# TEOREMA DA DIVERGÊNCIA

Cálculo II – Aula 7


Profa. Dra. Patricia Targon Campana

Grupo de Biomateriais e Espectroscopia

pcampana@usp.br

sciencenebula.tumblr.com

Sala 339C – Titanic

/Campana.PT

3091-8883

9 3775-3979

@profaPCampana

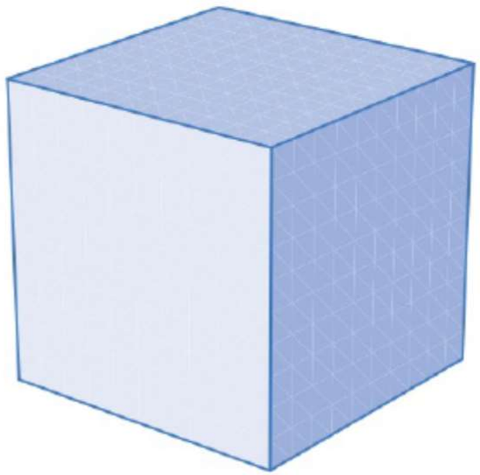
# Teorema da Divergência
## (Teorema de Gauss)

Nos diz que a integral da densidade do fluxo sobre uma região sólida é igual à integral do fluxo através da fronteira da região

***A fronteira de um sólido***

Sólido = ‘Bola’
Fronteira = Esfera

Sólido = cubo sólido
Fronteira = 6 faces quadradas



Sólido = cilindro sólido
Fronteira = tubo e dois discos

# Calculando o Fluxo num sólido

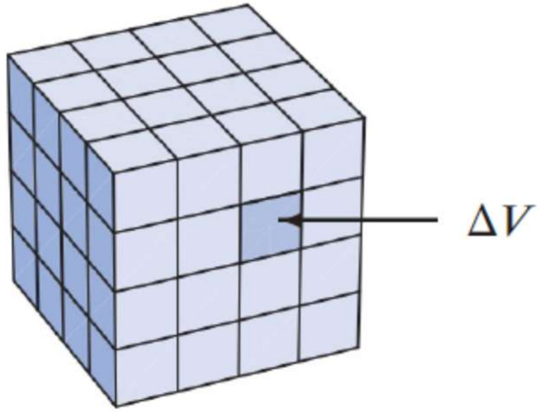
Considere uma região sólida (W) no espaço 3D, cujo limite é a superfície fechada (S). Existem duas maneiras de encontrar o fluxo total de um campo vetorial saindo de W.

1) calcular o fluxo de **F** através de S:

$$\text{Fluxo em W} = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{A}$$

2) Através do div **F**, que fornece a densidade de fluxo em qualquer ponto de W. Neste caso, subdividimos W em pequenas caixas, de forma que para uma pequena caixa de volume ΔV:

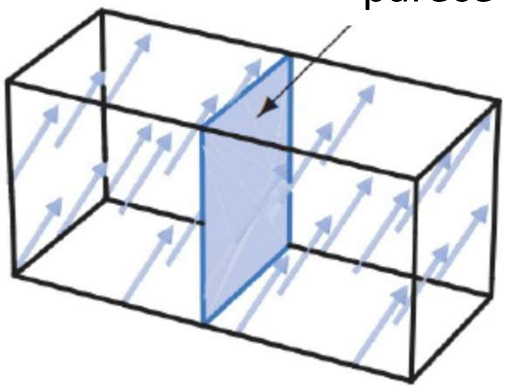
$$\text{Fluxo através da caixa} \approx \text{Densidade de Fluxo X volume} = \operatorname{div} \vec{F}\, \Delta V$$




O que acontece quando adicionamos os fluxos de todas as caixas?

Considere duas caixas adjacentes, o fluxo através da parede compartilhada é contado duas vezes, uma vez fora da caixa em cada lado. Quando adicionamos os fluxos, essas duas contribuições se cancelam, então obtemos o fluxo do sólido região formada pela união das duas caixas.

Fluxo através da parece interna



Seguindo o mesmo raciocínio:

Fluxo em W $= \sum$ Fluxo nas caixinhas $\sum \operatorname{div} \vec{F}\ \Delta V$

Aproximamos o fluxo por uma soma $\longrightarrow$ integral:

Fluxo em W $= \int_W \operatorname{div} \vec{F}\ dV.$

fluxo calculado como: integral de fluxo e como integral de volume
e os resultados são iguais.

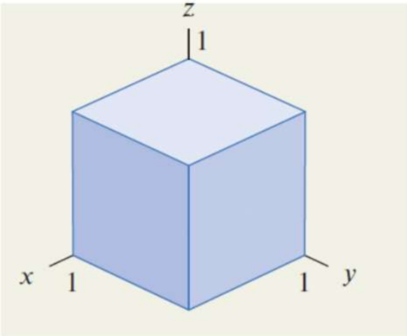
***Assim:***

Se tivermos uma região sólida cuja fronteira (S) é uma superfície lisa e orientada positivamente (para fora) e **F** sendo um campo vetorial em uma região sólida que contenha o sólido (W) e sua fronteira (S), então:

$$\int_S \vec{F} \cdot d\vec{A} = \int_W \operatorname{div} \vec{F}\, dV$$

Exemplo: vamos usar o Teorema da Divergência para calcular o fluxo do campo vetorial no cubo:

$$\vec{F}(x, y, z) = (x^2 + y^2)\vec{i} + (y^2 + z^2)\vec{j} + (x^2 + z^2)\vec{k}$$




Pelo teorema da divergência:

$$\int_S \vec{F} \cdot d\vec{A} = \int_W \operatorname{div} \vec{F}\, dV$$

Logo, precisamos calcular div **F** = 2x + 2y + 2z

BMEspec

$$\int_S \vec{F} \cdot d\vec{A} = \int_W \operatorname{div} \vec{F} \, dV$$

# Referências


- Hughes-Hallett, Deborah. 2014 Applied calculus
- Hughes-Hallett, Deborah. 2017. Multivariable calculus