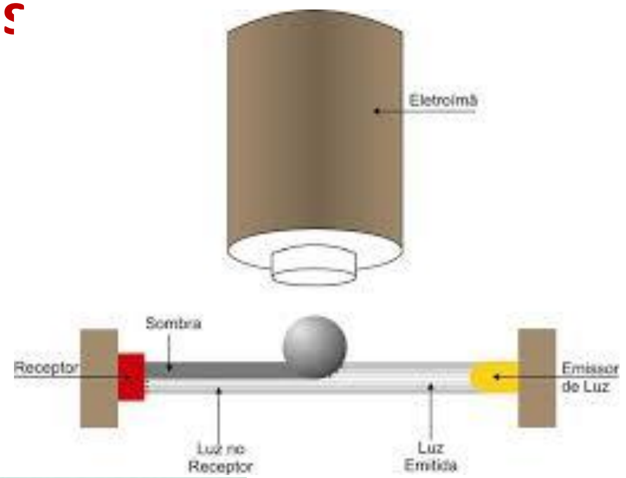
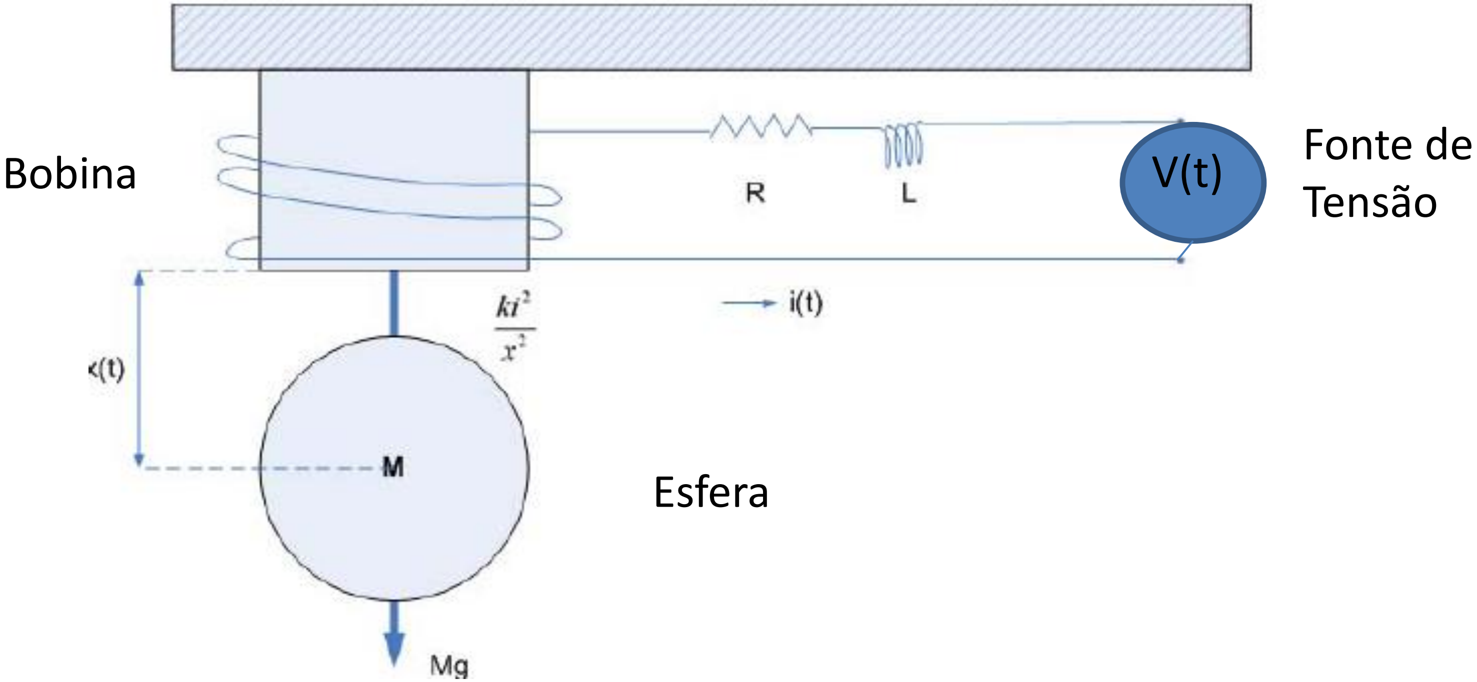
SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

Mancais magnéticos



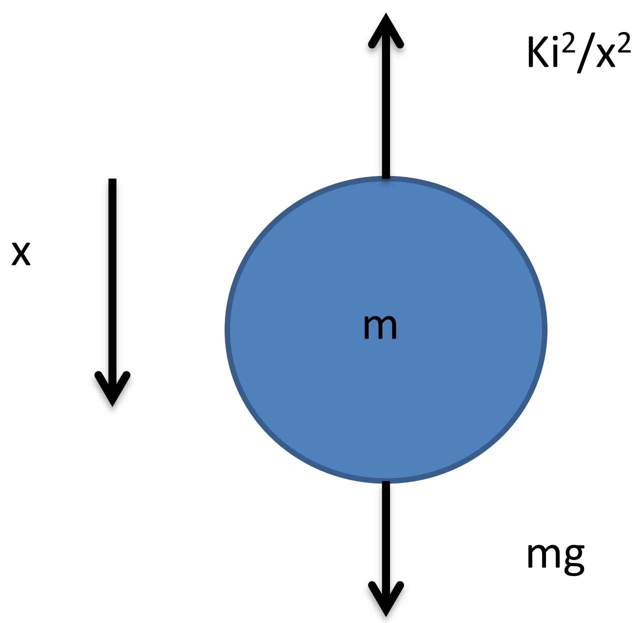
SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA



SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

- Experimento muito utilizado no desenvolvimento de mancais magnéticos, trata da suspensão de uma esfera metálica. O sistema é não-linear e instável em malha aberta, isto é, só funciona se houver um controlador no sistema.
- As equações de movimento podem ser obtidas de:

  -Lei de Newton ou Teorema do Movimento do Baricentro para a esfera



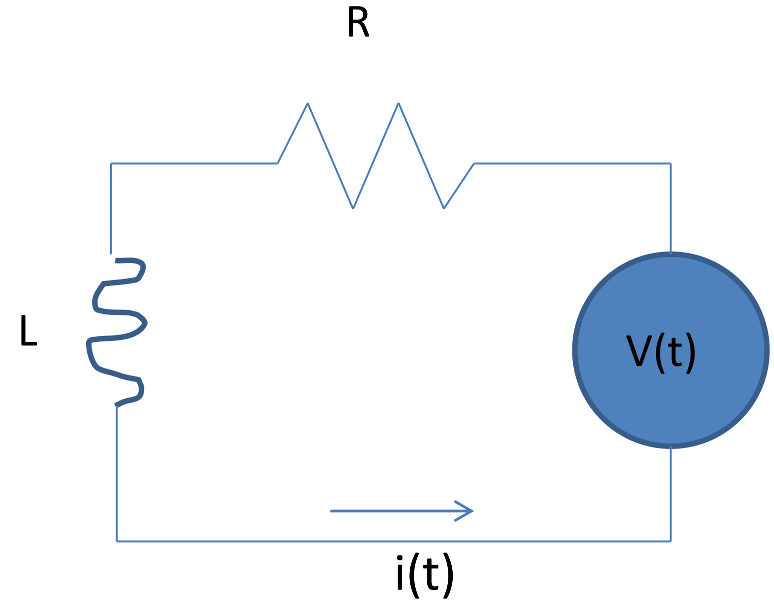
$$m\ddot{x} = mg - ki^2/x^2$$

SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

- Lei de Kirschoff para circuitos elétricos:

$$V_L + V_R = V(t)$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V$$



A entrada desse sistema é a tensão elétrica V(t). A saída de interesse é a posição da esfera x(t). Nas equações de movimento, x e V estão relacionadas pela corrente i(t).

SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

- São duas equações de movimento acopladas, uma de 1ª ordem, outra de 2ª ordem:
- $m\ddot{x}$=mg-ki^2/x^2

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V$$

O sistema é, então, de 3ª ordem e não linear. Suas propriedades só podem ser discutidas após sua linearização, o que veremos mais adiante.

O único termo não linear é $\left(\frac{i^2}{x^2}\right)$. Admitindo que a posição de equilíbrio seja $\bar{x}$ e a corrente no ponto de equilíbrio seja $\bar{\imath}$, podemos linearizar este termo:

$$\left(\frac{i^2}{x^2}\right) \approx \left(\frac{\bar{\imath}^2}{\bar{x}^2}\right) + \frac{2i}{x^2}\bigg|_{\bar{x},\bar{\imath}}(i-\bar{\imath}) - 2\,\frac{i^2}{x^3}\bigg|_{\bar{x},\bar{\imath}}(x-\bar{x})$$

Obs:

mg = k$\left(\frac{\bar{\imath}^2}{\bar{x}^2}\right)$

➔ $m\ddot{x} = \cancel{mg} - k\left[\cancel{\left(\frac{\bar{\imath}^2}{\bar{x}^2}\right)} + \frac{2\bar{\imath}}{\bar{x}^2}(i-\bar{\imath}) - 2\,\frac{\bar{\imath}^2}{\bar{x}^3}(x-\bar{x})\right]$

SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

- Para linearizar o sistema é conveniente colocá-lo na forma de Espaço de Estados. Falaremos bastante desta forma a seguir mas por enquanto podemos lembrar que é a mesma forma com que temos de definir equações que devem ser integradas numericamente:
- $\dot{x} = f(\dot{x}, u, t)$
- No caso, definimos x_1, posição da esfera; x_2, sua velocidade, e x_3, corrente na bobina:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = g - \frac{k x_3^2}{m x_1^2}$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} V$$

SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

- Então:

$$f_1 = x_2$$

$$f_2 = g - \frac{kx_3^2}{mx_1^2}$$

$$f_3 = -\frac{R}{L}x_3 + \frac{1}{L}V$$

- A expansão de f(x,u,t) em torno de uma posição de equilíbrio x_{eq} é:

$$\dot{x} - \dot{x}_{eq} = \sum\sum \frac{\partial f_j}{\partial x_i}\left(x_i - x_{ieq}\right) + \sum\sum \frac{\partial f_j}{\partial u_k}\left(u_k - u_{keq}\right) + o^2$$

SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

- Onde i,j=1,n e k=1,m
- A posição de equilíbrio tem sempre $\dot{x}_{eq} = 0$
- E, os termos das somatórias podem ser escritos:

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]_{eq} - MatrizJacobiana$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial u}\right]_{eq} - MatrizdeEntradas$$

- Chega-se, finalmente, ao sistema linearizado:

$$\delta \dot{x} = \left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]_{eq} \delta x + \left[\frac{\partial f}{\partial u}\right]_{eq} \delta u$$

SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

- Ou:

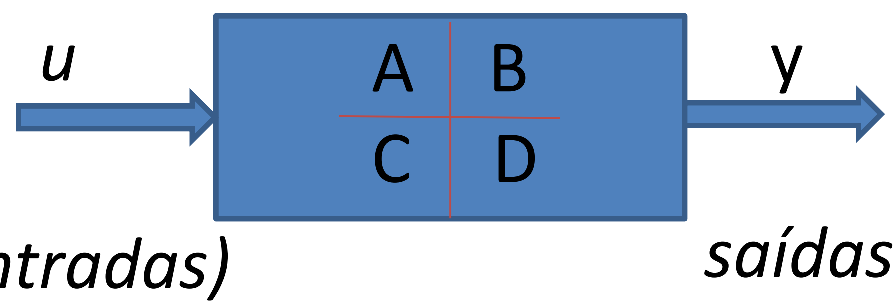
$$\delta \dot{x} = A\delta x + B\delta u$$

- Ou, simplesmente

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

- Que representa a dinâmica do sistema e, junto com o modelo de observações, completa a representação em Variáveis de Estado:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$



SUSPENSÃO MAGNÉTICA DE UMA ESFERA

- No caso da esfera em suspensão:

$$\begin{Bmatrix} \delta \dot{x}_1 \\ \delta \dot{x}_2 \\ \delta \dot{x}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{2kx_{3eq}^2}{mx_{1eq}^3} & 0 & -\dfrac{2kx_{3eq}}{mx_{1eq}^2} \\ 0 & 0 & \dfrac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} \delta V$$