Guilherme Rosa Franzini

Tópicos especiais em dinâmica de estruturas

Primeira lista de exercícios da disciplina PEF 6000. Data de entrega: 19/10/2020

Universidade de São Paulo – USP

Escola Politécnica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

São Paulo

2020

1 Exercícios propostos

Exercício 1

Considere o sistema ilustrado na Figura 1. A massa M possui liberdade de movimento apenas na direção y indicada e está associada a uma mola de rigidez k. Articulada a essa massa, existe uma barra rígida e imponderável de comprimento h que, por sua vez, possui uma massa concentrada m em sua extremidade livre. Determine as equações de movimento do sistema considerando as coordenadas generalizadas y e θ indicadas na Figura 1. Construa um simulador para a integração numérica das equações de movimento utilizando uma plataforma de sua preferência . Forneça resultados para diversas condições iniciais. Adote $m = 1$ kg, $M = 10$ kg, $h = 3$ m, $k = 3$ N/m e $g = 9{,}81 \text{m/s}^2$.

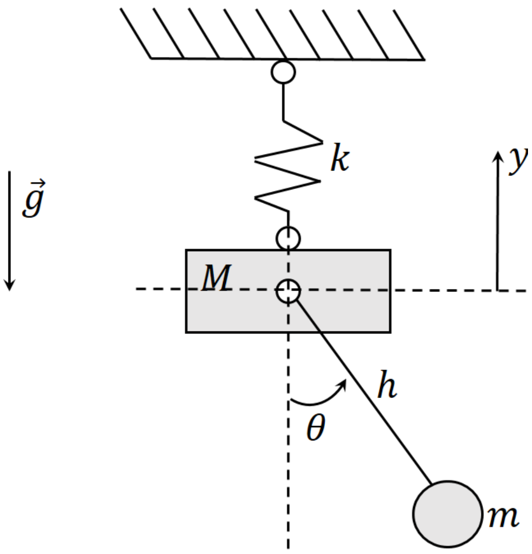

Figura 1 – Ilustração referente ao Exercício 1.

Exercício 2

Considere a barra ilustrada na Figura 2. Esta barra está vinculada por meio de duas molas lineares de rigidez k e possui comprimento L, massa linear μ e rigidez flexional EI constantes ao longo de seu comprimento. Sabe-se que o meio do vão não pode se deslocar na direção horizontal e que as molas estão sempre na direção vertical. Pede-se:

1. Considere inicialmente a barra rígida. Obtenha as equações de movimento do sistema, utilizando como coordenadas generalizadas o deslocamento no meio do vão z_G e o ângulo θ associado à rotação em torno deste ponto. Admita $\theta << 1$.

2. Utilizando o sistema de coordenadas apresentado na Figura 2, obtenha as equações de movimento do sistema utilizando o Princípio de Hamilton e considerando a barra como um sólido deformável. Interprete as condições de contorno naturais obtidas.

3. Utilizando o método de Galerkin com uma função de interpolação da forma $\psi(x) = 1$, obtenha e equação diferencial ordinária de movimento para o sistema. Interprete o resultado.

4. Utilizando o método de Galerkin com uma função de interpolação da forma $\psi(x) = (x - L/2)$, obtenha e equação diferencial ordinária de movimento para o sistema. Interprete o resultado.

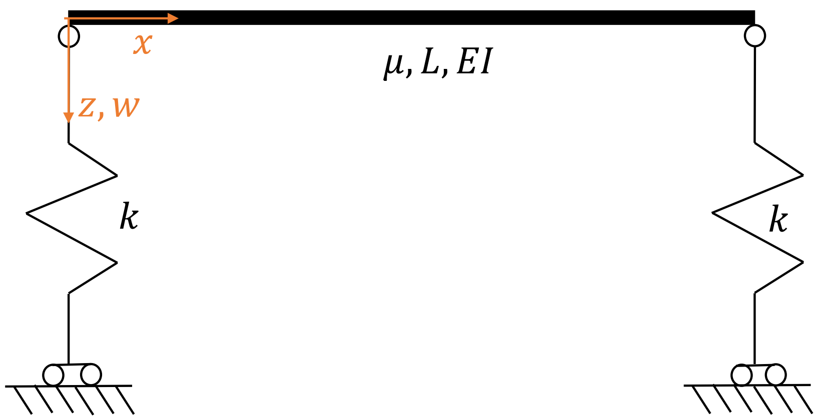

Figura 2 – Ilustração referente ao Exercício 2.

Exercício 3

Considere o sistema ilustrado na Figura 3. Na extremidade livre da barra (suposta homogênea, de altura h, massa linear μ e rigidez flexional EI), existe uma mola de rigidez k. Neste mesmo ponto, atua uma força lateral concentrada da forma $p(t) = p_0 \sin \Omega t$. Pede-se:

1. Obtenha a equação de movimento do sistema.

2. Obtenha um modelo de ordem reduzida de um grau de liberdade para este sistema, adotando como função de interpolação $\psi(z) = 3(z/L)^2 - 2(z/L)^3$.

3. Para o modelo de um grau de liberdade, obtenha a frequência natural não amortecida ω_1. Discuta, à luz dos elementos da matriz de rigidez do elemento de barra, o comportamento de ω_1 quando a massa da barra é muito menor do que a massa concentrada.

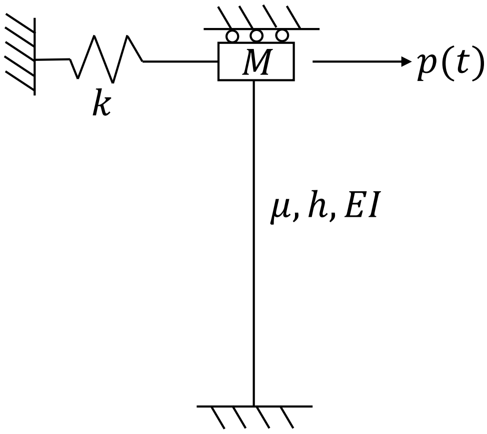

Figura 3 – Ilustração referente ao Exercício 3.

Exercício 4

Obtenha as equações de movimento para o pêndulo extensível plano apresentado na Figura 4. A mola possui massa desprezível e comprimento indeformado $h = 1$ m. A massa concentrada na extremidade livre é $m = 1$ kg. Utilize as coordenadas generalizadas indicadas na Figura 4. Construa um simulador numérico para este problema e obtenha as séries temporais para algumas condições iniciais. Nas simulações numéricas, adote dois valores de para a rigidez do pêndulo extensível k, a saber $k = k_1 = 1$ N/m e $k = 1000k_1$. Discuta os resultados obtidos.

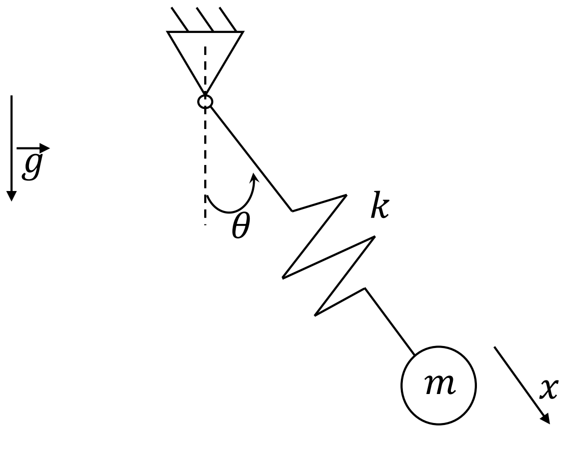

Figura 4 – Ilustração referente ao Exercício 4.

Exercício 5 - Mazzilli et al. (2008)

Considere o problema apresentado na Figura 5, onde a viga de comprimento L tem massa por unidade de comprimento μ, rigidez flexional EI e rigidez axial EA constantes ao longo do comprimento. Obtenha as equações de movimento que permitem obter as incógnitas $u(x,t)$ e $w(x,t)$. Utilize a medida de deformação dada por $\epsilon = u' - zw'' + \frac{1}{2}(w')^2$. Obtenha as equações de movimento simplificadas e que consideram apenas o movimento transversal desta estrutura, explicitando as hipóteses adotadas.

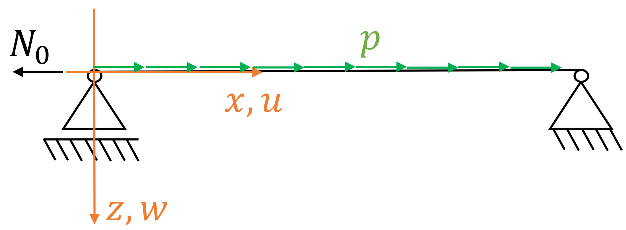

Figura 5 – Ilustração referente ao Exercício 5.

Exercício 6

A Figura 6 ilustra um absorvedor não linear de vibração de massa m e acoplado a uma mola de rigidez k_2 e comprimento indeformado L_0 e a um amortecedor linear de constante c_2. Este absorvedor está montado em uma estrutura principal, aqui considerada como um corpo rígido de massa M e montado em um apoio de rigidez e amortecimento lineares, de constantes k_1 e c_1 respectivamente. A massa m é restrita a oscilar na mesma direção de movimento da estrutura principal. Considere que u seja o deslocamento do absorvedor com relação à estrutura principal, que as molas estão descarregadas quando $y = 0$ e $u = 0$ e que os efeitos gravitacionais podem ser desprezados. Obtenha as equações de movimento deste sistema. Obtenha, ainda, uma aproximação das equações de movimento considerando até as não linearidades cúbicas.

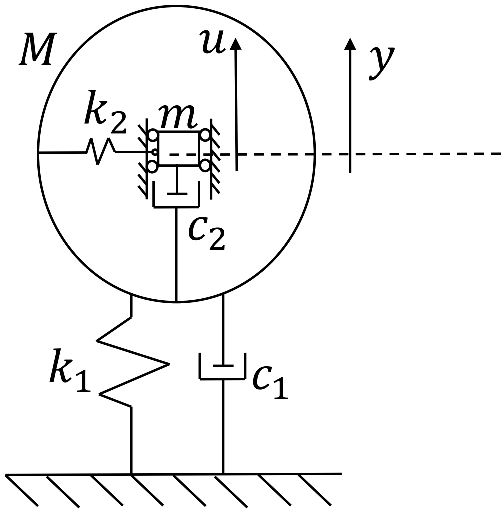

Figura 6 – Ilustração referente ao Exercício 6.

Exercício 7

Obtenha as equações de movimento para o pêndulo que oscila em um plano que, por sua vez, rotaciona com velocidade angular constante Ω, como mostra a Figura 7. A haste rígida e imponderável (sem massa) tem comprimento L tem em sua extremidade livre uma massa pontual m.

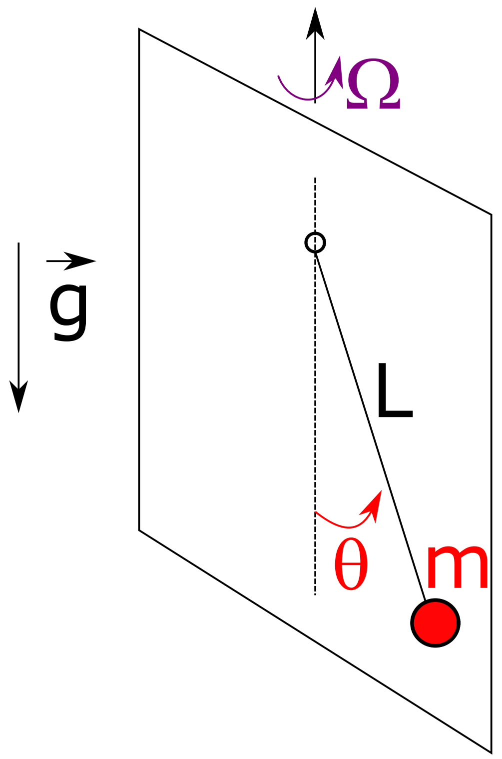

Figura 7 – Ilustração referente ao Exercício 7.