Inferência Estatística Comparada

AULA 2 - EXEMPLOS

Exemplos

- **Exemplo 1:** Considere uma urna contendo θ bolas numeradas de 1 a θ, $\theta \in \{1, 2, 3, ...\}$.Para aprender (inferir) sobre θ, considere o experimento que consiste em retirar uma bola da urna e registrar X : o número marcado na bola extraída da urna.
  - O que é (significa) θ?
  - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de X?
  - Como fazer inferências sobre θ?
  - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- **Exemplo 1:** Considere uma urna contendo θ bolas numeradas de 1 a θ, $\theta \in \{1, 2, 3, ...\}$.Para aprender (inferir) sobre θ, considere o experimento que consiste em retirar uma bola da urna e registrar X : o número marcado na bola extraída da urna.
  - O que é (significa) θ?
  - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de X?
  - Como fazer inferências sobre θ?
  - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- **Exemplo 1:** Considere uma urna contendo θ bolas numeradas de 1 a θ, $\theta \in \{1, 2, 3, ...\}$.Para aprender (inferir) sobre θ, considere o experimento que consiste em retirar uma bola da urna e registrar X : o número marcado na bola extraída da urna.

  - O que é (significa) θ?
  - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de X?
  - Como fazer inferências sobre θ?
  - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- **Exemplo 1:** Considere uma urna contendo θ bolas numeradas de 1 a θ, $\theta \in \{1, 2, 3, ...\}$.Para aprender (inferir) sobre θ, considere o experimento que consiste em retirar uma bola da urna e registrar X : o número marcado na bola extraída da urna.

  - O que é (significa) θ?
  - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de X?
  - Como fazer inferências sobre θ?
  - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- **Exemplo 1:** Considere uma urna contendo θ bolas numeradas de 1 a θ, $\theta \in \{1, 2, 3, ...\}$.Para aprender (inferir) sobre θ, considere o experimento que consiste em retirar uma bola da urna e registrar X : o número marcado na bola extraída da urna.
    - O que é (significa) θ?
    - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de X?
    - Como fazer inferências sobre θ?
    - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- θ: quantidade de bolas na urna.
- Espaço paramétrico: $\Theta = \{1, 2, 3...\}$
- Inferência: para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.

Exemplos

- θ: quantidade de bolas na urna.
- Espaço paramétrico: $\Theta = \{1, 2, 3...\}$
- Inferência: para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.

Exemplos

- θ: quantidade de bolas na urna.
- Espaço paramétrico: $\Theta = \{1, 2, 3...\}$
- Inferência: para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.

Exemplos

- θ: quantidade de bolas na urna.
- Espaço paramétrico: $\Theta = \{1, 2, 3...\}$
- Inferência: para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.

Exemplos

- θ: quantidade de bolas na urna.
- Espaço paramétrico: $\Theta = \{1, 2, 3...\}$
- Inferência: para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.

Exemplos

- Suporemos que $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$.
- **Estimador não-viesado:** Observe que se $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$, então $E(X|\theta) = \frac{1+\theta}{2}$, de modo que
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ é estimador não-viesado (de variância mínima) para θ.

Exemplos

- Suporemos que $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$.
- **Estimador não-viesado:** Observe que se $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$, então $E(X|\theta) = \frac{1+\theta}{2}$, de modo que
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ é estimador não-viesado (de variância mínima) para θ.

Exemplos

- Suporemos que $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$.
- **Estimador não-viesado:** Observe que se $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$, então $E(X|\theta) = \frac{1+\theta}{2}$, de modo que
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ é estimador não-viesado (de variância mínima) para θ.

Exemplos

- Suporemos que $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$.
- **Estimador não-viesado:** Observe que se $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$, então $E(X|\theta) = \frac{1+\theta}{2}$, de modo que
- $\delta_1(X) = 2X - 1$ é estimador não-viesado (de variância mínima) para θ.

Exemplos

- **Estimador de máxima verossimilhança:** Nesse exemplo, o espaço amostral é $\mathcal{X} = \{1, 2, 3, ...\}$. Como $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$, temos a seguinte função de verossimilhança para θ gerada por $x \in \mathcal{X}$, $V_x : \Theta \to \mathbb{R}_+$:

- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$, de modo que

- $\delta_2(X) = X$ é estimador de máxima verossimilhança para θ.

Exemplos

- **Estimador de máxima verossimilhança:** Nesse exemplo, o espaço amostral é $\mathcal{X} = \{1, 2, 3, ...\}$. Como $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$, temos a seguinte função de verossimilhança para θ gerada por $x \in \mathcal{X}$, $V_x : \Theta \to \mathbb{R}_+$:
- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$, de modo que
- $\delta_2(X) = X$ é estimador de máxima verossimilhança para θ.

Exemplos

- **Estimador de máxima verossimilhança:** Nesse exemplo, o espaço amostral é $\mathcal{X} = \{1, 2, 3, ...\}$. Como $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$, temos a seguinte função de verossimilhança para θ gerada por $x \in \mathcal{X}$, $V_x : \Theta \rightarrow \mathbb{R}_+$:
- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$, de modo que
- $\delta_2(X) = X$ é estimador de máxima verossimilhança para θ.

Exemplos

- **Estimador de máxima verossimilhança:** Nesse exemplo, o espaço amostral é $\mathcal{X} = \{1, 2, 3, ...\}$. Como $X|\theta \sim U(\{1, ..., \theta\})$, temos a seguinte função de verossimilhança para θ gerada por $x \in \mathcal{X}$, $V_x : \Theta \to \mathbb{R}_+$:

- $V_x(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \text{se } \theta \geq x \ (\theta \in \{x, x+1, ...\}) \\ 0, & \text{se } \theta < x \end{cases}$, de modo que

- $\delta_2(X) = X$ é estimador de máxima verossimilhança para θ.

Exemplos

- **Estimador de Bayes (com relação à perda quadrática):** Nesse, caso, consideremos (por exemplo) que a priori
- $\mathbb{P}(\theta = j) = \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{(j-1)!}\mathbb{I}_{\Theta}(j)$, onde $\lambda_0 > 0$ é conhecido.
- Pelo Teorema de Bayes, temos, para $x \in \mathcal{X}$, que

Exemplos

- **Estimador de Bayes (com relação à perda quadrática):** Nesse, caso, consideremos (por exemplo) que a priori
- $\mathbb{P}(\theta = j) \;=\; \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{(j-1)!}\mathbb{I}_{\Theta}(j)$, onde $\lambda_0 > 0$ é conhecido.
- Pelo Teorema de Bayes, temos, para $x \in \mathcal{X}$, que

Exemplos

- **Estimador de Bayes (com relação à perda quadrática):** Nesse, caso, consideremos (por exemplo) que a priori

- $\mathbb{P}(\theta = j) \; = \; \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{(j-1)!}\mathbb{I}_{\Theta}(j)$, onde $\lambda_0 > 0$ é conhecido.

- Pelo Teorema de Bayes, temos, para $x \in \mathcal{X}$, que

Exemplos

- **Estimador de Bayes (com relação à perda quadrática):** Nesse, caso, consideremos (por exemplo) que a priori
- $\mathbb{P}(\theta = j) \; = \; \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{(j-1)!}\mathbb{I}_{\Theta}(j)$, onde $\lambda_0 > 0$ é conhecido.
- Pelo Teorema de Bayes, temos, para $x \in \mathcal{X}$, que

Exemplos

- $\mathbb{P}(\theta = j | X = x) \quad = \quad \frac{\mathbb{P}(X=x|\theta=j)\mathbb{P}(\theta=j)}{\mathbb{P}(X=x)} \quad \propto$

- $\propto \quad \mathbb{P}(X = x|\theta = j)\mathbb{P}(\theta = j) \quad \propto \quad V_x(j)\mathbb{P}(\theta = j) \quad \propto$

- $\propto \quad \frac{1}{j}\, \mathbb{I}_{\{x,x+1,\ldots\}}(j) \quad \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{(j-1)!}\, \mathbb{I}_{\{1,2,3,\ldots\}}(j) \quad \propto$

Exemplos

- $\mathbb{P}(\theta = j | X = x) \;=\; \frac{\mathbb{P}(X=x|\theta=j)\mathbb{P}(\theta=j)}{\mathbb{P}(X=x)} \;\propto$
- $\propto \;\; \mathbb{P}(X = x|\theta = j)\mathbb{P}(\theta = j) \;\; \propto \;\; V_x(j)\mathbb{P}(\theta = j) \;\; \propto$
- $\propto \;\; \frac{1}{j}\, \mathbb{I}_{\{x,x+1,\ldots\}}(j) \;\; \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{(j-1)!}\, \mathbb{I}_{\{1,2,3,\ldots\}}(j) \;\; \propto$

Exemplos

- $\mathbb{P}(\theta = j | X = x) \quad = \quad \frac{\mathbb{P}(X=x|\theta=j)\mathbb{P}(\theta=j)}{\mathbb{P}(X=x)} \quad \propto$

- $\propto \quad \mathbb{P}(X = x|\theta = j)\mathbb{P}(\theta = j) \quad \propto \quad V_x(j)\mathbb{P}(\theta = j) \quad \propto$

- $\propto \quad \frac{1}{j}\, \mathbb{I}_{\{x,x+1,\ldots\}}(j) \quad \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{(j-1)!}\, \mathbb{I}_{\{1,2,3,\ldots\}}(j) \quad \propto$

Exemplos

- $\mathbb{P}(\theta = j|X = x) \quad = \quad \frac{\mathbb{P}(X=x|\theta=j)\mathbb{P}(\theta=j)}{\mathbb{P}(X=x)} \quad \propto$

- $\propto \quad \mathbb{P}(X = x|\theta = j)\mathbb{P}(\theta = j) \quad \propto \quad V_x(j)\mathbb{P}(\theta = j) \quad \propto$

- $\propto \quad \frac{1}{j}\, \mathbb{I}_{\{x,x+1,\ldots\}}(j) \ \ \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{(j-1)!}\, \mathbb{I}_{\{1,2,3,\ldots\}}(j) \quad \propto$

Exemplos

- $\propto \quad \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{j!}\,\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j) \quad \Rightarrow$

- $\Rightarrow \quad \mathbb{P}(\theta = j|X = x) \quad = \quad \frac{\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j}}{j!}\,\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j)}{\sum_{i=x}^{\infty}\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{i}}{i!}} \quad =$

- $= \quad \frac{\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j}}{j!}\,\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j)}{1-S(x,\lambda_0)}$, onde $S(x,\lambda_o) = \sum_{i=0}^{x-1}\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{i}}{i!}$

Exemplos

- $\propto \dfrac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{j!}\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j) \Rightarrow$

- $\Rightarrow \mathbb{P}(\theta = j | X = x) = \dfrac{\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j}}{j!}\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j)}{\sum_{i=x}^{\infty}\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{i}}{i!}} =$

- $= \dfrac{\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j}}{j!}\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j)}{1-S(x,\lambda_0)}$, onde $S(x,\lambda_o) = \sum_{i=0}^{x-1}\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{i}}{i!}$

Exemplos

- $\propto \quad \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{j!}\,\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j) \quad \Rightarrow$

- $\Rightarrow \quad \mathbb{P}(\theta = j|X = x) \quad = \quad \frac{\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j}}{j!}\,\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j)}{\sum_{i=x}^{\infty}\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{i}}{i!}} \quad =$

- $= \quad \frac{\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j}}{j!}\,\mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j)}{1-S(x,\lambda_0)}$, onde $S(x,\lambda_o) = \sum_{i=0}^{x-1}\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{i}}{i!}$

Exemplos

- $\propto \quad \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j-1}}{j!}\, \mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j) \quad \Rightarrow$

- $\Rightarrow \quad \mathbb{P}(\theta = j | X = x) \quad = \quad \frac{\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j}}{j!}\, \mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j)}{\sum_{i=x}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{i}}{i!}} \quad =$

- $= \quad \frac{\frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{j}}{j!}\, \mathbb{I}_{\{x,x+1,x+2,\ldots\}}(j)}{1-S(x,\lambda_0)}$, onde $S(x,\lambda_o) = \sum_{i=0}^{x-1} \frac{e^{-\lambda_0}\lambda_0^{i}}{i!}$

Exemplos

- Isto é, $\theta|X=x \sim$ Poisson (λ_0) "Truncada" em x .

- Nesse caso ($\Theta \subset \mathbb{N}$), a estimativa de Bayes (com relação à perda quadrática) é dada por : $\delta_3(x) = prox(\mathbb{E}(\theta|X=x))$, onde $prox(t)$ é o número natural mais próximo de t . Determinando

- $\mathbb{E}(\theta|X=x) = \sum_{j\in\Theta} j\mathbb{P}(\theta=j|X=x)$

Exemplos

- Isto é, $\theta|X = x \sim$ Poisson (λ_0) "Truncada" em x .
- Nesse caso $(\Theta \subset \mathbb{N})$, a estimativa de Bayes (com relação à perda quadrática) é dada por : $\delta_3(x) = prox(\mathbb{E}(\theta|X = x))$, onde $prox(t)$ é o número natural mais próximo de t . Determinando
- $\mathbb{E}(\theta|X = x) = \sum_{j \in \Theta} j\mathbb{P}(\theta = j|X = x)$

Exemplos

- Isto é, $\theta | X = x \sim$ Poisson (λ_0) "Truncada" em x .

- Nesse caso $(\Theta \subset \mathbb{N})$, a estimativa de Bayes (com relação à perda quadrática) é dada por : $\delta_3(x) = prox(\mathbb{E}(\theta | X = x))$, onde $prox(t)$ é o número natural mais próximo de t . Determinando

- $\mathbb{E}(\theta | X = x) = \sum_{j \in \Theta} j \mathbb{P}(\theta = j | X = x)$

Exemplos

- Isto é, $\theta|X = x \sim$ Poisson (λ_0) "Truncada" em x .
- Nesse caso $(\Theta \subset \mathbb{N})$, a estimativa de Bayes (com relação à perda quadrática) é dada por :
  $\delta_3(x) = prox(\mathbb{E}(\theta|X = x))$, onde $prox(t)$ é o número natural mais próximo de t . Determinando
- $\mathbb{E}(\theta|X = x) = \sum_{j\in\Theta} j\mathbb{P}(\theta = j|X = x)$

Exemplos

- $= \sum_{j \in \Theta} j \, \frac{\frac{e^{-\lambda_0} \lambda_0^j}{j!} \, \mathbb{I}_{\{x, x+1, x+2, \ldots\}}(j)}{1 - S(x, \lambda_0)} = \sum_{j=x}^{\infty} \frac{\frac{e^{-\lambda_0} \lambda_0^j}{(j-1)!}}{1 - S(x, \lambda_0)} \Rightarrow$

- $\Rightarrow \mathbb{E}(\theta | X = x) = \frac{\lambda_0 \, (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)}$. Assim,

- $\delta_3(x) = prox(\mathbb{E}(\theta | X = x)) = prox(\frac{\lambda_0 \, (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)})$

Exemplos

- $= \sum_{j \in \Theta} j \, \frac{\frac{e^{-\lambda_0} \lambda_0^j}{j!} \, \mathbb{I}_{\{x, x+1, x+2, \ldots\}}(j)}{1 - S(x, \lambda_0)} = \sum_{j=x}^{\infty} \frac{\frac{e^{-\lambda_0} \lambda_0^j}{(j-1)!}}{1 - S(x, \lambda_0)} \Rightarrow$
- $\Rightarrow \mathbb{E}(\theta | X = x) = \frac{\lambda_0 \, (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)}$. Assim,
- $\delta_3(x) = prox(\mathbb{E}(\theta | X = x)) = prox(\frac{\lambda_0 \, (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)})$

Exemplos

- $= \sum_{j \in \Theta} j \, \frac{\frac{e^{-\lambda_0} \lambda_0^j}{j!} \, \mathbb{I}_{\{x, x+1, x+2, \ldots\}}(j)}{1 - S(x, \lambda_0)} = \sum_{j=x}^{\infty} \frac{\frac{e^{-\lambda_0} \lambda_0^j}{(j-1)!}}{1 - S(x, \lambda_0)} \Rightarrow$

- $\Rightarrow \; \mathbb{E}(\theta | X = x) = \frac{\lambda_0 \, (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)}$. Assim,

- $\delta_3(x) = prox(\mathbb{E}(\theta | X = x)) = prox(\frac{\lambda_0 \, (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)})$

Exemplos

- $= \sum_{j \in \Theta} j \, \frac{\frac{e^{-\lambda_0} \lambda_0^j}{j!} \; \mathbb{I}_{\{x, x+1, x+2, \ldots\}}(j)}{1 - S(x, \lambda_0)} = \sum_{j=x}^{\infty} \frac{\frac{e^{-\lambda_0} \lambda_0^j}{(j-1)!}}{1 - S(x, \lambda_0)} \Rightarrow$

- $\Rightarrow \;\; \mathbb{E}(\theta | X = x) \;=\; \frac{\lambda_0 \; (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)}$. Assim,

- $\delta_3(x) \;=\; prox(\mathbb{E}(\theta | X = x)) \;=\; prox(\frac{\lambda_0 \; (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)})$

Exemplos

- Dos três estimadores para θ,
- $\delta_1(X) \; = \; 2X - 1$,
- $\delta_2(X) \; = \; X$ e
- $\delta_3(x) \; = \; prox(\frac{\lambda_0 \; (1-S(x-1,\lambda_0))}{1-S(x,\lambda_0)})$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Dos três estimadores para θ,
- $\delta_1(X) = 2X - 1$,
- $\delta_2(X) = X$ e
- $\delta_3(x) = prox(\frac{\lambda_0 \ (1-S(x-1,\lambda_0))}{1-S(x,\lambda_0)})$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Dos três estimadores para θ,
- $\delta_1(X) \;=\; 2X - 1$,
- $\delta_2(X) \;=\; X$ e
- $\delta_3(x) \;=\; prox(\frac{\lambda_0 \; (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)})$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Dos três estimadores para θ,
- $\delta_1(X) \;=\; 2X - 1$,
- $\delta_2(X) \;=\; X$ e
- $\delta_3(x) \;=\; prox(\frac{\lambda_0 \; (1-S(x-1,\lambda_0))}{1-S(x,\lambda_0)})$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Dos três estimadores para θ,
- $\delta_1(X) \;=\; 2X - 1$,
- $\delta_2(X) \;=\; X$ e
- $\delta_3(x) \;=\; prox(\frac{\lambda_0 \; (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)})$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Dos três estimadores para θ,
- $\delta_1(X) \; = \; 2X - 1$,
- $\delta_2(X) \; = \; X$ e
- $\delta_3(x) \; = \; prox(\frac{\lambda_0 \; (1 - S(x-1, \lambda_0))}{1 - S(x, \lambda_0)})$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).

- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).

- Outras alternativas ...

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).
- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).
- Outras alternativas ...

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).

- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).

- Outras alternativas ...

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).

- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).

- Outras alternativas ...

Exemplos

- **Exemplo 2:** Considere um processo de produção no qual os itens produzidos são classificados como não defeituosos ou defeituosos. Para avaliar a fração não conforme do processo, θ, uma amostra de n itens é selecionada da produção e cada unidade amostrada é classificada como defeituosa ou não defeituosa. Para $i = 1, ..., n$, seja $X_i = 1$ se o i-ésimo item observado é classificado como não conforme e $X_i = 0$, caso contrário.
    - O que é (significa) θ?
    - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de $X = (X_1, ..., X_n)$?
    - Como fazer inferências sobre θ?
    - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- **Exemplo 2:** Considere um processo de produção no qual os itens produzidos são classificados como não defeituosos ou defeituosos. Para avaliar a fração não conforme do processo, θ, uma amostra de n itens é selecionada da produção e cada unidade amostrada é classificada como defeituosa ou não defeituosa. Para $i = 1, ..., n$, seja $X_i = 1$ se o i-ésimo item observado é classificado como não conforme e $X_i = 0$, caso contrário.
  - O que é (significa) θ?
  - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de $X = (X_1, ..., X_n)$?
  - Como fazer inferências sobre θ?
  - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- **Exemplo 2:** Considere um processo de produção no qual os itens produzidos são classificados como não defeituosos ou defeituosos. Para avaliar a fração não conforme do processo, θ, uma amostra de n itens é selecionada da produção e cada unidade amostrada é classificada como defeituosa ou não defeituosa. Para $i = 1, ..., n$, seja $X_i = 1$ se o i-ésimo item observado é classificado como não conforme e $X_i = 0$, caso contrário.
  - O que é (significa) θ?
  - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de $X = (X_1, ..., X_n)$?
  - Como fazer inferências sobre θ?
  - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- **Exemplo 2:** Considere um processo de produção no qual os itens produzidos são classificados como não defeituosos ou defeituosos. Para avaliar a fração não conforme do processo, θ, uma amostra de n itens é selecionada da produção e cada unidade amostrada é classificada como defeituosa ou não defeituosa. Para $i = 1, ..., n$, seja $X_i = 1$ se o i-ésimo item observado é classificado como não conforme e $X_i = 0$, caso contrário.
  - O que é (significa) θ?
  - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de $X = (X_1, ..., X_n)$?
  - Como fazer inferências sobre θ?
  - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- **Exemplo 2:** Considere um processo de produção no qual os itens produzidos são classificados como não defeituosos ou defeituosos. Para avaliar a fração não conforme do processo, θ, uma amostra de n itens é selecionada da produção e cada unidade amostrada é classificada como defeituosa ou não defeituosa. Para $i = 1, ..., n$, seja $X_i = 1$ se o i-ésimo item observado é classificado como não conforme e $X_i = 0$, caso contrário.
  - O que é (significa) θ?
  - O que podemos inferir sobre θ a partir da observação de $X = (X_1, ..., X_n)$?
  - Como fazer inferências sobre θ?
  - Procedimentos usuais: estimação, testes de hipóteses.

Exemplos

- θ: fração não conforme. Discutir.
- Espaço paramétrico: $\Theta = [0, 1]$. Discutir.
- Novamente, para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.
- Suposição: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Bernoulli(θ), isto é, $X_1, ..., X_n$, dado θ, são condicionalmente independentes e identicamente distrbuídas Bernoulli(θ). Discutir.

Exemplos

- θ: fração não conforme. Discutir.
- Espaço paramétrico: $\Theta = [0, 1]$. Discutir.
- Novamente, para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.
- Suposição: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Bernoulli(θ), isto é, $X_1, ..., X_n$, dado θ, são condicionalmente independentes e identicamente distrbuídas Bernoulli(θ). Discutir.

Exemplos

- θ: fração não conforme. Discutir.
- Espaço paramétrico: $\Theta = [0, 1]$. Discutir.
- Novamente, para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.
- Suposição: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Bernoulli(θ), isto é, $X_1, ..., X_n$, dado θ, são condicionalmente independentes e identicamente distrbuídas Bernoulli(θ). Discutir.

Exemplos

- θ: fração não conforme. Discutir.
- Espaço paramétrico: $\Theta = [0, 1]$. Discutir.
- Novamente, para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.
- Suposição: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Bernoulli(θ), isto é, $X_1, ..., X_n$, dado θ, são condicionalmente independentes e identicamente distrbuídas Bernoulli(θ). Discutir.

Exemplos

- θ: fração não conforme. Discutir.
- Espaço paramétrico: $\Theta = [0, 1]$. Discutir.
- Novamente, para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.
- Suposição: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Bernoulli(θ), isto é, $X_1, ..., X_n$, dado θ, são condicionalmente independentes e identicamente distrbuídas Bernoulli(θ). Discutir.

Exemplos

- θ: fração não conforme. Discutir.
- Espaço paramétrico: $\Theta = [0, 1]$. Discutir.
- Novamente, para estimar θ, podemos fazer uso de estimador de máxima verossimilhança, estimador não-viesado (de variância mínima), de Bayes, etc..
- Objeto "necessário" para fins de estimação (inferência): objeto que relacione X com θ.
- Suposição: $X = (X_1, ..., X_n)$ AAS do modelo Bernoulli(θ), isto é, $X_1, ..., X_n$, dado θ, são condicionalmente independentes e identicamente distrbuídas Bernoulli(θ). Discutir.

Exemplos

- **Estimador não-viesado:** $\bar{X}$ é não-viesado (verificar) e função de $T(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i$, estatística suficiente e completa para θ. Nesse caso, $\bar{X}$ é o "melhor" estimador não-viesado para θ (ENVVUM).

- **Estimador de máxima verossimilhança:** Nesse exemplo, $\bar{X}$ é também estimador de máxima verossimilhança (EMV) para θ, diferentemente do que ocorre no Exemplo 1.

Exemplos

- **Estimador não-viesado:** $\bar{X}$ é não-viesado (verificar) e função de $T(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i$, estatística suficiente e completa para θ. Nesse caso, $\bar{X}$ é o "melhor" estimador não-viesado para θ (ENVVUM).

- **Estimador de máxima verossimilhança:** Nesse exemplo, $\bar{X}$ é também estimador de máxima verossimilhança (EMV) para θ, diferentemente do que ocorre no Exemplo 1.

Exemplos

- **Estimador não-viesado:** $\bar{X}$ é não-viesado (verificar) e função de $T(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i$, estatística suficiente e completa para θ. Nesse caso, $\bar{X}$ é o "melhor" estimador não-viesado para θ (ENVVUM).

- **Estimador de máxima verossimilhança:** Nesse exemplo, $\bar{X}$ é também estimador de máxima verossimilhança (EMV) para θ, diferentemente do que ocorre no Exemplo 1.

Exemplos

- **Estimador de Bayes (com relação à perda quadrática):** Nesse, caso, consideremos (por exemplo) que a priori $\theta \sim Beta(a, b)$, $a, b > 0$, isto é,
- $f(\theta) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\theta^{a-1}(1-\theta)^{b-1}\mathbb{I}_{[0,1]}(\theta)$
- Pelo resultado de conjugação (DeGroot), obtemos que a distribuição a posteriori para θ é também Beta, a saber

Exemplos

- **Estimador de Bayes (com relação à perda quadrática):** Nesse, caso, consideremos (por exemplo) que a priori $\theta \sim Beta(a,b)$, $a, b > 0$, isto é,
- $f(\theta) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\theta^{a-1}(1-\theta)^{b-1}\mathbb{I}_{[0,1]}(\theta)$
- Pelo resultado de conjugação (DeGroot), obtemos que a distribuição a posteriori para θ é também Beta, a saber

Exemplos

- **Estimador de Bayes (com relação à perda quadrática):** Nesse, caso, consideremos (por exemplo) que a priori $\theta \sim Beta(a, b)$, $a, b > 0$, isto é,

- $f(\theta) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\theta^{a-1}(1-\theta)^{b-1}\mathbb{I}_{[0,1]}(\theta)$

- Pelo resultado de conjugação (DeGroot), obtemos que a distribuição a posteriori para θ é também Beta, a saber

Exemplos

- **Estimador de Bayes (com relação à perda quadrática):** Nesse, caso, consideremos (por exemplo) que a priori $\theta \sim Beta(a, b)$, $a, b > 0$, isto é,

- $f(\theta) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\theta^{a-1}(1-\theta)^{b-1}\mathbb{I}_{[0,1]}(\theta)$

- Pelo resultado de conjugação (DeGroot), obtemos que a distribuição a posteriori para θ é também Beta, a saber

Exemplos

- $\theta | X_1 = x_1, ..., X_n = x_n \sim Beta(a + \sum_{i=1}^{n} x_i, b + n - \sum_{i=1}^{n} x_i)$
- Nesse caso ($\Theta = [0, 1]$), a estimativa de Bayes (com relação à perda quadrática) é dada por
- $\mathbb{E}(\theta | X_1 = x_1, ..., X_n = x_n)) = \frac{a + \sum_{i=1}^{n} x_i}{a + b + n}$

Exemplos

- $\theta | X_1 = x_1, ..., X_n = x_n \sim Beta(a + \sum_{i=1}^{n} x_i, b + n - \sum_{i=1}^{n} x_i)$

- Nesse caso ($\Theta = [0, 1]$), a estimativa de Bayes (com relação à perda quadrática) é dada por

- $\mathbb{E}(\theta | X_1 = x_1, ..., X_n = x_n)) = \frac{a + \sum_{i=1}^{n} x_i}{a + b + n}$

Exemplos

- $\theta | X_1 = x_1, ..., X_n = x_n \sim Beta(a + \sum_{i=1}^{n} x_i, b + n - \sum_{i=1}^{n} x_i)$
- Nesse caso ($\Theta = [0, 1]$), a estimativa de Bayes (com relação à perda quadrática) é dada por
- $\mathbb{E}(\theta | X_1 = x_1, ..., X_n = x_n)) = \frac{a + \sum_{i=1}^{n} x_i}{a + b + n}$

Exemplos

- $\theta | X_1 = x_1, ..., X_n = x_n \sim Beta(a + \sum_{i=1}^{n} x_i, b + n - \sum_{i=1}^{n} x_i)$

- Nesse caso ($\Theta = [0, 1]$), a estimativa de Bayes (com relação à perda quadrática) é dada por

- $\mathbb{E}(\theta | X_1 = x_1, ..., X_n = x_n)) = \frac{a + \sum_{i=1}^{n} x_i}{a + b + n}$

Exemplos

- Dos estimadores para θ,
- $\bar{X}$ e $\mathbb{E}(\theta|X) = \mathbb{E}(\theta|X_1, ..., X_n) = \frac{a+\sum_{i=1}^{n} X_i}{a+b+n}$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Dos estimadores para θ,
- $\bar{X}$ e $\mathbb{E}(\theta|X) = \mathbb{E}(\theta|X_1, ..., X_n) = \frac{a+\sum_{i=1}^{n} X_i}{a+b+n}$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Dos estimadores para θ,

- $\bar{X}$ e $\mathbb{E}(\theta|X) = \mathbb{E}(\theta|X_1, ..., X_n) = \frac{a+\sum_{i=1}^{n} X_i}{a+b+n}$,

- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Dos estimadores para θ,
- $\bar{X}$ e $\mathbb{E}(\theta|X) = \mathbb{E}(\theta|X_1, ..., X_n) = \frac{a+\sum_{i=1}^{n} X_i}{a+b+n}$,
- como comparar (avaliar) tais alternativas ?

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).
- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).
- Avaliar o desempenho dos estimadores para grandes amostras (n "grande").
- Concordância com príncipios de Inferência Estatística.
- Outros critérios ...

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).
- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).
- Avaliar o desempenho dos estimadores para grandes amostras (n "grande").
- Concordância com príncipios de Inferência Estatística.
- Outros critérios ...

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).
- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).
- Avaliar o desempenho dos estimadores para grandes amostras (n "grande").
- Concordância com príncipios de Inferência Estatística.
- Outros critérios ...

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).
- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).
- Avaliar o desempenho dos estimadores para grandes amostras (n "grande").
- Concordância com príncipios de Inferência Estatística.
- Outros critérios ...

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).
- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).
- Avaliar o desempenho dos estimadores para grandes amostras (n "grande").
- Concordância com príncipios de Inferência Estatística.
- Outros critérios ...

Exemplos

- Avaliar (comparar) os estimadores com relação ao erro quadrático médio (EQM) ou outro risco (outra função de risco).
- Avaliar a admissibilidade de tais estimadores com relação à perda quadrática (ou outra função de perda relevante).
- Avaliar o desempenho dos estimadores para grandes amostras (n "grande").
- Concordância com príncipios de Inferência Estatística.
- Outros critérios ...

Exemplos

- No caso de testes de hipóteses, podemos testar hipóteses do tipo $H_0 : \theta \leq \theta_0$, $\theta_0 \in \Theta$, contra $\theta > \theta_0$, ou $\theta = \theta_0$ (contra $\theta \neq \theta_0$ (dentre outras).

- Uma abordagem consiste em estabelecer um valor máximo para a probabilidade de erro de decisão de tipo I (para a função poder sob a hipótese nula) e escolher (se possível) a regra de decisão que minimiza a probabilidade de erro de tipo II (maximiza a função poder sob a hipótese alternativa).

Exemplos

- No caso de testes de hipóteses, podemos testar hipóteses do tipo $H_0 : \theta \leq \theta_0$, $\theta_0 \in \Theta$, contra $\theta > \theta_0$, ou $\theta = \theta_0$ (contra $\theta \neq \theta_0$ (dentre outras).

- Uma abordagem consiste em estabelecer um valor máximo para a probabilidade de erro de decisão de tipo I (para a função poder sob a hipótese nula) e escolher (se possível) a regra de decisão que minimiza a probabilidade de erro de tipo II (maximiza a função poder sob a hipótese alternativa).

Exemplos

- No caso de testes de hipóteses, podemos testar hipóteses do tipo $H_0 : \theta \leq \theta_0$, $\theta_0 \in \Theta$, contra $\theta > \theta_0$, ou $\theta = \theta_0$ (contra $\theta \neq \theta_0$ (dentre outras).

- Uma abordagem consiste em estabelecer um valor máximo para a probabilidade de erro de decisão de tipo I (para a função poder sob a hipótese nula) e escolher (se possível) a regra de decisão que minimiza a probabilidade de erro de tipo II (maximiza a função poder sob a hipótese alternativa).

Exemplos

- Outra alternativa pode ser baseada no cálculo da probabilidade a posteriori da hipótese nula (alternativa) e na comparação desse valor com um valor de referência baseado na "gravidade" relativa entre os possíveis erros de tomada de decisão.

- Mais adiante, examinaremos vantagens e desvantagens desses procedimentos de teste com relação a diversos aspectos.

Exemplos

- Outra alternativa pode ser baseada no cálculo da probabilidade a posteriori da hipótese nula (alternativa) e na comparação desse valor com um valor de referência baseado na "gravidade" relativa entre os possíveis erros de tomada de decisão.

- Mais adiante, examinaremos vantagens e desvantagens desses procedimentos de teste com relação a diversos aspectos.

Exemplos

- Outra alternativa pode ser baseada no cálculo da probabilidade a posteriori da hipótese nula (alternativa) e na comparação desse valor com um valor de referência baseado na "gravidade" relativa entre os possíveis erros de tomada de decisão.

- Mais adiante, examinaremos vantagens e desvantagens desses procedimentos de teste com relação a diversos aspectos.