$$x_c(t) = \frac{a_c}{2}t^2$$

- Vamos dividir o estudo do movimento da moto em duas partes: primeiro com aceleração constante igual a $a_c = 5,60\mathrm{m/s^2}$ e depois com aceleração constante igual a zero.

- Primeiramente temos

$$x_{m,1}(t) = \frac{a_m}{2}t^2$$

- A equação acima é valida até a moto atingir sua velocidade máxima

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad \Longrightarrow \quad t' = \frac{v_m}{a_m}$$

- e assim

$$x_{m,1}(t') = \frac{a_m}{2}\left(\frac{v_m}{a_m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Para a segunda parte do movimento da moto, aplicamos

$$x(t) = x_0(t_0) + v(t_0)(t - t_0)$$

- e obtemos

$$x_{m,2}(t) = x_{m,1}(t') + v_m(t - t')$$

- Usando os resultados anteriores obtemos

$$x_{m,2}(t) = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m\left(t - \frac{v_m}{a_m}\right) = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos finalmente escrever a função posição da moto como

$$x_m(t) = \begin{cases} x_{m,1}(t), & \text{se} \quad t \leq t' \\ x_{m,2}(t), & \text{se} \quad t' \leq t \end{cases}$$

- Temos agora de fazer

$$x_c(t) = x_m(t)$$

e encontrar qual é o tempo t em que a igualdade acima é estabelecida!

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Para a segunda parte do movimento da moto, aplicamos

$$x(t) = x_0(t_0) + v(t_0)(t - t_0)$$

- e obtemos

$$x_{m,2}(t) = x_{m,1}(t') + v_m(t - t')$$

- Usando os resultados anteriores obtemos

$$x_{m,2}(t) = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m\left(t - \frac{v_m}{a_m}\right) = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos finalmente escrever a função posição da moto como

$$x_m(t) = \begin{cases} x_{m,1}(t), & \text{se} \quad t \leq t' \\ x_{m,2}(t), & \text{se} \quad t' \leq t \end{cases}$$

- Temos agora de fazer

$$x_c(t) = x_m(t)$$

e encontrar qual é o tempo t em que a igualdade acima é estabelecida!

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Para a segunda parte do movimento da moto, aplicamos

$$x(t) = x_0(t_0) + v(t_0)(t - t_0)$$

- e obtemos

$$x_{m,2}(t) = x_{m,1}(t') + v_m(t - t')$$

- Usando os resultados anteriores obtemos

$$x_{m,2}(t) = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m\left(t - \frac{v_m}{a_m}\right) = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos finalmente escrever a função posição da moto como

$$x_m(t) = \begin{cases} x_{m,1}(t), & \text{se} \quad t \leq t' \\ x_{m,2}(t), & \text{se} \quad t' \leq t \end{cases}$$

- Temos agora de fazer

$$x_c(t) = x_m(t)$$

e encontrar qual é o tempo t em que a igualdade acima é estabelecida!

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Para a segunda parte do movimento da moto, aplicamos

$$x(t) = x_0(t_0) + v(t_0)(t - t_0)$$

- e obtemos

$$x_{m,2}(t) = x_{m,1}(t') + v_m(t - t')$$

- Usando os resultados anteriores obtemos

$$x_{m,2}(t) = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m\left(t - \frac{v_m}{a_m}\right) = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos finalmente escrever a função posição da moto como

$$x_m(t) = \begin{cases} x_{m,1}(t), & \text{se} \quad t \leq t' \\ x_{m,2}(t), & \text{se} \quad t' \leq t \end{cases}$$

- Temos agora de fazer

$$x_c(t) = x_m(t)$$

e encontrar qual é o tempo t em que a igualdade acima é estabelecida!

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Para a segunda parte do movimento da moto, aplicamos

$$x(t) = x_0(t_0) + v(t_0)(t - t_0)$$

- e obtemos

$$x_{m,2}(t) = x_{m,1}(t') + v_m(t - t')$$

- Usando os resultados anteriores obtemos

$$x_{m,2}(t) = \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m\left(t - \frac{v_m}{a_m}\right) = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos finalmente escrever a função posição da moto como

$$x_m(t) = \begin{cases} x_{m,1}(t), & \text{se} \quad t \leq t' \\ x_{m,2}(t), & \text{se} \quad t' \leq t \end{cases}$$

- Temos agora de fazer

$$x_c(t) = x_m(t)$$

e encontrar qual é o tempo t em que a igualdade acima é estabelecida!

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Vamos checar se a igualdade pode ser estabelecida para $t \leq t'$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 = \frac{a_m}{2}t^2$$

- a igualdade acima nunca pode ser satisfeita!
- Vamos agora para o caso $t' \leq t$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos escrever a ultima equação como

$$\frac{a_c}{2}t^2 - v_m t + \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} = 0$$

- A equação acima é satisfeita para

$$t = \frac{+v_m \pm \sqrt{v_m^2 - 4\frac{a_c}{2}\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}}}{2\frac{a_c}{2}}$$
$$t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Vamos checar se a igualdade pode ser estabelecida para $t \leq t'$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 \neq \frac{a_m}{2}t^2$$

- a igualdade acima nunca pode ser satisfeita!
- Vamos agora para o caso $t' \leq t$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos escrever a ultima equação como

$$\frac{a_c}{2}t^2 - v_m t + \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} = 0$$

- A equação acima é satisfeita para

$$t = \frac{+v_m \pm \sqrt{v_m^2 - 4\frac{a_c}{2}\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}}}{2\frac{a_c}{2}}$$
$$t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Vamos checar se a igualdade pode ser estabelecida para $t \leq t'$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 \neq \frac{a_m}{2}t^2$$

- a igualdade acima nunca pode ser satisfeita!
- Vamos agora para o caso $t' \leq t$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos escrever a ultima equação como

$$\frac{a_c}{2}t^2 - v_m t + \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} = 0$$

- A equação acima é satisfeita para

$$t = \frac{+v_m \pm \sqrt{v_m^2 - 4\frac{a_c}{2}\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}}}{2\frac{a_c}{2}}$$
$$t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Vamos checar se a igualdade pode ser estabelecida para $t \leq t'$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 \neq \frac{a_m}{2}t^2$$

- a igualdade acima nunca pode ser satisfeita!
- Vamos agora para o caso $t' \leq t$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos escrever a ultima equação como

$$\frac{a_c}{2}t^2 - v_m t + \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} = 0$$

- A equação acima é satisfeita para

$$t = \frac{+v_m \pm \sqrt{v_m^2 - 4\frac{a_c}{2}\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}}}{2\frac{a_c}{2}}$$
$$t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Vamos checar se a igualdade pode ser estabelecida para $t \leq t'$

$$\begin{aligned} x_c(t) &= x_m(t) \\ \frac{a_c}{2}t^2 &\neq \frac{a_m}{2}t^2 \end{aligned}$$

- a igualdade acima nunca pode ser satisfeita!
- Vamos agora para o caso $t' \leq t$

$$\begin{aligned} x_c(t) &= x_m(t) \\ \frac{a_c}{2}t^2 &= -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t \end{aligned}$$

- Podemos escrever a ultima equação como

$$\frac{a_c}{2}t^2 - v_m t + \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} = 0$$

- A equação acima é satisfeita para

$$t = \frac{+v_m \pm \sqrt{v_m^2 - 4\frac{a_c}{2}\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}}}{2\frac{a_c}{2}}$$

$$t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Vamos checar se a igualdade pode ser estabelecida para $t \leq t'$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 \neq \frac{a_m}{2}t^2$$

- a igualdade acima nunca pode ser satisfeita!
- Vamos agora para o caso $t' \leq t$

$$x_c(t) = x_m(t)$$
$$\frac{a_c}{2}t^2 = -\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} + v_m t$$

- Podemos escrever a ultima equação como

$$\frac{a_c}{2}t^2 - v_m t + \frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m} = 0$$

- A equação acima é satisfeita para

$$t = \frac{+v_m \pm \sqrt{v_m^2 - 4\frac{a_c}{2}\frac{1}{2}\frac{v_m^2}{a_m}}}{2\frac{a_c}{2}}$$
$$t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Lembre-se que essa solução só é valida para $t' \leq t$

$$\frac{v_m}{a_m} \leq \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

- sendo assim, a única solução válida é

$$\boxed{t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 + \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)}$$

- em que o calculo numérico resulta $t = 16,6\text{s}$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40 \text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60 \text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8 \text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Lembre-se que essa solução só é valida para $t' \leq t$

$$\frac{v_m}{a_m} \leq \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

- sendo assim, a única solução válida é

$$\boxed{t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 + \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)}$$

- em que o calculo numérico resulta $t = 16,6 \text{s}$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

- Lembre-se que essa solução só é valida para $t' \leq t$

$$\frac{v_m}{a_m} \leq \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

- sendo assim, a única solução válida é

$$\boxed{t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 + \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)}$$

- em que o calculo numérico resulta $t = 16,6\text{s}$

Exemplo: Corrida entre um carro e uma motocicleta

Considere uma corrida entre um carro e uma motocicleta. A motocicleta assume inicialmente a liderança porque sua aceleração $a_m = 8,40\text{m/s}^2$ é maior que a aceleração do carro $a_c = 5,60\text{m/s}^2$, mas é ultrapassa pelo carro porque sua velocidade máxima é $v_m = 58,8\text{m/s}$. Quanto tempo o carro leva para emparelhar com a motocicleta?

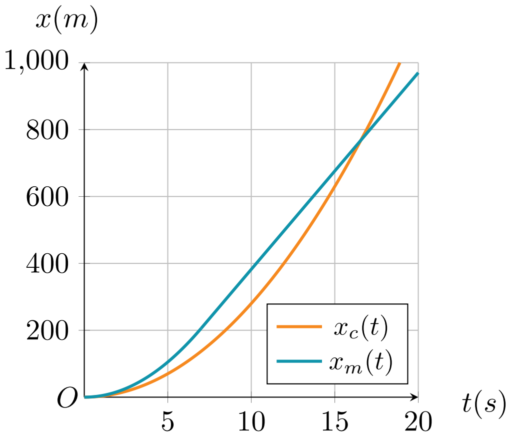
- Lembre-se que essa solução só é valida para $t' \leq t$

$$\frac{v_m}{a_m} \leq \frac{v_m}{a_c}\left(1 \pm \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)$$

- sendo assim, a única solução válida é

$$\boxed{t = \frac{v_m}{a_c}\left(1 + \sqrt{1 - a_c/a_m}\right)}$$

- em que o calculo numérico resulta $t = 16,6\text{s}$



Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right] = v_c\tau^2\frac{d}{dt}\left[t^{-2}\right]$$
$$= v_c\tau^2(-2)t^{-3}$$
$$= -2v_c\frac{\tau^2}{t^3}$$

- O resultado acima nos mostra que a aceleração não é constante! Não podemos usar as relações do MRUA

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right]$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right]$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right] = v_c\tau^2\frac{d}{dt}\left[t^{-2}\right]$$

$$= v_c\tau^2(-2)t^{-3}$$

$$= -2v_c\frac{\tau^2}{t^3}$$

- O resultado acima nos mostra que a aceleração não é constante! Não podemos usar as relações do MRUA

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right] = v_c\tau^2\frac{d}{dt}\left[t^{-2}\right]$$
$$= v_c\tau^2(-2)t^{-3}$$
$$= -2v_c\frac{\tau^2}{t^3}$$

- O resultado acima nos mostra que a aceleração não é constante! Não podemos usar as relações do MRUA

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right] = v_c\tau^2\frac{d}{dt}\left[t^{-2}\right]$$

$$= v_c\tau^2(-2)t^{-3}$$

$$= -2v_c\frac{\tau^2}{t^3}$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\mathrm{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\mathrm{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right] = v_c\tau^2\frac{d}{dt}\left[t^{-2}\right] \\ &= v_c\tau^2(-2)t^{-3} \\ &= -2v_c\frac{\tau^2}{t^3}\end{aligned}$$

- O resultado acima nos mostra que a aceleração não é constante! Não podemos usar as relações do MRUA

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right] = v_c\tau^2\frac{d}{dt}\left[t^{-2}\right] \\ &= v_c\tau^2(-2)t^{-3} \\ &= -2v_c\frac{\tau^2}{t^3}\end{aligned}$$

- O resultado acima nos mostra que a aceleração não é constante! Não podemos usar as relações do MRUA

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Na primeira parte do movimento, podemos calcular o deslocamento como

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Se chamarmos esse primeiro deslocamento de Δx_1, temos

$$\Delta x_1 = v_c \Delta t_1 = v_c \tau$$

- Agora temos que estudar o deslocamento no acostamento

- Será um MRUA? Vamos checar!

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= \frac{d}{dt}\left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right] = v_c\tau^2\frac{d}{dt}\left[t^{-2}\right] \\ &= v_c\tau^2(-2)t^{-3} \\ &= -2v_c\frac{\tau^2}{t^3}\end{aligned}$$

- O resultado acima nos mostra que a aceleração não é constante! Não podemos usar as relações do MRUA

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Vamos ter de usar a relação geral que vimos no slide 22/49:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- No nosso caso, teremos

$$\Delta x_2 = \int_{\tau}^{\infty} v(t)dt$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Vamos ter de usar a relação geral que vimos no slide 22/49:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- No nosso caso, teremos

$$\Delta x_2 = \int_{\tau}^{\infty} v(t)dt$$

$$= \int_{\tau}^{\infty} \left[v_c \left(\frac{\tau}{t} \right)^2 \right] dt$$

$$= v_c \tau^2 \int_{\tau}^{\infty} t^{-2} dt$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Vamos ter de usar a relação geral que vimos no slide 22/49:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- No nosso caso, teremos

$$\Delta x_2 = \int_{\tau}^{\infty} v(t)dt$$

$$= \int_{\tau}^{\infty} \left[v_c \left(\frac{\tau}{t} \right)^2 \right] dt$$

$$= v_c \tau^2 \int_{\tau}^{\infty} t^{-2} dt$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Vamos ter de usar a relação geral que vimos no slide 22/49:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- No nosso caso, teremos

$$\Delta x_2 = \int_{\tau}^{\infty} v(t)dt$$
$$= \int_{\tau}^{\infty} \left[v_c \left(\frac{\tau}{t} \right)^2 \right] dt$$
$$= v_c \tau^2 \int_{\tau}^{\infty} t^{-2} dt$$

- Caso você tenha esquecido

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$$

- ficamos com

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Vamos ter de usar a relação geral que vimos no slide 22/49:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- No nosso caso, teremos

$$\begin{aligned}
\Delta x_2 &= \int_{\tau}^{\infty} v(t)dt \\
&= \int_{\tau}^{\infty} \left[v_c \left(\frac{\tau}{t} \right)^2 \right] dt \\
&= v_c \tau^2 \int_{\tau}^{\infty} t^{-2} dt
\end{aligned}$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8{,}0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Vamos ter de usar a relação geral que vimos no slide 22/49:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- No nosso caso, teremos

$$\begin{aligned}\Delta x_2 &= \int_{\tau}^{\infty} v(t)dt \\ &= \int_{\tau}^{\infty} \left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right]dt \\ &= v_c\tau^2 \int_{\tau}^{\infty} t^{-2}dt\end{aligned}$$

- Caso você tenha esquecido

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$$

- ficamos com

$$\int_{\tau}^{\infty} t^{-2}dt = \left[\frac{t^{-1}}{-1}\right]_{t=\tau}^{t=\infty} = 0 - \left(-\frac{1}{\tau}\right) = \frac{1}{\tau}$$

- Finalmente, obtemos

$$\Delta x_2 = v_c\tau$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Vamos ter de usar a relação geral que vimos no slide 22/49:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- No nosso caso, teremos

$$\begin{aligned}\Delta x_2 &= \int_{\tau}^{\infty} v(t)dt \\ &= \int_{\tau}^{\infty} \left[v_c\left(\frac{\tau}{t}\right)^2\right]dt \\ &= v_c\tau^2 \int_{\tau}^{\infty} t^{-2}dt\end{aligned}$$

- Caso você tenha esquecido

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$$

- ficamos com

$$\int_{\tau}^{\infty} t^{-2}dt = \left[\frac{t^{-1}}{-1}\right]_{t=\tau}^{t=\infty} = 0 - \left(-\frac{1}{\tau}\right) = \frac{1}{\tau}$$

- Finalmente, obtemos

$$\Delta x_2 = v_c\tau$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- Vamos ter de usar a relação geral que vimos no slide 22/49:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

- No nosso caso, teremos

$$\Delta x_2 = \int_{\tau}^{\infty} v(t)dt$$

$$= \int_{\tau}^{\infty} \left[v_c \left(\frac{\tau}{t} \right)^2 \right] dt$$

$$= v_c \tau^2 \int_{\tau}^{\infty} t^{-2} dt$$

- Caso você tenha esquecido

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$$

- ficamos com

$$\int_{\tau}^{\infty} t^{-2} dt = \left[\frac{t^{-1}}{-1} \right]_{t=\tau}^{t=\infty} = 0 - \left(-\frac{1}{\tau} \right) = \frac{1}{\tau}$$

- Finalmente, obtemos

$$\Delta x_2 = v_c \tau$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- O deslocamento total será

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x = v_c\tau + v_c\tau$$

$$\boxed{\Delta x = 2v_c\tau}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{\Delta x = 960\text{m}}$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- O deslocamento total será

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x = v_c\tau + v_c\tau$$

$$\boxed{\Delta x = 2v_c\tau}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{\Delta x = 960\text{m}}$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- O deslocamento total será

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$
$$\Delta x = v_c\tau + v_c\tau$$
$$\boxed{\Delta x = 2v_c\tau}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- O deslocamento total será

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x = v_c\tau + v_c\tau$$

$$\boxed{\Delta x = 2v_c\tau}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{\Delta x = 960\text{m}}$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0\text{m/s}$ durante um tempo τ, em que $\tau = 60\text{s}$. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- O deslocamento total será

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x = v_c\tau + v_c\tau$$

$$\boxed{\Delta x = 2v_c\tau}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{\Delta x = 960\text{m}}$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- O deslocamento total será

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x = v_c\tau + v_c\tau$$

$$\boxed{\Delta x = 2v_c\tau}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{\Delta x = 960\text{m}}$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- O deslocamento total será

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x = v_c\tau + v_c\tau$$

$$\boxed{\Delta x = 2v_c\tau}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{\Delta x = 960\text{m}}$$

Exemplo: Uma embarcação costeira

Uma balsa de travessia se desloca com velocidade constante $v_c = 8,0$m/s durante um tempo τ, em que $\tau = 60$s. Então, seus motores são desligados e começa o acostamento. Sua velocidade de acostamento é dada por $v = v_c(\tau/t)^2$. Qual é o deslocamento da balsa no intervalo $0 < t < \infty$?

- O deslocamento total será

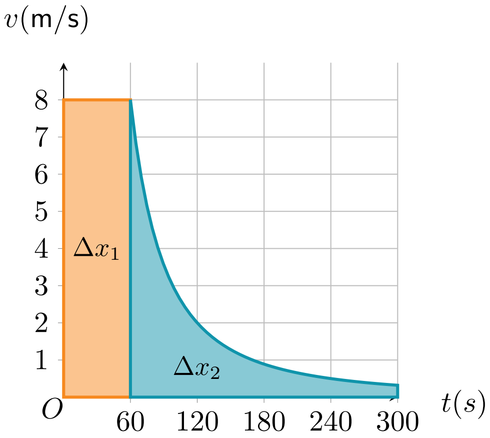
$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Delta x = v_c\tau + v_c\tau$$

$$\boxed{\Delta x = 2v_c\tau}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{\Delta x = 960\text{m}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0\text{m/s}^2$, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$

Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0\text{m/s}^2$, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

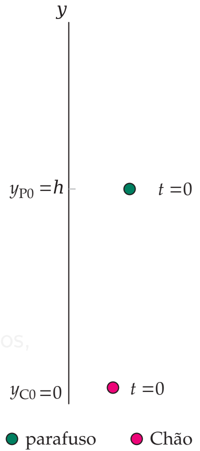
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0\mathrm{m/s^2}$, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

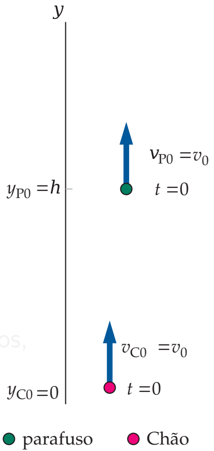
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\mathrm{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0$m/s^2, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

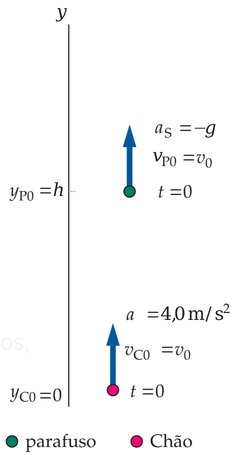
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0\text{m}/\text{s}^2$, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

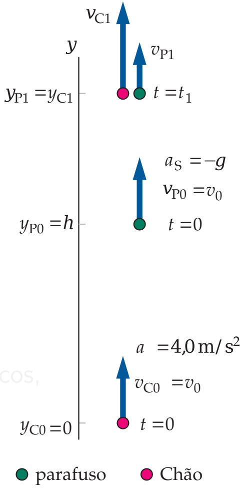
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0\text{m}/\text{s}^2$, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

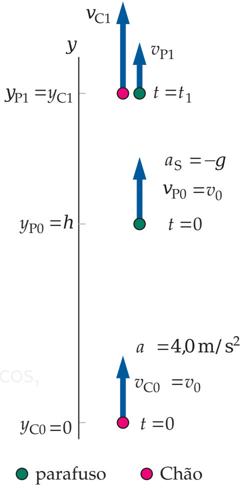
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0\text{m}/\text{s}^2$, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

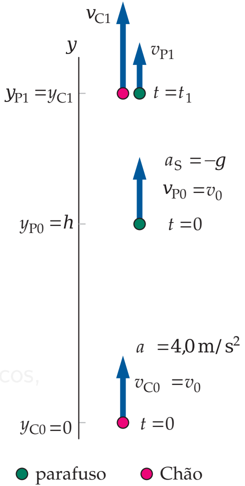
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0\text{m/s}^2$, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

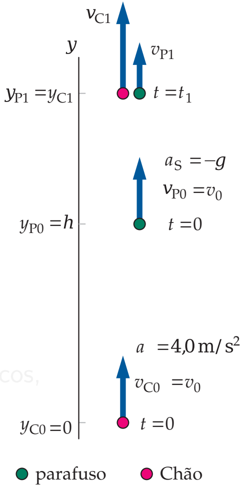
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0$m/s^2, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

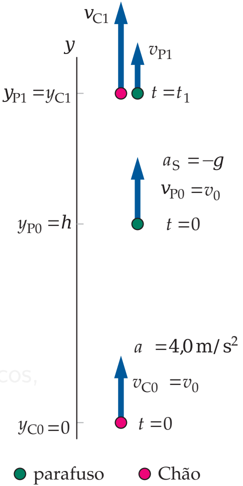
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0$m/s^2, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

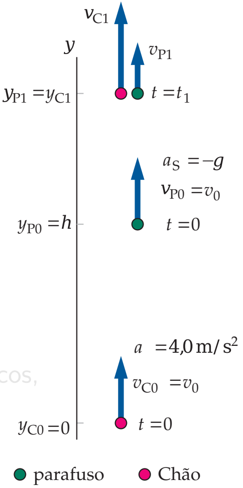
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0\text{m/s}^2$, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

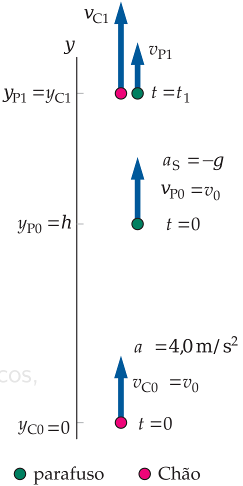
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Exemplo: Elevador em movimento

Viajando em um elevador, você vê um parafuso caindo do teto. O teto está $3,0$m acima do chão do elevador. Quanto tempo o parafuso leva para atingir o chão se o elevador está subindo, cada vez mais rápido, à taxa constante de $4,0$m/s^2, quando o parafuso abandona o teto?

- Para o chão, temos

$$y_c = y_{c0} + v_{c0}t + \frac{1}{2}a_c t^2$$

- Para o parafuso, temos

$$y_p = y_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_p t^2$$

- Queremos saber o tempo t em que

$$y_c = y_p$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}a_c t^2 = h + v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$$

- Rearranjando

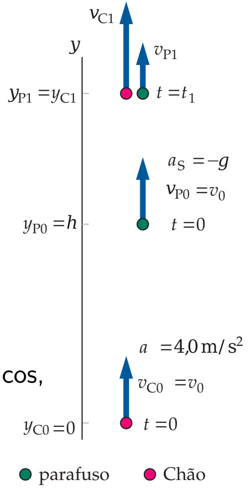
$$\frac{1}{2}(a_c + g)t^2 - h = 0$$

- Finalmente

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{a_c + g}}}$$

- Substituindo os valores numéricos, temos

$$\boxed{t = 0,66\text{s}}$$



Dicas

- Reproduza as passagens de maneira independente!
- Estude as referências!

  - D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1. LTC, 10 edition, 2016
  - P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1. LTC, 10 edition, 2009
  - H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica.* E. Blucher, 2013
  - H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
  - M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica.* Editora Blucher, 2018
  - R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman.* Bookman, 2008